NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

# Formules de Delambre et analogies de Néper, déduites immédiatement des formules fondamentales de la trigonométrie sphérique, d'après M. Crelle

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 7 (1848), p. 232-233

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__232_2>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques*
http://www.numdam.org/

## FORMULES DE DELAMBRE

*et analogies de Néper, déduites immédiatement des formules fondamentales de la trigonométrie sphérique, d'après M. Crelle.* (Crelle, XII, 348, 1834, en français.)

—

1. $\cos B \cos C = \cos a \sin B \sin C - \cos A$ (1)
$\cos b \cos c = \cos a - \cos A \sin b \sin c$ (2)
$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$ (3)

} Équations fondamentales.

L'équation (3) donne :

$$\sin B \sin C (1+\cos a)(1-\cos a) = \sin b \sin c (1+\cos A)(1-\cos A) \ldots \quad (4)$$

de là, on déduit :

$$[1-\cos A+\sin B\sin C(1+\cos a)](1-\cos a)=$$
$$=[1-\cos a+\sin b\sin c(1+\cos A)](1-\cos A),$$

ou bien, en vertu de l'équation (1),

$$[1+\cos(B-C)](1-\cos a)=[1-\cos(b+c)](1-\cos a)$$
$$4\cos^2\frac{1}{2}(B-C)\sin^2\frac{1}{2}a=4\sin^2\frac{1}{2}(b+c)\sin^2\frac{1}{2}A$$
$$\pm\cos\frac{1}{2}(B-C)\sin\frac{1}{2}a=\sin\frac{1}{2}(b+c)\sin\frac{1}{2}A. \qquad (5)$$

C'est la première équation de Delambre.

L'équation (4) donne encore

$$[1+\cos A+\sin B\sin C(1-\cos a)](1+\cos a)=$$
$$=[1+\cos a+\sin b\sin c(1-\cos A)](1+\cos A);$$

on en déduit, combinée avec l'équation (1),

$$\pm\sin\frac{1}{2}(B+C)\cos\frac{1}{2}a=\cos\frac{1}{2}(b-c)\cos\frac{1}{2}A, \qquad (6)$$

seconde équation de Delambre, et les deux autres sont

$$\pm\sin\frac{1}{2}(B-C)\sin\frac{1}{2}a=\sin\frac{1}{2}(b-c)\cos\frac{1}{2}A \qquad (7)$$

$$\pm\cos\frac{1}{2}(B+C)\cos\frac{1}{2}a=\cos\frac{1}{2}(b+c)\sin\frac{1}{2}A. \qquad (8)$$

(7) et (8) se déduisent de

$$[1+\cos A-\sin B\sin C(1+\cos a)](1-\cos a)=$$
$$=[1-\cos a-\sin b\sin c(1-\cos A)](1+\cos A)$$
$$[1-\cos A-\sin B\sin C(1-\cos a)](1+\cos a)=$$
$$=[1+\cos a-\sin b\sin c(1+\cos A)](1-\cos A).$$

En divisant (7) par (5), (5) par (8), (7) par (8) et (6) par (8), on obtient les analogies de Néper.

*Observation.* Les formules 5, 6, 7, 8 portent le nom de Gauss en Allemagne, mais elles ont été données par Delambre, dans la *Connaissance des temps*, 1809, publiée en 1807.