NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

JULES LESEURRE

Seconde solution de la question 179

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 7 (1848), p. 177-178

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__177_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 179

(V. p. 75 et 106) (*).

PAR M. JULES LESEURRE,
élève de l'institution Barbet.

Un point est situé à l'extérieur, sur le contour ou à l'intérieur d'une parabole, suivant que les coordonnées satisfont aux relations

$$Ay^2 + Bxy + Cx^2 + Dy + Ex + F \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0. \end{cases} \quad A > 0$$

(*Fig.* 27.) Cela posé, prenons pour axes deux côtés opposés AB, CD du quadrilatère en question, soit $OA = \alpha$; $OB = \alpha'$;

(*) Voir le lemme, p. 106.

$OC=6$; $OD=\beta'$; $y^2+Bxy+Cx^2+Dy+Ex+F=0$, l'équation de la parabole passant par ABCD, on a :

$$D=-(\alpha+\alpha')\ ;\quad F=\alpha\alpha'\ ;\quad \frac{F}{C}=66'\ ;\quad C=\frac{\alpha\alpha'}{66'}\ ;\quad E=\frac{66'}{\alpha\alpha'}(6+6)\ ;$$

$$B=\pm 2\sqrt{\frac{\alpha\alpha'}{66'}}.$$

Pour la conique passant par le cinquième point $E(\gamma,\delta)$, on a :

$$B'^2=\left(\frac{\delta^2+C\gamma^2+D\delta+E\gamma+F}{\gamma\delta}\right)^2\ ;$$

donc les inégalités se réduisent à

$$\left(\frac{\delta^2+C\gamma^2+D\delta+E\gamma+F}{\gamma\delta}\right)^2-B^2>0.\ \text{On a une hyperbole.}$$
$$=0.\qquad\text{parabole.}$$
$$<0.\qquad\text{ellipse.}$$

ou bien

$$(\delta^2-B\gamma\delta+C\gamma^2+D\delta+E\gamma+F)\ (\delta^2+B\gamma\delta+C\gamma^2+D\delta+E\gamma+F)>0.$$
$$=0.$$
$$<0.$$

Or les deux facteurs du premier membre ne sont autre chose que les polynômes obtenus en substituant à la place de x et y dans les équations des deux paraboles passant par A B C D les coordonnées du point E.

Or, suivant que ces deux facteurs seront, 1° tous deux positifs ou négatifs, 2° l'un nul et l'autre quelconque, 3° l'un positif et l'autre négatif, on aura pour la conique une hyperbole, une parabole ou une ellipse. D'après le principe rappelé ci-dessus, le cinquième point est dans le premier cas à l'intérieur ou à l'extérieur des deux paraboles ; dans le deuxième, sur l'une des deux paraboles ; dans le troisième, à l'extérieur de l'une et à l'intérieur de l'autre : ce qui démontre le théorème énoncé.