NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Exercices sur les équations irrationnelles rendues rationnelles, d'après M. Forstemann, à Dantzig

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 7 (1848), p. 156-157

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__156_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

EXERCICES

sur les équations irrationnelles rendues rationnelles,

d'après M. FORSTEMANN, à Dantzig. (Crelle, XIV, 236, 1835.)

—

1. $\sqrt{A}+\sqrt{B}=0$; $A-B=0$.

2. $\sqrt{A}+\sqrt{B}+\sqrt{C}=0$; $A^2+B^2+C^2-2(AB+AC+BC)=0$.

3. $\sqrt{x+x_1}+\sqrt{x+x_2}+\sqrt{x+x_3}=0$;
$3x^2-2\Sigma x_1.x+\Sigma x_1^2-2\Sigma x_1x_2=0$;

Σ désigne des fonctions symétriques.

4. $\sqrt{A}+\sqrt{B}+\sqrt{C}+\sqrt{D}=0$;
$\Sigma A^4-4\Sigma A^3B+6\Sigma A^2B^2+4\Sigma A^2BC-40ABCD=0$.

5. $\sqrt{x+x_1}+\sqrt{x+x_2}+\sqrt{x+x_3}+\sqrt{x+x_4}=0$;
$Mx-N=0$; $M=8\Sigma x_1^3-\Sigma x_1x_2^2+2\Sigma x_1x_2x_3$;
$N=\Sigma x_1^4-4\Sigma x_1^3x_2+6\Sigma x_1^2x_2^2+4\Sigma x_1^2x_2x_3-40x_1x_2x_3x_4$;
$x_1=1$; $x_2=2$; $x_3=3$; $x_4=5$; $x=\dfrac{N}{M}=-\dfrac{71}{120}$;
$x_1=1$; $x_2=2$; $x_3=3$; $x_4=4$; $x=\infty$.

6. Question : A quel degré monte l'équation rendue rationnelle suivante ?
$\sqrt{x+x_1}+\sqrt{x+x_2}+\sqrt{x+x_3}+\ldots\sqrt{x+x_n}=0$.

7. $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}+\sqrt[3]{C}=0$; $\Sigma A^3+3\Sigma A^2B-21ABC=0$.

8. $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x-7}-\sqrt[3]{3x+3}=0$; $x=8$;
$x=-\dfrac{1}{40}(31\pm\sqrt{-1539})$.

9. $\sqrt[3]{x+x_1}+\sqrt[3]{x+x_2}+\sqrt[3]{x+x_3}=0$; $Mx+N=0$.
$M=9[\Sigma x_1^2-\Sigma x_1x_2]$; $N=\Sigma(x_1)^3-27x_1x_2x_3$.

10. $\sqrt[4]{\bar{A}}+\sqrt[4]{\bar{B}}+\sqrt[4]{\bar{C}}=0$;

$\Sigma A^4-4\Sigma A^3B+6\Sigma A^2B^2-12\Sigma A^2BC=0.$

11. $\sqrt[4]{x+x_1}+\sqrt[4]{x+x_2}+\sqrt[4]{x+x_3}=0$;

$Mx^4+Nx^3+Px^2+Qx+R=0$; $M=375$; $N=500\Sigma x_1$;

$P=130\Sigma x_1^2+620\Sigma x_1x_2$; $Q=-4\Sigma x_1^3+124\Sigma x_1^2x_2+498x_1x_2x_3$;

$R=-\Sigma x_1^4+4\Sigma x_1^3x_2-6\Sigma x_1^2x_2^2+124\Sigma x^2{}_1x_2x_3$;

$x_1=80$; $x_2=15$; $x_3=0$;

$3x^4+380x^3+12842x^2+129580x-142805=0$; $x=1$;

$x=-80{,}000524$; $x=-23{,}8307\pm5{,}19631\sqrt{-1}$.

12. $$\frac{1}{\sqrt[3]{\bar{A}}+\sqrt[3]{\bar{B}}}=\frac{\sqrt[3]{\bar{A}^2}-\sqrt[3]{\bar{A}\bar{B}}+\sqrt[3]{\bar{B}^2}}{A+B}.$$