SÉMINAIRE N. BOURBAKI

A. KOLMOGOROV

# Dimension linéaire des espaces vectoriels topologiques

*Séminaire N. Bourbaki*, 1958, exp. n° 165, p. 393

<http://www.numdam.org/item?id=SB_1956-1958__4__393_0>

© Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki, 1958, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire Bourbaki (http://www.bourbaki.ens.fr/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme*
*Numérisation de documents anciens mathématiques*
http://www.numdam.org/

Séminaire BOURBAKI
(Mai 1958)

# DIMENSION LINÉAIRE DES ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES

par A. KOLMOGOROV

On considère des fonction $d(E)$ , où $E$ est un espace vectoriel topologique et $d = d(E)$ est un élément d'un ensemble $\mathfrak{D}$ semi-ordonné. Pour avoir quelque analogie avec la dimension ordinaire, il est naturel de supposer que les deux conditions suivantes sont remplies :

($\alpha$) $d(E_1) \leq d(E)$ , si $E$ est isomorphe à un sous-espace linéaire fermé de $E$ ;

($\beta$) $d(E_1) \leqslant d(E)$ , s'il existe un opérateur linéaire continu $T$ ,

$$TE = E_1 \quad .$$

Dans la théorie de dimension linéaire de Banach, on admet seulement la condition ($\alpha$) . La théorie devient plus simple et plus logique, si l'on admet aussi la condition ($\beta$) . Comme dans le cas de Banach, il existe une fonction dimensionnelle $\delta(E)$ la plus forte dans le sens où pour chaque autre fonction $d(E)$ de

$$d(E') < d(E) \quad .$$

il s'ensuit

$$\delta(E') < \delta(E) \quad .$$

L'étude directe de la fonction $\delta(E)$ ne semble pas être toujours assez simple. Quelquefois, la fonction dimensionnelle suivante peut être utile :

$d_a(E)$ est la classe de fonctions $\varphi(\varepsilon)$ définies pour $\varepsilon > 0$ , telles que pour chaque compact $K \subseteq E$ et chaque voisinage $\mathcal{U}$ du zéro dans $E$ , il existe un $\varepsilon_0 > 0$ tel que, quel que soit $\varepsilon < \varepsilon_0$ , on peut trouver $n$ points

$$x_1 , x_2 , \dots , x_n \quad (n \leq \varphi(\varepsilon))$$

dans $E$ avec la propriété

$$K \subseteq \bigcup_{1 \leq m \leq n} (\varepsilon \mathcal{U} + x_m) \quad .$$

L'ordre dans $\mathfrak{D}_a = \{d_a\}$ est inverse de l'inclusion :

$$d_a \leq d'_a \quad , \text{ si } \quad d'_a \subseteq d_a \quad .$$

---