NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TERQUEM

Question d'examen

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 7 (1848), p. 11-13

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__11_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

QUESTION D'EXAMEN (v. t. VI, p. 327).

—

Trouver la longueur d'une corde divisant la surface d'un cercle donné dans un rapport donné ; construire *géométriquement* l'équation à laquelle on arrive.

Solution. Il suffit de résoudre la question pour un cercle d'un rayon égal à l'unité ; π étant l'aire d'un tel cercle, il s'agit de trouver la corde retranchant un segment d'une aire $m\pi$, ou m est un nombre donné qu'on peut toujours supposer moindre que $\frac{1}{2}$; cela posé, soit x l'arc cherché, on aura l'équation

$$2m\pi = x - \sin x.$$

Il se présente trois moyens de résoudre cette équation transcendante :

1° *Par la règle de fausse position.* On cherche dans la table des valeurs *métriques* des arcs une valeur surpassant un peu $2m\pi$, et on en retranche le sinus ; on trouvera facilement la valeur de x à un degré près ; puis à une minute près, etc.; on devra étudier, pour l'emploi de cette méthode, le chapitre XXII de l'*Introductio in analysin.* Ce chapitre porte pour titre : *Solutio nonnullorum problematum ad circulum pertinentium* ;

2° *Par le retour des séries.* On a

$$2m\pi = -\frac{x^3}{[3]} + \frac{x^5}{[5]} - \text{etc.}$$

On résout ce genre d'équations infinitésimales par la méthode connue sous le nom de *retour des séries* ; on développe x dans une série infinie, procédant suivant les puissances de $2m\pi$.

3° *Par construction.* On construit la courbe transcendante $y = x - \sin x$; il suffit de construire une *sinussoïde* sur la bissectrice $y = x$; la courbe formée d'arcs égaux qui se répètent indéfiniment est renfermée entre cette bissectrice et une tangente parallèle à cette bissectrice ; menant à une distance $2m\pi$ de l'axe des x une parallèle à cet axe, l'abscisse du point d'intersection donne la valeur cherchée de x.

Observation. C'est à tort qu'on a mis dans l'énoncé le mot

géométriquement, car ce mot ne s'applique ordinairement qu'aux problèmes qu'on peut résoudre avec la règle et le compas, ce qui est impossible ici.

Exemples :

$m=\frac{1}{3}$; $x=149°.16'.27''$; corde de cet arc $=1,9285340$.

$m=\frac{1}{4}$; $x=132°.20'.47''$; corde de cet arc $=1,8295422$

(voy. t. V, p. 152).