JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

JACQUES GENEVAY

Au sujet de la mentalité probabiliste. L'homme peut-il imiter le hasard ?

Journal de la société statistique de Paris, tome 92 (1951), p. 218-226

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1951__92__218_0>

© Société de statistique de Paris, 1951, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

VI

VARIÉTÉ

Au sujet de la mentalité probabiliste.

L'HOMME PEUT-IL IMITER LE HASARD ?

La présente étude a pour but d'apporter une contribution à la solution du problème qui consiste à se demander si l'esprit humain, réduit à ses seuls moyens, peut imiter le hasard.

C'est à la suite d'un article du professeur Émile Borel, paru dans le tome I

de l'*Encyclopédie Française* (1) : « L'outillage mental. Pensée. Langage. Mathématique », dont nous reproduisons ici le fragment relatif à notre problème, que l'idée de cette étude nous est venue.

« . . . . . .

« Il est clair qu'au jeu de pair ou impair, le seul moyen pour un joueur de ne pas être en état d'infériorité vis-à-vis de son partenaire est de choisir pair avec une probabilité égale à 1/2. Un moyen sûr d'effectuer ce choix consisterait à tirer au hasard à chaque partie, soit en jetant en l'air une pièce de monnaie, soit en tirant une boule d'une urne dans laquelle les proportions des deux couleurs sont égales, et à se déterminer pour pair ou impair suivant le résultat de ce tirage au sort. En procédant ainsi, il arrivera quelquefois qu'on choisisse pair plusieurs fois de suite, il arrivera aussi parfois des alternatives assez régulières de pair et d'impair. Mais c'est le hasard qui déterminera ces alternatives et elles seront imprévisibles pour l'adversaire.

« La question qui se pose est de savoir si un joueur qui ne peut pas ou qui ne veut pas recourir à un tel tirage au sort a la possibilité, réduit à ses propres moyens, d'effectuer des choix à la fois assez réguliers et assez variés pour conserver vis-à-vis de son adversaire les mêmes avantages que s'il employait le tirage au sort, et cela quelles que soient la finesse et la mémoire de cet adversaire. Le joueur qui procéderait ainsi pourrait essayer de se livrer à sa seule inspiration et de dire, sans y réfléchir, pair ou impair, mais ne risque-t-il pas, en procédant ainsi, de montrer une certaine préférence inconsciente et secrète en faveur de l'une des alternatives, préférence que son adversaire arriverait à déceler, s'il a, à la fois, beaucoup de finesse et beaucoup de mémoire?

« Si, d'autre part, le joueur a une mémoire suffisante et une attention assez soutenue pour dénombrer tous les choix qu'il a faits depuis le début de la partie, n'est-il pas à craindre que, lorsque les choix des nombres pairs seront en sensible majorité, il n'éprouve le besoin de réagir et d'augmenter la proportion des choix de nombres impairs? Si son adversaire a constaté cette tendance vers l'équilibre, il devra s'attendre à des choix impairs plus nombreux lorsque les choix des nombres pairs auront été en majorité sensibles et il pourra agir en conséquence et s'assurer ainsi des avantages certains.

« On voit combien le problème qui consiste à imiter le hasard est délicat et l'on peut se demander s'il peut vraiment être résolu par des méthodes et des règles purement rationnelles dans lesquelles on ne fait pas intervenir, sous une autre forme, le hasard que l'on a prétendu éliminer. (J'ai indiqué dans une communication à l'Académie des Sciences la démonstration du fait que l'esprit humain ne peut pas imiter le hasard). »

Une série de 82 sujets de vingt-deux à quarante-cinq ans, candidats à des postes variés dans l'industrie et dans le commerce, a été soumise à un test spécial ajouté à l'ensemble des tests psychologiques de la batterie habituelle de l'examen d'orientation (le passage de ces derniers tests dans les examens

---

(1) P. I.96-2 et I.96-3.

d'orientation durant environ huit heures). En ce qui concerne ce test spécial, les sujets, examinés individuellement, ont reçu les consignes suivantes :

« Vous allez écrire, à la suite, sur votre feuille, toutes les valeurs de 0 à 10 qui vont vous venir à l'esprit. Vous devez écrire ces chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,.9 et 10, comme si vous les tiriez d'un sac qui contiendrait un grand nombre de boules numérotées de 0 à 10. »

Voici un exemple : 8, 2, 6, 9, 9, 10, 8, 6, 4, 7, 3, 2, 0, 9, 2, 0, 7, 4, 9, 10, 7, 5, 4, 6, 1, ...c'est-à-dire une suite de chiffres écrits au hasard comme si on les tirait d'un sac comme au jeu de loto.

Vous devez en écrire le plus possible pendant les 3 minutes qui vous sont laissées.

Le dépouillement de la série de chiffres résultant du test s'est attaché à faire apparaître une relation de dépendance dans la succession des termes, dépendance qui est complète quand les termes successifs correspondent à la suite naturelle 0, 1, 2..., 10 (c'est-à-dire pair, impair, pair, impair, pair, etc..) ou encore quand le sujet écrit une série régulière 2, 4, 6, 8, 10, dans un sens croissant ou dans un sens décroissant.

En effet, par rapport à un tirage au hasard dans une urne où les boules numérotées de 0 à 10 seraient en nombre illimité, le « tirage » opéré par le sujet testé est sous-tendu par un facteur de contrôle intellectuel et par un facteur de mémoire qui relient par exemple la quatrième valeur tirée à la troisième, la troisième à la deuxième, en une chaîne continue et, plus généralement, la N^e à la N^e — 1, elle-même liée à la N^e — 2, etc...

Il y a donc un double conditionnement du terme que le sujet va écrire : d'une part, ce sujet cherche constamment à rompre tout système régulier apparaissant dans la fenêtre que sa conscience claire et sa mémoire ouvrent dans un sens antérograde sur les 4 ou 5 derniers termes écrits de la suite qu'il développe et, d'autre part, il cherche à user équitablement de chacune des 11 valeurs de 0 à 10 (il y a donc un contrôle sur les fréquences : lorsque le sujet prend conscience de l'oubli systématique de la valeur 3, par exemple, il réagit souvent, et avec plus ou moins de nuances, en écrivant une certaine quantité de 3 groupés assez étroitement, dans la suite de sa série).

C'est là du moins la double attitude du sujet qui a la « mentalité probabiliste » et l'expérience montre qu'il y a toute une série de degré dans cette attitude : les sujets qui ne recherchent ni la rupture des systèmes stéréotypés qui se forment dans le sens des schèmes appris, ni une répartition équitable des valeurs, ceux qui réagissent par des séries banales 3, 5, 7, 9, 10, 9, 8, 6, 4, 5, 6, 7, 8..., par exemple, sont évidemment à l'opposé de cette mentalité.

Notre but est, maintenant, de montrer qu'il existe dans les faits une partie de la population qui peut imiter le hasard alors qu'une autre partie en est incapable.

La comparaison entre deux sondages — l'un effectué sur des Européens, l'autre effectué sur des Africains évolués — montrera des différences significatives du point de vue de la participation de ces populations à la mentalité probabiliste qui semble être l'apanage des sociétés modernes.

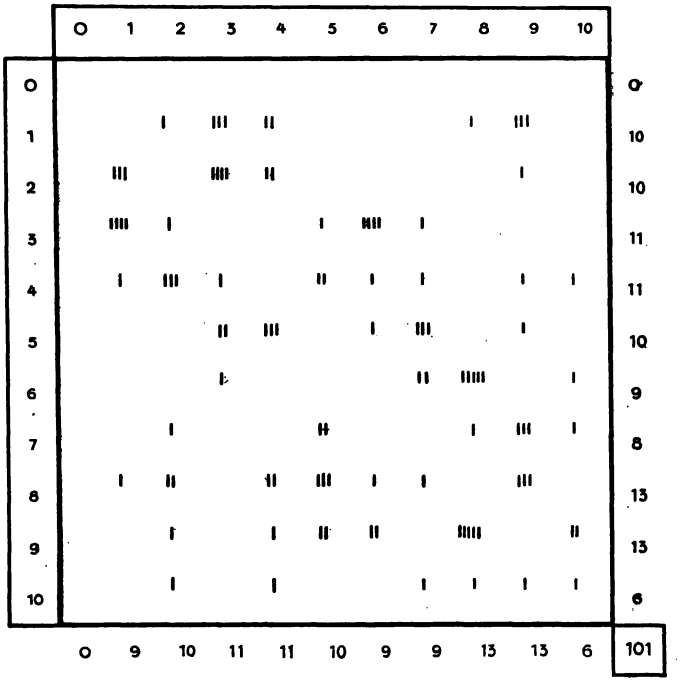
Nota. — Le jeu de pair ou impair consiste pour l'un des joueurs à deviner la nature paire ou impaire du nombre obtenu par l'autre joueur d'après le résultat secret d'un jet de dés ou d'un lancement d'une pièce.

Pour établir les relations de dépendance entre les termes successifs des séries de chiffres, nous avons été amené à faire appel à un coefficient de corrélation entre chacun des termes contigus de la série pris 2 à 2 et formés en paires qui chevauchent, laissant ainsi apparaître une corrélation continue.

Par exemple, dans la série qui suit, la corrélation est recherchée à l'aide des paires suivantes :

2, 7, 4, 9, 4, 8, 6, 5, 2, 8, 4, 3, 1, 7, ...
2- 7,
7- 4,
4- 9,
9- 4,
4- 8,
8- 6,
6- 5,
5- 2,
2- 8,
8- 4,
etc...

Pour faciliter le dépouillement des tests, les 100 premières paires correspondant aux 101 premières valeurs alignées par le sujet ont été seulement relevées.



La disposition de la table de corrélation permet de recueillir pour une analyse ultérieure la fréquence de chacun des chiffres employés.

Quelques expériences de contrôle ont montré préalablement le bien fondé du coefficient de corrélation comme instrument, dans notre étude.

Des numéros de téléphone ont été relevés dans l'annuaire : listes par rue et listes alphabétiques. Les paires ont été constituées en alignant tous les chiffres des numéros dans l'ordre de lecture, soit Dan. 33-37; Dan. 16-18; Dan. 82-36, qui devient 3-3; 3-3; 3-7; 7-1; 1-6; 6-1; 1-8; 8-8; etc...

Comme il fallait s'y attendre, évidemment, l'attribution d'un numéro de téléphone étant indépendante du nom de l'abonné (liste alphabétique) ou de la place de l'immeuble dans la rue, et étant donné qu'enfin il n'y a aucune raison pour que les parties chiffrées des numéros d'un même immeuble soient liées entre elles, les corrélations obtenues se sont montrées pratiquement nulles et non significatives (pour P = 0,05);

Par exemple :

$$r = -0{,}08 \pm 0{,}099.$$
$$r = \ \ 0{,}02 \pm 0{,}099.$$
$$r = \ \ 0{,}03 \pm 0{,}099.$$
$$r = \ \ 0{,}16 \pm 0{,}091.$$

De même avec le matériel numérique du test de Kraepelin (série de chiffres à barrer électivement sur quatre pages de chiffres alignés au hasard) on obtient sur deux échantillonnages du test (1re et 2e pages) :

$$r = 0{,}11 \pm 0{,}08 \text{ (calculé avec plus de 100 paires)}$$
$$r = 0{,}07 \pm 0{,}099.$$

Inversement, en établissant une série stéréotypée ondulatoire du genre : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2..., on aboutit à un coefficient hautement significatif :

$$r = 0{,}94 \pm 0{,}011.$$

Sur les 82 sujets européens dont il a été parlé, le décalage ci-dessous laisse bien voir tous les degrés de la dispersion des valeurs de *r* :

CLASSES	VALEUR DE *r*	
I	1er.	0,002
	à	
	9e	0,038
II	10e.	0,041
	à	
	18e.	0,072
III	19e.	0,08
	à	
	27e.	0,11
IV	28e.	0,12
	à	
	36e.	0,20
V	37e.	0,21
	à	
	46e (1)	0,26
VI	47e.	0,28
	à	
	55e.	0,35
VII	56e.	0,36
	à	
	64e.	0,39
VIII	65e.	0,40
	à	
	73e.	0,54
IX	74e.	0,57
	à	
	82e.	0,76

(1) Pour des raisons de commodité, $\frac{82}{9}$ étant égal à 9 × 9 + 1, l'unité supplémentaire a été ajoutée à l'effectif de la classe centrale.

On voit que les valeurs de r sont largement distribuées, mais le coefficient n'étant significatif que pour $r = 0{,}20$ avec une erreur standard de $\pm$ 0,095, il y a donc environ 44 % de la population testée dont les résultats imitent ceux que l'on aurait pu obtenir par hasard dans une expérience de tirage de boules. Au delà de $r = 0{,}20$, il devient de plus en plus improbable que les liaisons qui existent dans les suites numériques alignées par les sujets puissent être imputées au hasard.

Dans l'expérience de Bangui en Oubangui-Chari (1), portant sur des Africains évolués — 29 élèves-instituteurs en stage de formation à l'École des Missions, — la mise en tableau fait ressortir un décalage d'environ 20 % (vers le haut) de la valeur-limite $r = 0{,}20$ du coefficient africain comparé à celui des Européens; c'est-à-dire que lorsque les Européens imitent le hasard dans la proportion de 44 %, les Africains ne l'imitent plus que dans la proportion de 22 % au maximum.

CLASSES	VALEUR DE r
I	0,036 0,060
II	0,076 0,16
III	0,22 0,25
IV	0,26 0,29
V	0,31 0,34
VI	0,35 0,39
VII	0,42 0,46
VIII	0,47 0,59
IX	0,62 0,70

De plus, la moyenne des écarts de classe dans les deux tableaux montre que la dispersion européenne est plus étalée. L'écart moyen (moyenne des écarts des extrêmes des classes I à IX, dans chaque étalonnage) converti en z (2) donne :

Écart moyen de classe : Européens $z = 0{,}0983$
Écart moyen de classe : Oubanguiens $z = 0{,}0662$.

(1) Voir, à ce sujet, *Bulletin de la Société de Statistique*, numéro de septembre-octobre 1949 : « Une étude sociologique des populations noires de l'Oubangui-Chari à l'aide de tests anthropobiologiques et psychologiques. »
et *Bulletin de l'Amicale des Anciens Élèves de l'École d'Organisation Scientifique du Travail*, 57, rue de Babylone-Paris; numéro de mars 1951 : « Le Centre-Pilote de formation et d'entraînement professionnels accélérés de Bangui. »

(2) Pour obtenir des écarts comparables d'une classe à l'autre, dans un même étalonnage, nous avons utilisé la méthode du coefficient de corrélation transformé selon Fischer (r en z).

La différence de l'une à l'autre population est significative (1) si $\Delta = 2$ fois l'erreur standard de z :

$z_e - z_a = \Delta = 0{,}0321 \pm 0{,}0068$, soit plus de 4,7 fois l'erreur standard.

Il est intéressant de rechercher si le coefficient moyen (médiane de la 5e classe dans l'étalonnage) diffère significativement de l'une à l'autre population.

	EUROPÉENS	AFRICAINS
r extrêmes de la classe V	0,21 0,26	0,31 0,34
r moyen de la classe V transformé en z.	0,2395	0,3370

Différence entre z moyen chez les Européens et chez les Oubanguiens :

$$z_e - z_a = 0{,}0975 \pm 0{,}0068,$$

d'où Δ est hautement significatif.

Dans un tirage au hasard opéré dans une urne où des boules marquées de 0 à 10 sont en nombre illimité, les probabilités d'apparition de chaque valeur sont équivalentes. Ce n'est plus du tout ce qui se produit pour la dispersion de 11.733 valeurs de 0 à 10 obtenues dans les conditions du test en cause. Le calcul de $X^2 \left(= \frac{256.462}{1.066} = 240{,}5\right)$ donne une probabilité pratiquement nulle de trouver par hasard une telle dispersion pour un tirage d'urne :

Série européenne :

Valeurs :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquences :	544-	1029-	1207-	1264-	1250-	1060-	921-	1346-	1117-	1178-	817

$= 11.733$; $\overline{m} = 1.066{,}6$.

Il est nettement indiqué que les valeurs 0 et 7 jouissent de propriétés particulières.

Il semble que ces propriétés soient d'ordre psychologique : en effet le 0 n'est pas une valeur qui se place dans la continuité numérique 1, 2, 3, 4, 5..., et, de plus, le 0 est riche de tout un contenu affectif (négation, néantisation, multiplication) que n'ont pas les autres chiffres; c'est aussi une notion qui pose des problèmes, rien n'est plus surprenant en effet pour un enfant de découvrir que n'importe quel nombre multiplié par 0 égale rien. Quant au 7, c'est la valeur par laquelle on répond le plus fréquemment à la question : « Donnez

(1) On prend pour erreur standard de la différence entre deux z

$$\sqrt{\frac{1}{N_1 - 3}} + \sqrt{\frac{1}{N_2 - 3}}$$

avec $N_1 = 100 \times 82$ et $N_2 = 100 \times 29$, puisque les coefficients de corrélation pour chacun des 82 et des 29 sujets testés ont été calculés sur 100 paires de résultats, soit 29 fois 100 paires et 82 fois 100 paires.

un nombre compris entre 0 et 10 », car on lui attribue des qualités bénéfiques dans la superstition courante et dans les doctrines ésotéro-numériques, etc... Cette croyance subconsciente qui persiste est, d'ailleurs, peut-être, une trace de notre animisme ancestral que recouvre sans l'étouffer tout à fait notre culture rationaliste.

Dans les populations où notre système de numération décimale a été récemment introduit — populations où l'on comptait jadis comme à Bangui dans des systèmes à base 5 ou à base 7 — les contenus psychologiques qui s'attachaient aux valeurs des anciens systèmes 5 ou 7 ne sont plus transposables dans le nouveau système décimal sans l'introduction de rapports fractionnaires contraires à la règle psychologique de perception des rapports simples.

Dans la dispersion suivante de 2.881 valeurs relevées sur les tests des Oubanguiens, dont il a été parlé, aucune différence valable entre les fréquences de 0, de 1, de 2, de 3, etc... n'apparaît. Et pratiquement tout se passe comme si ces valeurs — au point de vue de leurs fréquences d'apparition — étaient tirées de l'urne sans aucune préférence (1) alors que l'emploi qui en est fait dans le test sous la forme de suite numérique démontre au contraire dans l'esprit des opérateurs une structure stéréotypée qui amène les séries à tourner autour de la suite naturelle ou de tout autre système régulier, à l'encontre des séries de hasard.

Série oubanguienne :

Valeurs :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquences :	280	251	266	267	275	254	242	268	309	254	215

$= 2.881$; $\overline{m} = 261{,}9$

Il est intéressant de comparer une autre dispersion de valeurs de 0 à 10 obtenue comme les précédentes par des moyens humains, — dispersion dans laquelle les valeurs sont en réalité des notes attribuées sur le critère de la sympathie ou de l'antipathie, par les sujets testés, à des mots classés par ordre alphabétique et se rapportant à divers ordres de références (listes de couleurs, listes de matières, listes de métiers masculins et de métiers féminins, listes d'animaux, listes de notions éthiques, etc... (2). Dans ce cas, les notes de 0 à 10 traduisent essentiellement des attitudes subjectives — intensités d'amour,

---

(1) Dans cette série oubanguienne $X^2 = 21$ est cependant faiblement significatif, mais cesse de l'être si on fait le calcul sur les 10 premières valeurs en exceptant 10 dont la fréquence plus rare provient peut-être d'une difficulté d'emploi pour des Africains à cause des 2 signes qui le représentent — difficulté qui n'existe pas chez les Français de la métropole chez lesquels ce système de valeur est normalement intégré. Si cependant on calcule X^2 dans la série européenne en éliminant la fréquence des 10, le résultat reste encore très nettement significatif.

(2) Voici les consignes de l'un de ces tests caractériels connus sous le nom de *Listes d'Annotations de Léone Bourdel :*

« Les couleurs ci-dessous sont rangées par ordre alphabétique. Mettez une note de 0 à 10 en face de chacune d'elles, suivant le degré de sympathie que vous éprouvez pour elle ou pour l'idée qu'elle éveille en vous.

« Barrez ensuite les 5 couleurs que vous aimez le moins et faites une croix devant chacune des 5 couleurs que vous aimez le plus. »

Une étude détaillée du mécanisme psychologique engagé dans ces batteries de tests fera peut-être l'objet d'un travail ultérieur, le dépouillement statistique des documents étant extrêmement long.

intensités de haine.— On doit donc s'attendre à trouver une tendance centrale dans la dispersion.

Sur 23.143 notes dépouillées, on constate :

Série : Choix de couleurs :

Valeurs :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquences :	1381	1090	2095	2070	2617	3175	2841	2757	2609	1409	1106

$= 23.143$; $\overline{m} = 2.103,9$

Des premiers résultats qui se dégagent de la corrélation de *r* avec des facteurs tels que l'âge, et tels que la culture, deux éléments semblent valables et peuvent servir d'hypothèse à un travail plus approfondi et plus étendu.

1° La « mentalité probabiliste » paraît pour une part en relation inverse avec l'âge, le coefficient de corrélation augmentant, à culture égale, chez les sujets plus âgés de l'échantillonnage;

2° Elle paraît pour l'autre part en relation directe avec la culture, *r* diminuant chez les sujets les plus cultivés, à conditions d'âge égales. Les coefficients les plus faibles ont été obtenus par des psychologues, des polytechniciens, des étudiants préparant une licence, etc..., alors que les plus élevés l'ont été par des agents techniques, des représentants de commerce, des ouvriers spécialisés, des femmes sans profession, etc...

On remarquera que dans la série oubanguienne où les écarts de classe sont plus réduits que dans la série européenne, c'est l'unité de culture, bien plus encore que l'unité d'âge, qui peut être désignée comme responsable de cette plus grande homogénéité : mêmes établissements scolaires fréquentés depuis huit ou dix ans (Écoles missionnaires), même orientation sociale et confessionnelle dans une même continuité d'ambiance, mêmes professeurs depuis le début de la scolarité (les Pères restent parfois vingt ou vingt-cinq ans sans quitter leurs postes), mêmes méthodes pédagogiques, même vie au village, etc..., alors que l'échantillon des Européens comprend une grande diversité de cultures.

Quoi qu'il en soit des confirmations ultérieures de ces hypothèses, il paraît acquis que, dans une population assez large, il se trouvera toujours une majorité d'individus incapables d'imiter le hasard, mais qu'il existera toujours, par ailleurs, aussi, une minorité qui, réduite aux seuls moyens humains, sera en mesure d'imiter le hasard.

Enfin, il paraît intéressant de rechercher, dans une étude qui reste à engager, comment le comportement des individus peut se trouver affecté par cette attitude intellectuelle complexe — qui déborde d'ailleurs le cadre des aptitudes intellectuelles proprement dites — et que nous avons baptisée « mentalité probabiliste ».

Jacques Geneyay.