SÉMINAIRE N. BOURBAKI

ARMAND BOREL

Sous-groupes compacts maximaux des groupes de Lie

Séminaire N. Bourbaki, 1952, exp. n° 33, p. 271-279

<http://www.numdam.org/item?id=SB_1948-1951__1__271_0>

© Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki, 1952, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire Bourbaki (http://www.bourbaki.ens.fr/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Séminaire BOURBAKI
(Décembre 1950)

SOUS-GROUPES COMPACTS MAXIMAUX DES GROUPES DE LIE

par Armand BOREL.

1. Enoncé du théorème principal.

Soient $A_1,\dots,A_n$ des sous-espaces fermés d'un groupe topologique G ; on pose $G = A_1.A_2\dots A_n$ si tout $g \in G$ s'écrit d'une seule façon comme produit $g = a_1.a_2\dots a_n$ $(a_i \in A_i)$, les a_i étant fonctions continues de g ; l'espace de G est alors homéomorphe au produit topologique $A_1 \times \dots \times A_n$. Cet exposé est consacré au

THÉORÈME. - *Un groupe de Lie connexe G possède des sous-groupes compacts maximaux et tout sous-groupe compact est contenu dans l'un d'eux ; ils sont connexes et deux quelconques d'entre eux sont conjugués par un automorphisme intérieur de G.*

Soit K l'un d'eux ; alors G est homéomorphe à $K \times R^s$.

On peut de plus trouver s sous-groupes fermés à 1 paramètre $H_1,\dots,H_s$, isomorphes à R, tels que $G = K.H_1.H_2\dots H_s$.

COROLLAIRE. - *Un groupe de Lie connexe possède un plus grand sous-groupe invariant compact : l'intersection de ses sous-groupes compacts maximaux.*

L'existence de $H_1,\dots,H_s$ est due à IWASAWA. Le reste du théorème a été démontré par E. CARTAN pour les groupes semi-simples et les groupes simplement connexes, puis par IWASAWA et MALCEV dans le cas général. Les principales difficultés se présentent dans le cas semi-simple ; avant de l'aborder, un exemple (à comparer avec le lemme 3) :

EXEMPLE. - Le groupe $GL(n,C)$ des $n \times n$-matrices régulières sur C ; on sait que toute matrice régulière s'écrit d'une seule façon comme produit $u.h$ ($u \in U(n)$ = = groupe unitaire sur C^n, h hermitienne définie positive); d'autre part, l'application $a \longrightarrow \exp a$ est un homéomorphisme de l'espace des matrices hermitiennes sur celui des matrices hermitiennes définies positives et le 1e espace est évidemment homéomorphe à R^{n^2}, donc $GL(n,C)$ est homéomorphe à $U(n) \times R^{n^2}$ (cf. CHEVALLEY [6] p. 14-16) ; le théorème "de conjugaison" est bien connu.

2. G semi-simple de centre réduit à e .

RAPPEL. - Je note G^* l'algèbre de Lie de G ; c'est une algèbre sur R à n dimensions. Par extension du corps de base, on obtient à partir de G^* une algèbre de Lie sur C , à n dimensions, la "forme complexe" de G , que je noterai CG^* ; réciproquement, étant donnée une algèbre de Lie sur C à n dimensions, on appelle forme réelle de cette algèbre un sous-espace vectoriel sur R , ayant une base de n éléments indépendants sur C , et contenant le commutateur de 2 quelconques de ses éléments. Une algèbre sur C n'a pas forcément de forme réelle et si elle en a, elle peut en avoir plusieurs non isomorphes (dans le réel).

Les automorphismes intérieurs $g \to aga^{-1}$ $(a, g \in G)$ de G induisent des automorphismes de G^* , identifié à l'espace tangent à G en e . On a ainsi une représentation de G , que nous désignons par Int G^* . Si G est semi-simple, Int G^* est un sous-groupe fermé de $GL(n,R)$ et les topologies de Int G^* en tant que groupe de Lie et en tant que sous-espace de $GL(n,R)$ sont équivalentes. Soient $x,y \in G^*$; ad x désigne la dérivation intérieure $y \to [x,y]$ de G^* ; $\{ \text{ad } x , x \in G^* \}$ est l'algèbre de Lie Ad G^* de Int G^* (le commutateur étant naturellement défini par $[\text{ad } x, \text{ad } y] = \text{ad } x \circ \text{ad } y - \text{ad } y \circ \text{ad } x$). La forme bilinéaire "de Killing" $B(x,y) = \text{Tr}(\text{ad } x \circ \text{ad } y)$ est non dégénérée si G^* est semi-simple et réciproquement (E. CARTAN) ; si elle est définie négative tout groupe ayant G^* comme algèbre de Lie est compact (WEYL). Si CG^* est une algèbre sur C , une forme réelle sur laquelle B est définie négative est dite forme réelle compacte ; un théorème fondamental de WEYL assure que toute algèbre de Lie sur C semi-simple admet une forme réelle compacte.

PROPOSITION 1. - Soit G semi-simple connexe de centre réduit à e . Alors G contient un sous-groupe compact connexe K tel que G soit homéomorphe à $K \times R^s$; K est un sous-groupe compact maximal de G .

Cette proposition résultera des lemmes 1, 2 et 3 ; le lemme 1 est aussi à la base de la classification des groupes semi-simples non compacts ; démontré par E. CARTAN ([4] , n^{os} 20-22) à l'aide de la théorie des espaces riemanniens symétriques, il a été ensuite obtenu algébriquement par GANTMACHER ([7] , paragraphe 2), puis par CHEVALLEY et MOSTOW ([10] , Théorème 1 et lemme 2.1) :

LEMME 1. - Soit G^* une algèbre de Lie semi-simple sur R , CG^* sa forme complexe. On peut trouver une forme réelle compacte G_o^* de CG^* et une base $x_1,\ldots,x_m$, $y_1,\ldots,y_{n-m}$ de G_o^* telles que :

1) l'endomorphisme Θ défini par : $x_i \to x_i$ $(i = 1,\ldots,m)$, $y_j \to -y_j$ $(j = 1,\ldots,n-m)$ soit un automorphisme de G_o^*

2) $x_1,\ldots,x_m$, $iy_1,\ldots,iy_{n-m}$ soit une base (sur R) de G^* .

3) les matrices ad x_i et ad y_j soient antisymétriques réelles.

On peut envisager de façon évidente CG comme une algèbre sur R à 2n dimensions ; tout élément de CG considérée comme telle s'écrit $x + ix'$

$(x, x' \in G^*)$ et $\theta : x + ix' \longrightarrow x - ix'$ est un automorphisme, admettant G comme ensemble de vecteurs fixes. Le point essentiel, dont la démonstration très technique ne peut être reproduite ici, consiste à montrer que θ laisse invariante une forme réelle compacte G_o^* de CG^* ([10], Théorème 1). On peut alors trouver une base (sur R) $u_1,\ldots,u_n$ de G_o^* par rapport à laquelle $B(u,v)$ est la forme bilinéaire unité précédée du signe moins ; l'égalité facile à établir $B([u,v], w) + B(v,[u,w]) = 0$ montre l'antisymétrie de ad u , qui est d'autre part évidemment réelle. De $\theta[u,v] = [\theta(u), \theta(v)]$ on tire ad $\theta(u) \circ$ ad $\theta(v) = \theta \circ$ ad u $\circ$ ad v $\circ\, \theta^{-1}$, d'où $B(\theta(u), \theta(v)) = B(u,v)$, θ est donc représenté par une matrice orthogonale réelle, dont le carré est l'identité ; par une substitution orthogonale réelle on peut alors obtenir qu'une base de G_o^* vérifiant 1) et 3) reste vrai. Enfin, $x_1,\ldots,x_m$, $iy_1,\ldots,iy_{n-m}$ étant fixes par θ et linéairement indépendants forment une base de G^* , d'où 2).

$\{$ad u , $u \in G_o^*\}$ est une sous-algèbre de ad CG^* (considérée comme algèbre sur R) qui engendre un groupe orthogonal réel compact isomorphe à Int G_o^* ; $\{$ ad u , $u \in G^*\}$ engendre un sous-groupe de $GL(n,C)$ semblable à Int G^* , donc fermé, et isomorphe à G , (puisque le centre de G = e) que nous identifierons à G .

Nous supposons donc dans la suite du n° 2 : G est un sous-groupe fermé de $GL(n,C)$; G^* a une base $x_1,\ldots,x_m$, $iy_1,\ldots,iy_{n-m}$ vérifiant le lemme 1 et de plus ad $x_i = x_i$, ad $y_j = y_j$.

REMARQUE. - Soit X (resp. Y), l'espace sur R sous-tendu par $x_1,\ldots,x_m$ (resp. $y_1,\ldots,y_{n-m}$) ; du fait que θ est un automorphisme on tire :

$$[X, X] \subset X \qquad [X, Y] \subset Y \qquad [Y, Y] \subset X$$

Posons $[y_j,y_k] = c^s_{m+j,m+k}\, x_s$, $[x_j,y_k] = c^{m+s}_{j,m+k}\, y_s$; l'antisymétrie des ad y_k montre $c^{m+s}_{m+k,j} = - c^j_{m+k,m+s} = c^j_{m+s,m+k}$

enfin on a dans G^* , $[iy_j iy_k] = - c^s_{m+j,m+k}\, x_s$, $[x_j,iy_k] = c^{m+s}_{j,m+k}\, (iy_s)$

LEMME 2. - Toutes les matrices hermitiennes définies positives de G sont de la forme $\exp(\sum ia_j y_j)$, (a_j réels) ; elles forment un sous-espace fermé H de G , homéomorphe à R^{n-m} .

Soit $g \in H$ hermitienne définie positive et u la matrice hermitienne telle que $g = \exp u$; à montrer : $u = i(a_1y_1 + \ldots + a_{n-m}\, y_{n-m})$; après un changement

de base on peut supposer que u est diagonale, soient $c_1,\dots,c_n$ ses valeurs propres (réelles) ; $g \in \operatorname{Int} CG^*$,donc $g^k \in \operatorname{Aut} CG^*$ ($k = \pm 1, \pm 2,\dots$) ce qui se traduit par un nombre fini d'égalités $P(\exp kc_1,\dots,\exp kc_n) = 0$, où P est un polynôme. Les c_i étant réels on a aussi $P(\exp tc_1,\dots,\exp tc_n) = 0$ pour t réel quelconque ; cela montre que $\exp tu \in \operatorname{Aut} CG^*$, donc u est une dérivation, forcément intérieure, de CG^* , c'est-à-dire $u \in \operatorname{ad} CG^*$ est combinaison linéaire à coefficients purement imaginaires de $x_1,\dots,y_{n-m}$. D'autre part θu est aussi hermitienne et g est fixe par θ (envisagé comme automorphisme de $\operatorname{Int} CG^*$) donc $\theta u = u$, d'où $u = i(a_1y_1+\dots+a_{n-m}y_{n-m})$; le reste du lemme est trivial.

Si h_1 , $h_2 \in H$ alors $(h_1\ h_2\ h_1) \in H$ car pouvant être relié par une suite continue de matrices hermitiennes régulières à une matrice définie positive h_2 , elle est elle-même définie positive. $U_h : h \to h_1 h\ h_1$ est un homéomorphisme de H sur elle-même ; c'est une <u>transvection</u> au sens de E. CARTAN.

LEMME 3. — <u>$x_1,\dots,x_m$ engendrent un sous-groupe compact connexe K de G , et $G = K.H$; K est compact maximal dans G</u> .

$x_1,\dots,x_m$ engendrent dans $\operatorname{Int} G_o^*$ la composante connexe K de e du sous-groupe des éléments fixes par θ ; K est donc fermé et compact. On voit aisément que $K.H$ est fermé dans G . Montrons qu'il y est ouvert. Soit $g = k_o.h_o \in K.H$ et h l'unique matrice hermitienne définie positive telle que $h.h = h_o$; $h \in H$ et de plus $h^{-1}Kh \cap H = \{e\}$ car si $h \in H$, $h \neq e$, ses puissances h^k ($k = \pm 1,\dots$) n'ont pas des coefficients uniformément bornés ; H est alors au voisinage de e une section locale de la fibration de G par $h^{-1}Kh$ et

$$h^{-1}Kh.H = h^{-1}Kh.h^{-1}H\ h^{-1} = h^{-1}K.H\ h^{-1}$$

est un voisinage de e dans G ; par conséquent

$$k_o h.(h^{-1}\ K.H\ h^{-1})h = k_o\ KH = K.H$$

est un voisinage de $k_o.h_o$ dans G ; la continuité de k_o, h_o comme fonctions de g est triviale.

Enfin, K est compact maximal, car un groupe compact plus grand contiendrait, vu le lemme 3 , un $h \in H$, $h \neq e$ dont les puissances ne seraient pas uniformément bornées, ce qui est absurde.

PROPOSITION 2. - Tout sous-groupe compact K' de G est conjugué à un sous-groupe de K par un automorphisme intérieur de G.

La démonstration est de E. CARTAN ([4], n° 16). Soit $g = k.h$, k est orthogonale réelle, h hermitienne définie positive et $k\,h\,h'\,h\,k^{-1} = g.h'.\bar{g}^{-1}$ ($\bar{g}$ complexe conjuguée de $g = \theta g$) est hermitienne définie positive si h' l'est. Nous faisons correspondre de la sorte à $g \in G$ un homéomorphisme U_g de H sur elle-même. On obtient donc un homomorphisme de G dans le groupe des homéomorphismes de H sur elle-même. Soit $h \in H$ et $h^{1/2}$ sa racine carrée définie positive, $h^{1/2} \in H$ et l'ensemble des $g \in G$ pour lesquels U_g laisse h fixe est $(h^{1/2}\,K\,h^{-1/2})$. C'est un sous-groupe conjugué de K. Il suffit donc pour obtenir la proposition 2 de montrer que les transformations U_k $(k \in K')$ ont un point fixe commun. C'est pour obtenir cela qu'il est nécessaire (du moins dans l'état actuel de la question) d'introduire des considérations de géométrie riemannienne. La proposition 2 résultera des lemmes 4 et 5.

LEMME 4. - On peut définir sur H une métrique riemannienne à courbure de Riemann négative ou nulle, invariante par les transformations U_g $(g \in G)$.

Dans l'espace tangent à H en e, on prend comme forme quadratique $B(iy,iy) =$ = somme des carrés des valeurs propres de iy ; dans notre système de coordonnées, c'est la forme unité ; ensuite on transporte cette métrique par les transvections U_h ; l'invariance évidente de B par les transformations U_k du groupe de stabilité K de e montre que cette métrique est invariante par les transformations U_g $(g \in G)$. On montre de plus que les géodésiques issues de e sont les sous-groupes à 1 paramètre $\exp ity$, que la transvection U_h réalise le transport par parallélisme de e à h^2 le long de la géodésique qui les joint, et que $\theta h = \bar{h} = h^{-1}$; la symétrie, par rapport à e, est une isométrie, H est donc un espace symétrique, au sens de E. CARTAN. Enfin, pour le tenseur de courbure on a la formule

$$(A) \qquad R^s_{r,jk}\,(iy_s) = -\,(1/4)\,[[iy_j, iy_k], iy_r]$$

d'où en utilisant la remarque ci-dessus :

$$R^s_{r,jk} = (1/4)\,c^t_{n+j,n+k}\,[x_t, iy_r] = (1/4)\sum_t c^t_{n+j,n+k}\,c^t_{n+r,n+s}$$

En appliquant la formule (19), de E. CARTAN dans [5] on voit que la courbure de Riemann dans la direction du 2-plan soustendu par iy_j et iy_k est

$$(A') \qquad -R_{jk,jk} = -R^{k}_{j,jk} = -\sum_{t} (c^{t}_{n+j,n+k})^2 \leqslant 0$$

cela vaut pour toute direction plane de l'espace tangent en e, donc pour les directions planes issues des autres points vu la transitivité du groupe des isométries.

Les calculs de E. CARTAN qui conduisent à (A') me paraissent contenir deux fautes de signe qui se compensent. Tout d'abord dans [2], à la p. 64, le signe $-$ de la formule (6) n'est pas repris dans (7) ni dans les formules du haut de la p. 65, d'où la différence de signe avec (A). Ensuite dans [3], p. 383, il part de cette formule (sans le signe $-$) dans laquelle doivent figurer les constantes de structure de G et non pas celles de la forme compacte G_o (désignés par Γ, resp. Γ_u) ; or CARTAN dit que l'on peut faire en sorte que les constantes de structure de G_o forment un trivecteur (c'est l'antisymétrie signalée dans le lemme 1), puis il applique cette règle pour trouver $R_{jk,jk}$ aux constantes de structure de G ; or certaines de ces dernières diffèrent par le signe des constantes de structure correspondantes de G_o (cf. la remarque ci-dessus et on voit facilement que cela donne encore un changement de signe, d'où (A')).

LEMME 5. - Les transformations d'un groupe compact N d'isométries (différentiables) d'un espace de Riemann H simplement connexe, à courbure non positive, admettent un point fixe commun.

Soit dv la mesure de Haar sur N, $d(P,Q)$ la distance de P et Q, $n(P)$ le transformé de P par $n \in N$; on sait([5] Note III) que P et Q sont reliés par une seule géodésique $\overline{PQ}$ et que si Q_o est un 3e point de H :

$$(B) \qquad d^2(P,Q) \geqslant d^2(P,Q_o)+d^2(Q,Q_o) - 2d(P,Q_o).d(Q,Q_o) \cos(\widehat{\overline{Q_oP}, \overline{Q_oQ}})$$

Soit $S \in H$ choisi une fois pour toutes et

$$J(Q) = \int_N d^2(n(S),Q)\, dv_n ;$$

soit Q_o un point pour lequel $\delta J = 0$; pour montrer que $n(Q_o) = Q_o$ $(n \in N)$ il suffit, puisque $J(n(Q_o)) = J(Q_o)$, de savoir que $J(Q) > J(Q_o)$ si $Q \neq Q_o$ or $\delta J = 0$ se traduit par

$$\int_N d(n(S),Q_o) \cos(\widehat{\overline{Q_o\, n(S)}, \overline{Q_oQ}})\, dv_n = 0$$

et il suffit d'intégrer terme à terme (B) (en remplaçant P par $n(S)$) pour obtenir l'inégalité cherchée, d'où finalement la proposition 2.

L'existence des H_i résulte aisément de la proposition 3. La démonstration (cf. [8], p. 525-529) s'appuie sur le lemme 1 ; ce n'est donc pas à proprement parler une nouvelle démonstration de la proposition 1 ; elle indique que l'on peut prendre comme section de la fibration de G par K un sous-groupe au lieu de H ; elle n'est (actuellement) d'aucune utilité pour obtenir la proposition 2.

PROPOSITION 3. - Soit G semi-simple de centre réduit à e . Il possède un sous-groupe compact connexe K et un sous-groupe résoluble simplement connexe L tels que $G = K.L$.

3. G semi-simple ou G extension de R^s par un compact.

Soient G semi-simple, Z son centre (discret), $G' = G/Z$, K' compact maximal dans G' , K son image réciproque dans G ; de $G/K = G'/K' = R^s$ on tire que K est connexe et même, en utilisant le théorème de Feldbau, que G est homéomorphe à $K \times R^s$; K n'est pas forcément compact, mais c'est un revêtement d'un groupe compact, donc $K = K_1 \times R^p$ et K_1 est le plus grand sous-groupe compact de K , donc compact maximal dans G ; d'où la proposition 1 pour G ; la proposition 2 est immédiate. Si l'on admet dans G' l'existence de $H'_1,\ldots,H'_s$ tels que $G' = K'.H'_1,\ldots,H'_s$ on peut éviter le recours au théorème de Feldbau ; il suffit de prendre dans G des sous-groupes H_i appliqués isomorphiquement sur les H'_i , et des sous-groupes $H_{s+1},\ldots,H_{s+p}$ tels que $R^p = H_{s+1} \times\ldots\times H_{s+p}$, alors $G = K_1.H_1 \ldots H_{s+p}$.

Soit maintenant G extension de R^s par un compact K' . On sait (cf. [11]) que la fibration de G par R^s a un sous-groupe section K et que 2 groupes sections sont conjugués. Il reste à voir qu'un sous-groupe compact K_i non section est conjugué à un sous-groupe de K ; tout élément de K_1 s'écrit d'une seule façon sous la forme $r.k$ ($r \in R^s$, $k \in K$) et l'application $r.k \to k$ est un isomorphisme de K_1 dans un sous-groupe K_2 de K (biunivocité à cause de $R^s \cap K_1 = \{e\}$) . Alors $R^s.K_2$ est un groupe et sa fibration par R^s admet comme sections, K_1 et K_2 qui sont donc conjugués.

4. Le cas général.

Démonstration par récurrence sur la dimension de G ; c'est trivial pour $\dim G = 1$; admettons que le théorème soit vrai pour les groupes de $\dim < \dim G$; on peut supposer que G est non semi-simple, il possède alors un sous-groupe invariant connexe abélien $N \neq \{e\}$, on sait que $N = T^p \times R^q$ (T^p tore à p

dimensions).

a) $p>0$. T^p est le plus grand sous-groupe compact de N et est donc invariant dans G . Soit $G' = G/T^p$; les images réciproques des sous-groupes compacts maximaux de G' sont évidemment les sous-groupes compacts maximaux de G et sont connexes et conjugués les uns des autres ; si K est l'un d'eux, K' son image dans G' , $G/K = G'/K' = R^s$ donne, d'après le théorème de Feldbau, G homéomorphe à $K \times R^s$.

b) $p = 0$, $N = R^q$. Soit K' compact maximal dans $G' = G/N$, K son image réciproque dans G ; alors $K = K_1.N$ et K_1 est compact maximal dans K et G . De plus un sous-groupe compact de G est conjugué à un sous-groupe de K , donc (cf. n° 3) de K_1 ; enfin, G homéomorphe à $K \times R^s$, (donc à $K_1 \times R^{q+s}$) s'obtient de nouveau par le théorème de Feldbau.

Dans les cas a) et b) , on peut de nouveau obtenir les H_i et éviter d'utiliser le théorème de Feldbau en "remontant" des sous-groupes à 1 paramètre de G' .

5. Un complément.

C'est le théorème suivant, dû à IWASAWA ([8] lemme 3.13) :

Soient G de Lie connexe, N un sous-groupe invariant connexe , K_1 compact maximal dans N, K' compact maximal dans G/N .

Alors il existe un sous-groupe K compact maximal de G tel que $N \cap K_1 = K$ et que $KN/N = K'$.

On traite tout d'abord les cas N semi-simple (pas immédiat), $N = R^p$, $N = T^q$, puis on fait une démonstration par récurrence sur la dimension de N .

BIBLIOGRAPHIE

[1] CARTAN (Elie). - La géométrie des groupes simples, Ann. di Mat., t. 4, 1927, p. 209-256.

[2] CARTAN (Elie). - La géométrie des groupes de transformations, J. Math. pures et appl., t. 6, 1927, p. 1-119.

[3] CARTAN (Elie). - Sur certaines formes riemanniennes remarquables des géométries à groupe fondamental simple, Ann. scient. Ec. Norm. Sup., t. 44, 1927, p. 345-467.

[4] CARTAN (Elie). - Groupes simples clos et ouverts et géométrie riemannienne, J. Math. pures et appl., t. 8, 1929, p. 1-33.

[5] CARTAN (Elie). - Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann, 2e éd. - Paris, Gauthier-Villars, 1946 (Cahiers scientifiques, 2).

[6] CHEVALLEY (Claude). - Theory of Lie groups, I. - Princeton, Princeton University Press, 1946.

[7] GANTMACHER (Felix). - Canonical representation of automorphisms of a complex semi-simple Lie group, Mat. Sbornik, N. S., t. 5 (47), 1939, p. 101-146.

[8] IWASAWA (K.). - On some types of topological groups, Ann. of Math., t. 50, 1949, p. 507-558.

[9] MALČEV (A.). - On the theory of the Lie groups in the large, Mat. Sbornik, N.S., t. 16 (58), 1945, p. 163-190.

[10] MOSTOW (George-Daniel). - A new proof of E. Cartan's theorem on the topology of semi-simple groups, Bull. Amer. math. Soc., t.55, 1949, p. 969-980.

[11] SERRE (Jean-Pierre). - Extensions de groupes localement compacts, Séminaire Bourbaki, t. 2, 1949/50.

ADDITIF

Divers compléments au théorème fondamental et une simplification dans l'obtention de l'inégalité (B) se trouvent dans :

MOSTOW (George-Daniel). - Some new decomposition theorems for semi-simple groups, Lie algebras and Lie groups. - Princeton, American mathematical Society, 1955 (Memoirs Amer. math. Soc. n° 14), p. 31-54.

MOSTOW (George-Daniel). - On covariant fiberings of Klein spaces, Amer. J. Math., t. 77, 1955, p. 247-277.

[Juin 1957]