JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

M. ALLAIS

Taux d'intérêt, période de production et répartition des facteurs primaires de production

Journal de la société statistique de Paris, tome 90 (1949), p. 441-458

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1949__90__441_0>

© Société de statistique de Paris, 1949, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

VI

VARIÉTÉ

Taux d'intérêt, période de production et répartition des facteurs primaires de production.

La présente étude se propose d'étudier la *répartition des facteurs primaires de production* (travail et sol) *aux différents stades du cycle productif en fonction du taux d'intérêt ainsi que la liaison de cette répartition avec les valeurs du revenu et de l'équipement national dans le cas d'une économie concurrentielle en équilibre.*

1° *Période d'un procès de production.*

Soit A une production disponible à l'instant t_0 et qui a nécessité directement ou indirectement pour sa production des dépenses de *facteurs primaires* de production (travail et terres) Δ_{-q}, ..., Δ_{-p}, ..., Δ_{-1}, Δ_{-0} (1) par unité de temps aux instants t_{-q} ...., t_{-p}, ... t_{-1}, t_{-0}.

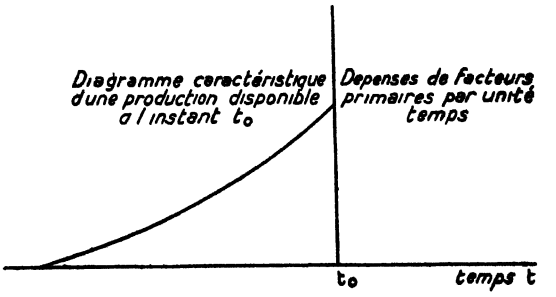


Fig (1)

On peut représenter, avec des paramètres continus, le procès de production ainsi considéré par un diagramme représentant la distribution dans le temps de la valeur globale :

$$\Delta = \Sigma \Delta_{-p} \tag{1}$$

des valeurs des facteurs primaires de production employés, que l'on peut appeler *valeur originaire* de la production A.

Dans ces conditions, si le taux d'intérêt discontinu est I, la valeur V à l'instant t_0 de la production A *dans un équilibre concurrentiel* sera égale à la somme des dépenses effectuées (dépenses originaires + intérêts) soit :

$$V = \Sigma (1 + I)^p \Delta_{-p} \tag{2}$$

Il est commode de caractériser ce procès de production par l'éloignement

(1) Ces dépenses évaluées compte tenu des prix unitaires respectifs, correspondent donc à des salaires et à des rentes foncières

moyen pondéré Θ dans le temps de la fourniture des facteurs primaires de la production. On aura ainsi :

$$\Theta = \frac{\Sigma\,(t_0 - t_{-p})\,\Delta_{-p}}{\Sigma\,\Delta_{-p}} \tag{3}$$

La durée Θ représente le temps moyen qu'il faut attendre après la fourniture des facteurs primaires de production pour obtenir le produit définitif. Elle caractérise donc la durée moyenne de la production et nous l'appellerons *période de production.*

Il est visible que, dans un régime permanent (2), la valeur originaire du capital employé dans un procès donné est d'autant plus grande que la période Θ est plus élevée (3). On peut donc considérer la période Θ comme caractéristique du degré d'emploi du capital.

2° *Période de production et taux d'intérêt.*

Comme, d'une manière générale, un facteur de production est d'autant moins employé qu'il est plus cher et que le prix d'un facteur de production (X_{-q}) fourni à l'instant t_{-q} à un prix x_{-q}, est égal à $x_{-q}\,(1 + I)^q$ à l'instant t_0, on voit que le facteur (X_{-q}) sera d'autant moins employé pour la production (A_0) que le taux d'intérêt I sera plus élevé.

Il en résulte que, si le taux d'intérêt est élevé, les facteurs de production éloignés seront relativement peu employés par rapport aux facteurs de production rapprochés et inversement. On voit ainsi que la période de production et, par suite, le degré d'emploi du capital seront d'autant moins grands que le taux d'intérêt est plus élevé.

On voit encore que, lorsque le taux d'intérêt s'élève, les procès de production sont remplacés par des procès plus courts et que ce raccourcissement est d'autant plus sensible que les procès considérés sont plus longs.

Si l'on considère, par exemple, la production de service de logement, ces indications signifient que les constructions seront d'autant plus durables, c'est-à-dire

---

(2) Dans un régime permanent, les différents prix et les paramètres collectifs de quantité restent constants dans le temps.

Dans un tel régime permanent, les structures psychologique et technique sont supposées rester identiques à elles-mêmes dans le temps. Le nombre des individus de chaque catégorie est supposé ne pas varier et les goûts et les besoins correspondant à chaque catégorie restent invariables. Les techniques de production restent également inchangées et il n'y a pas de progrès technique.

Au cours d'une même période, disons une année, les mêmes biens font le même chemin. Sur le produit total, la fraction juste nécessaire pour reconstituer les capitaux matériels au fur et à mesure de leur usure est prélevée; le reste est consommé.

De période en période, la vie de cette économie se poursuit « aujourd'hui » reproduisant « *hier* » et « *demain* » reproduisant « *aujourd'hui* ». Cette vie, dont le risque économique est exclu, se déroule en un circuit qui se répète sans qu'une évolution en vienne déplacer le cours. Elle correspond à des emplois optima, pour des structures psychologique et technique données, des biens directs et indirects, obtenus après des tâtonnements initiaux.

Les régimes permanents peuvent être considérés comme constituant une première approximation de l'économie réelle, dans les périodes de stabilité économique tout au moins. En effet dans la plupart des secteurs et pour des périodes pouvant comprendre plusieurs années, les consommations et les productions restent sensiblement constantes et de même nature. Tel est, par exemple, le cas de la production de houille, d'électricité, de la consommation de pain, de vin, etc... dans un pays donné.

(3) Cette propriété sera précisée plus loin.

bâties en matériaux d'autant plus solides, que le taux d'intérêt sera moins élevé (4). Ainsi, dans les pays neufs où le taux d'intérêt a normalement des valeurs beaucoup plus élevées que dans les pays déjà évolués, les constructions ont généralement un caractère plus éphémère; les baraquements et les installations de fortune dominent. Il en est encore de même dans les pays dévastés par la guerre.

3° *Revenu originaire national.*

Nous appellerons revenu originaire national et nous désignerons par $R_{N\omega}$ la somme des valeurs des facteurs primaires de production utilisés par unité de temps dans toute l'économie à un instant donné.

A l'équilibre et dans un régime permanent, ce revenu est constant et égal à la somme des salaires et des rentes foncières. En désignant respectivement ces deux éléments par R_s et R_r, on a alors :

$$R_{N\omega} = R_s + R_r \tag{4}$$

En première approximation, on peut considérer que le quotient du revenu originaire d'un régime permanent par la valeur du salaire de base, que l'on peut appeler sa valeur salariale est indépendant du volume de l'équipement et par suite du taux de l'intérêt qui le caractérisent (5) (6).

---

(4) Il est facile de s'en rendre compte d'une manière légèrement différente.
Soient deux constructions rendant des services comparables mais d'une durée inégale de n_1 et de n_2 années. Soient a'_1 et a'_2 leurs prix de revient respectifs. Si le régime est permanent et si a est le prix du service rendu chaque année par ces constructions, leurs valeurs actuelles sont respectivement :

$$a_1 = \frac{a}{(1+I)} + \ldots\ldots + \frac{a}{(1+I)^{n_1}} \tag{1}$$

$$a_2 = \frac{a}{(1+I)} + \ldots\ldots + \frac{a}{(1+I)^{n_2}} \tag{2}$$

On voit que :

$$a_2 - a_1 = \frac{a}{(1+I)\,n_1 + 1} + \ldots\ldots + \frac{a}{(1+I)^{n_2}} \tag{3}$$

Si le taux d'intérêt est élevé, on voit alors que la différence $(a_2 - a_1)$ sera faible et insuffisante pour couvrir le supplément de dépenses nécessaires pour porter la durée des constructions de n_1 à n_2 années.
Si, par exemple, on a $n_1 = 25$ et $n_2 = 50$ et si le taux d'intérêt est de 10 %, on a :

$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{9{,}91 - 9{,}09}{9{,}09} = 0{,}09 \# \frac{1}{10} \tag{4}$$

Ainsi, pour un taux de 10 %, la valeur actuelle des services considérée n'augmente que d'environ 1/10 lorsque la durée passe de 25 à 50 ans, alors qu'on se rend compte que l'augmentation du coût de construction est bien plus considérable.
Si on avait $n_1 = 50$, $n_2 = 100$, on trouverait, pour $1 = 10$ % :

$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{9{,}99 - 9{,}91}{9{,}91} = 0{,}008 \# \frac{1}{100} \tag{5}$$

La différence relative des valeurs actuelles ne serait donc plus que de 1/100. Elle serait donc certainement sans rapport avec l'augmentation relative du coût de construction.
(5) Indiquons simplement ici que si A (XY ... Z) représente une fonction de production, on peut regarder le rapport des prix y/x des facteurs (Y) et (X) égal, en régime concurrentiel, au rapport A'_y / A'_x, comme peu variable avec la quantité Z employée du facteur (Z).
(6) Tous les calculs qui suivent seront, en fait, effectués en valeur salariale.

4° *Répartition du revenu originaire national entre les différents stades de la production.*

Pour l'ensemble de l'économie, la répartition du revenu originaire pendant l'unité de temps et à une époque donnée entre les différents stades de la production peut naturellement se représenter par un diagramme analogue à celui relatif à une production donnée.

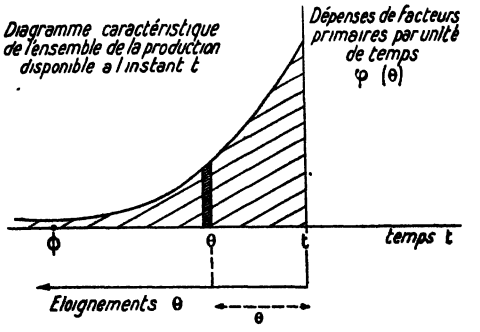


Fig. (2)

Nous désignerons par $\varphi(\theta)$ la quantité de revenu originaire qui est dépensée par unité de temps, θ unités de temps avant l'instant t où la production *correspondante* est achevée et disponible pour la consommation finale (7).

Par définition, la fonction $\varphi(\theta)$ caractérise ainsi la répartition dans le passé de la valeur originaire de la production consommable (8) disponible à l'instant t (9).

Si le régime est permanent, on aura alors :

$$R_{N\infty} = \int_0^{+\infty} \varphi(\theta)\, d\theta \quad (10)\ (11) \tag{5}$$

Cette relation exprime que l'aire hachurée limitée par la courbe caractéris-

(7) Précisons ici qu'en ce qui concerne les maisons, la production consommable envisagée est non pas celle des immeubles, mais celle des services de logement qui seuls peuvent être consommés immédiatement et directement.

(8) Par unité de temps.

(9) Et cela, que le régime considéré soit ou non permanent.

(10) Pour la généralité, nous supposons que la courbe caractéristique s'étend jusqu'à l'infini, mais, dans la réalité, il n'en est pas nécessairement ainsi. En fait, nous pensons qu'au delà d'une certaine valeur de 0, la fonction caractéristique peut être considérée comme nulle.

(11) Il est facile de s'en rendre compte sur un exemple simple. Supposons qu'il n'y ait qu'un seul procès de production divisé en trois stades d'une année chacun. Les quantités de facteurs primaires utilisées pendant chacun de ces stades sont respectivement représentées par les rectangles S_1, S_2, S_3. A la fin de chaque annee une partie des produits est achevée, une autre partie est à l'état de produits demi-finis et doit encore être transformée pendant une année, une troisième partie, enfin, est à l'état de matières premières. Le régime étant permanent, on peut représenter l'ensemble du régime productif par trois diagrammes caractéristiques identiques, mais décalés chacun d'une année (voir ci-contre). On a naturellement :

$$R_{N\infty} = 0_1\, M_1 + 0'_2\, M'_2 + 0''_3\, M''_3 \tag{1}$$

et par suite :

$$R_{N\infty} = 0_1\, M_1 + \theta_2\, M_2 + 0_3\, M_3 \tag{2}$$

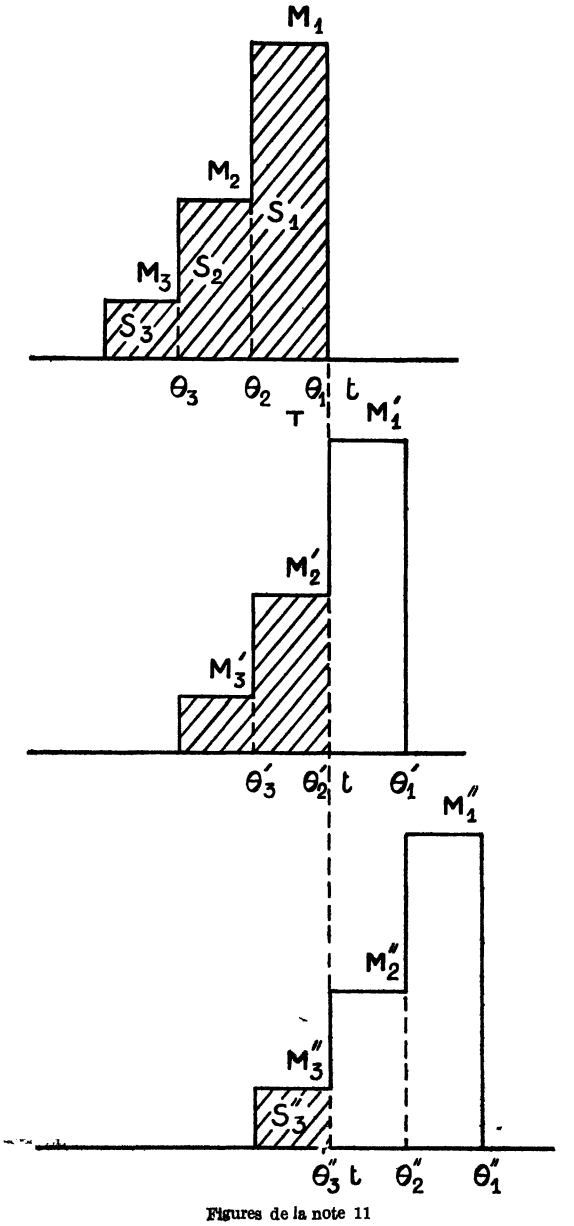
On vérifie ainsi que le revenu national originaire, somme des valeurs des facteurs primaires de production utilisés pendant l'année T précédant l'instant t, est égale à la valeur originaire de la production achevée à l'instant t.

tique est égale au revenu national originaire et que, par suite, la fonction $\varphi(\theta)$ caractérise également la répartition à un instant donné du revenu national originaire entre les différents stades de la production.

Nous appellerons donc cette fonction « fonction caractéristique » et sa courbe représentative « courbe caractéristique ».

5° *Allure de la fonction caractéristique.*

On peut considérer qu'en moyenne la fonction caractéristique $\varphi(\theta)$ est dans les conditions actuelles une fonction décroissante de θ. D'une part, en effet, l'existence, dans les conditions actuelles, d'un taux d'intérêt positif a pour effet



Figures de la note 11

de rendre plus chers les facteurs primaires de production plus éloignés et, par suite, de diminuer relativement leur emploi, et, d'autre part, et même si le taux d'intérêt était nul, on peut considérer qu'il en serait encore ainsi en raison du fait que nous avons des connaissances *techniques* plus étendues sur les procès de production de période courte que sur ceux de période longue (12).

6° *Période de production nationale.*

Nous appellerons période de production nationale et nous désignerons par Θ_N l'éloignement moyen des différentes dépenses de facteurs primaires concourant à la formation du revenu national de l'instant t. On aura ainsi :

$$\Theta_N = \frac{\int_{0}^{+\infty} \theta\, \varphi(\theta)\, d\theta}{\int_{0}^{+\infty} \varphi(\theta)\, d\theta} \qquad (6)$$ (13) (14) (15)

---

(12) Cela veut dire que si

$$A = A(\Delta_0, \Delta_{-1}, \ldots, \Delta_{-p}, \ldots, \Delta_{-r}, \ldots, \Delta_{-q}) \qquad (1)$$

représente la production obtenue à partir de dépenses originaires $\Delta_0, \Delta_{-1}, \ldots, \Delta_{-2}, \ldots, \Delta_{-q}$, on a en moyenne :

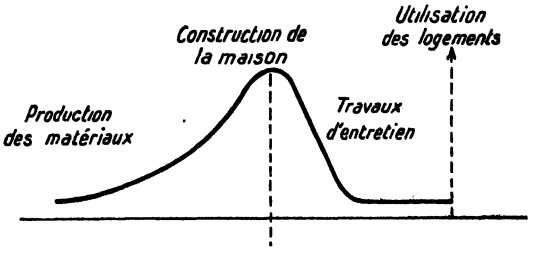
$$\frac{\theta\delta A}{\theta\delta \Delta_{-p}}(\Delta, \Delta, \ldots \Delta) > \frac{\theta\delta A}{\theta\delta \Delta_{-r}}(\Delta, \Delta, \ldots, \Delta) \text{ pour } p < r \qquad (2)$$

Autrement dit, pour une répartition égale des dépenses originaires, les fonctions de production peuvent être considérées en moyenne comme telles qu'une même dépense originaire supplémentaire donne un accroissement de production d'autant plus grand qu'elle est effectuée à un instant plus rapproché.

En fait, ce ne serait que si nos connaissances techniques étaient parfaites que la fonction caractéristique de la production nationale pour un taux d'intérêt nul pourrait avoir une forme quelconque. Mais, en réalité, nos connaissances techniques sont beaucoup plus étendues en ce qui concerne les procès courts pour deux raisons :

1° Les procès longs sont les plus complexes et sont en moyenne plus difficilement accessibles à la découverte.

2° Les procès longs ne peuvent être mis en évidence que par voie expérimentale. Or, pour cela, il faut disposer déjà de capitaux considérables. Il en résulte que la connaissance de l'efficacité des procès longs dépend de la mise en application *préalable* des procès moins longs.



Toutefois, du fait qu'en moyenne la courbe représentative de la fonction caractéristique peut être considérée comme ayant l'allure représentée sur la figure (2) du texte, il ne faudrait pas déduire qu'il en est ainsi pour toutes les productions. Ainsi, dans le cas de la production des services de logement examiné dans la note (7) ci-dessus, on peut considerer que la courbe caractéristique a l'allure ci-contre. On voit ainsi que les courbes particulières relatives à certains services peuvent notamment s'écarter de la courbe moyenne relative à l'ensemble de la production nationale.

(13) Comme le lecteur pourra facilement s'en assurer, la période de production nationale ainsi définie n'est autre que la moyenne des périodes des différents procès de production pondérée suivant les fractions du revenu national originaire qui leur sont respectivement consacrées.

(14) Il est à souligner que, compte tenu de la définition de la fonction $\varphi(\theta)$, la définition donnée de la période nationale de production (relation (6) s'applique qu'il y ait régime permanent ou non.

(15) Il résulte naturellement de la définition de la fonction $\varphi(\theta)$ que la période de production nationale dépend des prix relatifs des différents facteurs de production. Ce n'est donc pas une notion physique mais une notion économique.

Il résulte de ce qui précède que la période de production nationale peut être considérée comme une bonne caractéristique de l'équipement capitalistique de l'économie.

7° *Variation de la répartition du revenu originaire avec le taux de l'intérêt dans un régime permanent.*

Comme le revenu national originaire peut être considéré en première approximation comme indépendant du taux de l'intérêt, la surface du diagramme caractéristique reste constante, lorsque le taux d'intérêt varie, et il résulte de ce qui précède que la courbe caractéristique se rapproche de l'axe des temps à droite et s'en éloigne à gauche lorsque le taux d'intérêt décroît (16), ainsi qu'il est indiqué sur la figure (3).

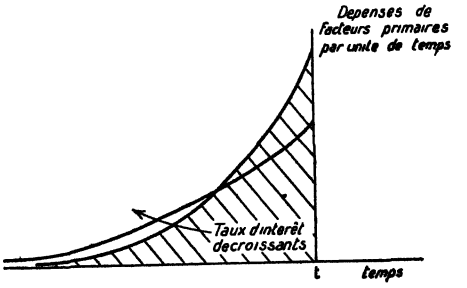


Fig. (3).

8° *Variation de la période de production nationale avec le taux d'intérêt dans un régime permanent.*

On voit ainsi que la période de production nationale croît lorsque le taux d'intérêt s'abaisse (fig. 4).

Très voisine de zéro pour les valeurs très élevées du taux de l'intérêt, elle est naturellement très grande pour des valeurs voisines de — 1 (17).

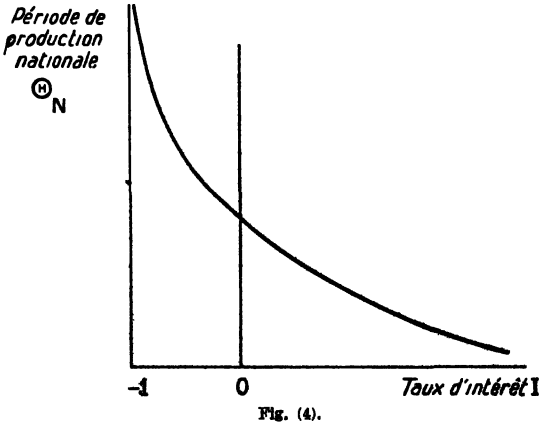


Fig. (4).

(16) Puisqu'alors les facteurs primaires de production éloignés deviennent relativement moins chers.

(17) Certains lecteurs pourront peut-être s'étonner de ce que nous considérons ici le taux d'interêt comme une variable alors que l'expérience montre qu'il est bien déterminé par les conditions de l'equilibre.

En fait, il convient de souligner ici que l'équilibre résulte du rapprochement des conditions

9° *Génération du revenu national dans un régime permanent.*

On sait que, dans un régime permanent, le revenu national a pour expression :

(7) $$R_N = R_C$$

où R_c représente le revenu consommé.

Comme les dépenses originaires qui interviennent dans le revenu R_N sont représentées par la fonction $\varphi(\theta)$ et que la valeur à l'instant t du revenu national originaire $\varphi(\theta)\, d\theta$ dépensé à l'instant $(t - \theta)$ est égale à $e^{i\theta}\varphi(\theta)\, d\theta$ (18), on a :

(8) $$R_N = R_C = \int_0^{+\infty} e^{i\theta}\varphi(\theta)\, d\theta \quad (19)$$

10° *Valeur du capital national mobilier dans un régime permanent.*

Le revenu national, à chaque instant, se compose d'une part du revenu national originaire et, d'autre part, de l'intérêt du capital national mobilier C_μ (20). On a donc :

(9) $$R_N = R_{N\infty} + i C_\mu$$

d'où

(10) $$C_\mu = \frac{R_N - R_{N\infty}}{i}$$

soit

(11) $$C_\mu = \int_0^{+\infty} \frac{(e^{i\theta} - 1)}{i} \varphi(\theta)\, d\theta$$

Cette relation donne ainsi la valeur du capital national mobilier en fonction de la fonction caractéristique $\varphi(\theta)$ (21).

11° *Capital national originaire.*

Nous appellerons capital national originaire et nous désignerons par $C_{\mu\infty}$ la valeur originaire du capital national mobilier C_μ. Par définition même, cette

---

d'ordre technique (secteur production) des autres conditions économiques (psychologies individuelles, régime de la propriété, intervention de l'État, etc...). Il est, dès lors, possible de considérer différents états d'équilibre correspondant tous à un même état de la technique, mais à des conditions psychologiques différentes ou à un degré variable d'intervention de l'État (sur le marché de l'épargne, par exemple). Dans de telles conditions, la période Θ_N de production apparaît bien comme une fonction du taux d'intérêt.

(18) Nous utilisons ici systématiquement dans les calculs le taux d'intérêt continu i, dont l'emploi est plus commode. Au contraire, sur les figures, nous utilisons le taux d'intérêt annuel payable annuellement d'usage plus courant. Rappelons qu'alors que la limite inférieure du taux d'intérêt continu est égal à $-\infty$, celle du taux d'intérêt annuel payable annuellement est égale à -1.

(19) Rappelons ici que le revenu national R égal en *régime permanent* au revenu consommé R_C n'est pas égal à la production finale totale de biens finis et qu'il lui est supérieur du montant des amortissements A égal lui-même au montant des investissements. Seuls interviennent donc dans le revenu national les produits *directement* consommables.

(20) Le capital national mobilier représente la valeur de tous les capitaux matériels autres que les terres.

(21) Il est possible de retrouver directement cette expression de C_μ par deux méthodes de calcul, beaucoup moins simples, mais dont l'intérêt pour la compréhension de la liaison entre le capital, le revenu et le taux d'intérêt est absolument fondamental.

a) *Première méthode.*

A l'instant t, le capital mobilier est la somme des valeurs auxquelles ont donné naissance

valeur n'est autre que ce que deviendrait la valeur du capital national si, toutes

---

les dépenses de facteurs primaires réalisées avant l'instant t et qui n'aboutiront à une production finale que pendant une période $(t + T, t + T + dT)$ posterieure à l'instant t.

La valeur originaire *dépensée avant l'instant t* de la production finale de valeur $R_N\, dT$ de la période $(t + T, t + T + dT)$ a pour valeur à l'instant t (fig. 1).

$$(1) \qquad dT \int_T^{+\infty} \varphi(\theta)\, e^{i(\theta - T)}\, d\theta$$

On a ainsi :

$$(2) \qquad C_\mu = \int_0^{+\infty} dT \int^{+\infty} \varphi(\theta)\, e^{i(\theta - T)}\, d\theta = \int\int_S \varphi(\theta)\, e^{i(\theta - T)}\, dT\, d\theta$$

où S représente l'aire limitée par l'axe O θ et la bisectrice O Δ de l'angle T O θ (fig. 2). En renversant l'ordre des intégrations, on a alors :

$$(3) \qquad C_\mu = \int_0^{+\infty} e^{i\theta}\, \varphi(\theta)\, d\theta \int_0^{\theta} e^{-iT}\, dT = \int_0^{+\infty} \frac{e^{i\theta} - 1}{i}\, \varphi(\theta)\, d\theta$$

On retrouve bien ainsi l'expression (11) du texte.

b) *Deuxième méthode.*

Le capital existant à l'instant t peut être également considéré comme la somme des valeurs à l'instant t des différents revenus originaires dépensés dans les périodes $(t - T, t - T - dT$ et qui ne serviront à une production finale que postérieurement à l'instant t (fig. 3 et 4).

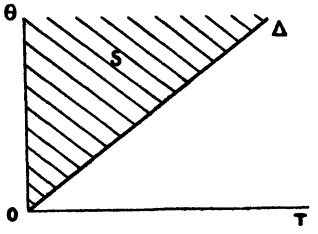


Fig. (1) de la note 21.

La partie du revenu originaire fourni pendant la période $(t - T, t - T - dT)$ qui servira à une production finale postérieure à l'instant t a pour expression :

$$(4) \qquad dT \int_T^{+\infty} \varphi(\theta)\, d\theta$$

et sa valeur à l'instant t est :

$$(5) \qquad e^{iT}\, dT \int_T^{\infty} \varphi(\theta)\, d\theta$$

de sorte que la valeur du capital national t à l'instant est finalement .

$$(6) \qquad C_\mu = \int_0^{+\infty} e^{iT}\, dT \int_T^{+\infty} \varphi(\theta)\, d\theta = \int\int_S e^{iT}\, \varphi(\theta)\, d\theta\, \bar{d}T$$

$$= \int_0^{+\infty} \varphi(\theta)\, d\theta \int_0^{\theta} e^{iT}\, dT$$

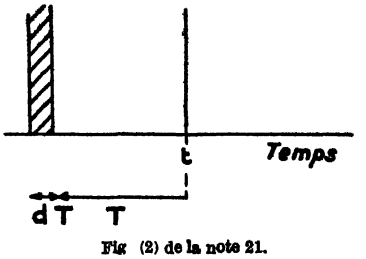


Fig (2) de la note 21.

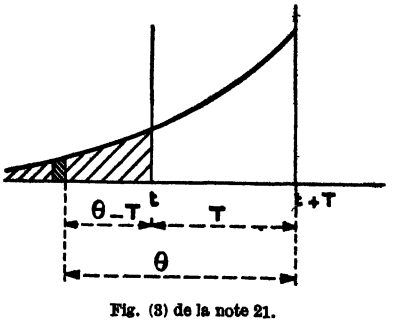


Fig. (3) de la note 21.

soit finalement :

$$(7) \qquad C_\mu = \int_0^{+\infty} \frac{e^{i\theta} - 1}{i}\, \varphi(\theta)\, d\theta$$

choses égales d'ailleurs (22), le taux d'intérêt devenait nul. D'après la relation (11), on a alors :

$$C_{\mu\,\omega} = \int_0^{+\infty} \theta\, \varphi(\theta)\, d\theta \quad (23)\ (24) \tag{12}$$

soit, compte tenu des relations (3) et (6) :

$$C_{\mu\,\omega} = \Theta_N\, R_{N\,\omega} \tag{13}$$

On voit ainsi que le capital national originaire est égal au produit du revenu national originaire par la période moyenne de production (25).

Comme le revenu national originaire peut être considéré comme constant et que la période nationale de production est une fonction décroissante du taux d'intérêt I, on voit que le capital originaire est lui-même une fonction décroissante du taux d'intérêt I. En fait, la courbe représentative de la relation reliant le capital et le taux d'intérêt I peut indifféremment être regardée comme celle de la demande totale du capital originaire à l'équilibre en fonction du taux de

---

On retrouve encore bien l'expression (11) du texte.

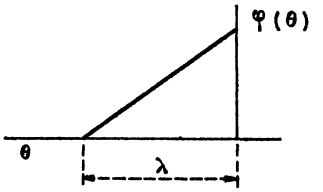


Fig. (4) de la note 21.

(22) Notamment la fonction $\varphi(\theta)$.

(23) Rappelons que l'on a $\lim_{i=o} \left(\frac{e^{i\theta} - 1}{i}\right) = \theta$

Le second membre de la relation (11) tend donc bien vers le second membre de la relation (12) lorsque le taux d'intérêt tend vers zéro.

(24) Il est facile de retrouver directement cette relation dans le cas particulier étudié dans le renvoi (11) ci-dessus.

On voit, en effet immédiatement que le capital originaire $C_{\mu\,\omega}$ à la fin de l'année t est égal à la somme des surfaces hachurées de la figure (1) de ce renvoi. On a donc :

$$C_{\mu\,\omega} = S_1 + 2\,S_2 + 3\,S_3$$

ce qui n'est autre que la relation (12) écrite en termes discontinus. Dans le cas général, des raisonnements identiques à ceux utilisés dans la note (21) ci-dessus permettraient de retrouver sans difficulté la relation (12).

(25) Si l'on désigne par M la quantité de monnaie, par Φ le flux des dépenses par unité de temps dans une économie monétaire utilisant une monnaie circulante et par T la période moyenne de séjour de la monnaie dans les encaisses, la relation quantitative s'écrit :

$$M = T\,\Phi$$

On voit ainsi quelle analogie existe entre la relation entre le capital originaire et le revenu originaire et la relation quantitative.

Toutefois, alors qu'en prenant comme unité de temps l'année, la période T a des valeurs de l'ordre de 1/10 à 1/100, la période Θ_N a des valeurs de l'ordre de 5 à 10. Il en résulte qu'alors que la somme des encaisses est très inférieure au flux des dépenses annuelles, le capital originaire est, au contraire, bien supérieur au revenu originaire.

l'intérêt (fig. 5) (26) ou comme celle de la productivité marginale du capital (27) en fonction du capital originaire (fig. 6).

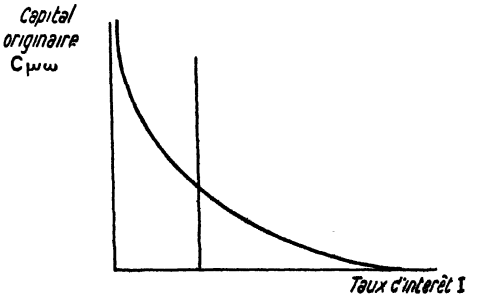


Fig. (5)

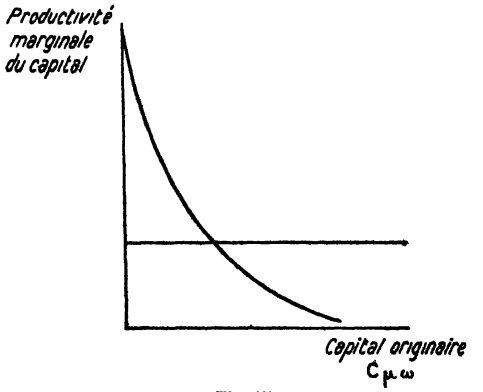


Fig. (6)

12° *Mesure approchée de la période nationale de production dans un régime permanent.*

Il est facile de donner des formules approchées permettant de calculer la période de production.

a) *A partir du revenu national et de ses éléments.*

D'après la relation (8), on a :

$$R_N = \int_0^{+\infty} \left(1 + i\theta + \frac{i^2\theta^2}{2} + \ldots\right) \varphi(\theta)\, d\theta \qquad (14)$$

soit, d'après les relations (5) et (6) :

$$R_N \sim R_{N\omega} + i\,\Theta_N\, R_{N\omega} \qquad (15)$$

On en déduit que l'on a, en première approximation :

$$\Theta_N \sim \frac{1}{i}\left(\frac{R_N}{R_{N\omega}} - 1\right) \qquad (16)$$

Cette relation fournit un mode de calcul de la période Θ_N à partir du revenu national et de son élément $R_{N\omega}$ (28).

---

(26) Cette demande qui correspond aux variations *à l'équilibre* du capital originaire en fonction du taux de l'intérêt doit être bien distinguée de la demande *instantanée* de capital *hors d'équilibre.*

(27) Au moment de l'investissement des facteurs primaires de production, le capital valeur et le capital originaire sont identiques et leur productivité est la même.

(28) Cette formule a été trouvée sur un cas particulier par von Stackelberg dans son article

b) *A partir du capital national et du revenu national.*

D'après la relation (10), on a :

$$C_\mu = \frac{R_N}{i}\left(1 - \frac{R_{N\infty}}{R_N}\right) \tag{17}$$

On en déduit, d'après la relation (15), que l'on a :

$$C_\mu \sim \frac{R_N}{i}\left(1 - \frac{1}{1 + i\,\Theta_N}\right) \tag{18}$$ (29)

d'où, en première approximation :

$$\Theta_N \sim \frac{C_\lambda}{R_N} \tag{19}$$

relation qui permet de calculer la période à partir Θ_N du capital mobilier national et du revenu national (30).

« Capital et intérêt dans l'économie d'échange stationnaire » (*Zeitschrift für Nationale Okonomie*, vol. X, fevrier 1941).

Dans cet article, von Stackelberg applique la relation (16) au cas de l'Allemagne en 1913, à partir des valeurs suivantes en marks :

$$R_N = 46 \text{ milliards } R_N - R_{N\infty} = 10 \text{ milliards} \qquad i = 4 \text{ à } 5\ \%$$

d'où

$$\Theta_N = 5 \text{ à } 6 \text{ années.}$$

(Le taux d'intérêt considéré ici est le taux d'intérêt moyen des placements, y compris, par conséquent, les primes de risque.)

(29) D'une manière plus precise, la relation (17) donne :

$$\frac{C_\lambda}{R_N} = \frac{1}{i}\,\frac{R_N - R_{N\infty}}{R_N} \tag{1}$$

En posant

$$\Delta = \frac{\int_0^{+\infty} \theta^2\, \varphi(\theta)\, d\theta}{R_{N\infty}} \tag{2}$$

on a alors :

$$\frac{C_\mu}{R_N} \sim \frac{\Theta_N + \frac{\Delta}{2}\,i}{1 + i\,\Theta_N} \sim \Theta_N\left(1 + \frac{\Delta}{2\,\Theta_N}\,i\right)(1 - i\,\Theta_N) \tag{3}$$

soit :

$$\frac{C_\lambda}{R_N} \sim \Theta_N + \left(\frac{\Delta}{2} - \Theta_N^2\right) i \tag{4}$$

où Δ est une certaine fonction de i. On a ainsi :

$$\frac{d}{di}\,\frac{C_\lambda}{R_N} \sim \frac{d\Theta_N}{di} + \frac{\Delta}{2} - \Theta_N^2 \tag{5}$$

relation qui nous servira plus loin (note 30)

(30) D'après les valeurs de C_λ et de R_N de 1913 données pour divers pays en milliards de marks de 1913 par les *Forces économiques du Monde* (publication statistique de la Dresdner Bank, Berlin, 1930, p. 177 et 179) et les valeurs moyennes des taux d'interêt I_c à court terme (taux d'escompte du bon papier commercial), de 1896 à 1913, pour differents pays, *toutes comparables entre elles* qu'on peut obtenir a partir des tableaux II, III, IV et VII donnés par Fisher dans son

Variation du capital national mobilier avec le taux d'intérêt.

D'après la relation (11), on a pour les petites valeurs du taux d'intérêt :

$$C_\mu \sim \int_0^{+\infty} \left(\theta + \frac{i\,\theta^2}{2}\right) \varphi(\theta)\, d\theta \tag{20}$$

---

ouvrage : *La théorie de l'intérêt* (traduction française Giard, 1933) en annexe du chapitre XIX, en estimant que le taux d'intérêt pur I est de 1 % supérieur au taux à court terme et en admettant que le rapport C_φ / C_μ du capital foncier (égal à la valeur des terres considérées en elles-mêmes, indépendamment des capitaux mobiliers qui leur sont attachés) a, dans les autres pays, la même valeur de 33 % qu'en France (d'après les chiffres donnés par Moulton, *Hausse des salaires ou Baisse des prix*, trad. française Payot, 1938, ce rapport peut être évalué à 28 % pour les États-Unis de 1939), on peut dresser le tableau suivant en milliards de marks de 1913.

	C_N	C_φ	C_μ	R_N	i
France	240	80	160	29,7	3,5
Grande-Bretagne	290	93	197	46	4,1
Allemagne	310	103	207	48	4,5
États-Unis	831	277	554	150	5,7

On peut alors calculer Θ_N, à partir de l'une des deux relations approchées :

$$\Theta_N = \frac{C_\mu}{R_N} \tag{1}$$

et

$$\Theta_N = \frac{1}{i}\,\frac{R_N - R_{N\infty}}{R_{N\infty}} \tag{2}$$

soit, d'après la relation (9) du texte :

$$\Theta_N = \frac{C_\mu}{R_N - i\,C_\mu}. \tag{3}$$

Autant qu'on puisse en juger d'après l'étude de cas simples (note ci-dessous), il semble vraisemblable d'admettre que la relation (1) donne Θ_N par défaut. Par ailleurs, il résulte de la relation (14) du texte que la relation (3) donne Θ_N par excès. Le plus indiqué est alors de prendre la moyenne des deux valeurs ainsi trouvées. On a ainsi :

	VALEUR DE Θ_N			TAUX d'intérêt i
	Par défaut	Par excès	Moyenne	
France	5,4	6,6	6	3,5
Angleterre	4,2	5,2	4,7	4,1
Allemagne	4,3	5,3	4,8	4,5
U. S. A.	3,7	4,7	4,2	5,7

On vérifie ainsi que la période moyenne de production Θ_N varie bien en sens inverse du taux d'intérêt et en portant les différentes valeurs obtenues sur un graphique (fig. 1), on constate qu'elles peuvent être regardées comme suffisamment cohérentes.

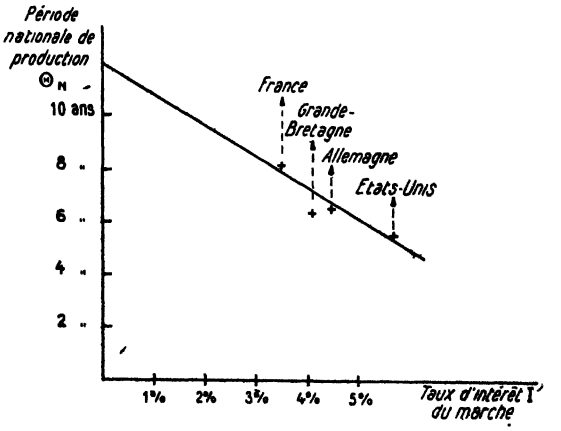
Le lecteur pourra peut-être s'étonner, à première vue tout au moins, de voir ainsi la France figurer en tête de liste du point de vue de l'intensité capitalistique. Mais soulignons ici qu'il s'agit de 1913 et non de 1946. Deux guerres successives et une politique économique invraisemblable de 1919 à 1939, ont ruiné notre industrie, de sorte que nous avons peut-être peine à imaginer actuellement ce qu'était dans le monde industriel la France de 1913. Il est pourtant notoire que l'épargne française était si abondante qu'elle pouvait alors se déverser abondamment dans les pays étrangers. « Il n'était pas une grande entreprise dans le monde où ne se

soit, d'après la relation (12) :

$$C_\mu \sim C_{\mu=} + \frac{i}{2}\int_0^{+\infty} \theta^2 \varphi(\theta)\, d\theta \qquad (21)$$

---

trouvassent des Ingénieurs français à des postes souvent prépondérants. La construction des ports, des chemins de fer dans les pays neufs était faite le plus souvent à l'initiative de nos hommes d'études et des groupes d'industriels français fabriquaient le matériel nécessaire à l'exploitation » (A. Caquot, La Renaissance française. Les conditions techniques, *Bulletin de la Société des Ingénieurs civils de France*, fasc. 1 de 1945). A l'intérieur, notre équipement était tel qu'en 1917, « nous pouvions armer la jeune armée américaine de tous ses avions de guerre, et de ses canons de campagne, sans nuire à la fabrication des munitions et du matériel large-



ment distribué à l'armée française, et tout en apportant simultanément un fort contingent à la reconstruction de l'armement de l'armée italienne après ses défaites. En 1918, la France possédait la plus puissante industrie d'aviation de tous les belligérants (A. Caquot, *idem*). Pour nous paraître aujourd'hui du domaine du rêve, les faits n'en sont pas moins patents.

On pourra peut-être également s'étonner de la non-concordance du classement ci-dessus avec celui du capital et du revenu par tête qui, en milliers de marks, se présentait ainsi qu'il suit :

	CAPITAL par tête	REVENU par tête
France	6	0,75
Grande-Bretagne	6,3	1
Allemagne	4,6	0,7
États-Unis	8,6	1,5

Mais il y a lieu de remarquer qu'il n'y a pas de rapport direct entre l'intensité capitalistique et la richesse, c'est-à-dire entre la distribution dans le temps du revenu originaire (travail et terres) et le revenu par tête. Ce sont là des classements tout différents. En fait, il paraît légitime de considérer, en première approximation tout au moins, que la période de production nationale dépend principalement du taux d'intérêt et que les autres éléments n'entraînent pour elles que des variations relativement petites (mais ce n'est là naturellement qu'une approximation).

Par ailleurs, les quantités qui sont ici directement comparables, ce ne sont pas les capitaux par tête évalués avec une même mesure (en l'espèce le mark), mais ces capitaux évalués en unités salariales nationales. Si l'on effectue ce calcul à l'aide des données statistiques publiées par la statistique générale de la France (Étude spéciale sur le pouvoir d'achat des ouvriers en divers pays, de 1914 à 1938, *Bulletin de la S. G. F.* de juin-septembre 1944, p. 214 et 220, et

ou encore, d'après la relation (13) :

$$C_\mu \backsim \Theta_N R_{N\omega} + \frac{i}{2} \int_0^{+\infty} \theta^2 \varphi(0)\, d\theta \qquad (22)$$

Indices généraux du mouvement économique en France de 1901 à 1931, publiés par la *S. G. F.*, p. 146). On peut dresser le tableau suivant pour les salaires hebdomadaires par tête.

	1929	INDICE 1929 (base 1914)	1914 Col. (1) / Col. (2)	CHANGE en marks	1914 en marks Col. (3) / Col. (4)
France	—	—	32,5 francs	0,8	26 marks
Angleterre	60 schillings	194	31 schillings	1,02	32 marks
Allemagne	45 marks	163	27,5 marks	1	27,5 marks
États-Unis	33 dollars	228	13,6 dollars	4,1	51 marks

D'où, pour le capital et le revenu par tête évalués en prenant comme unité de mesure dans chaque pays la valeur de la semaine de travail :

	Capital par tête	Revenu par tête
France	6.000/26 = 130	750/26 = 29
Angleterre	6.300/32 = 190	1.000/32 = 31
Allemagne	4.600/27,5 = 168	700/27,5 = 25
États-Unis	8.600/51 = 149	1.500/51 = 29

On trouve donc bien pour le capital par tête des valeurs rangées dans le même ordre que la période Θ_N. Leur décroissance avec le taux de l'intérêt doit être considérée comme résultant essentiellement du fait que, comme nous le verrons (note ci-dessous), le capital mobilier national salarial doit être considéré comme une fonction décroissante du taux de l'intérêt.

Quant au revenu par tête, il présente des valeurs analogues. Les différences que l'on constate doivent être essentiellement attribuées, d'une part, au fait que l'importance relative des rentes foncières ainsi que la dispersion des salaires n'étaient pas les mêmes en 1913 pour les revenus originaires nationaux des quatre pays étudiés, et, d'autre part, au fait que le revenu national salarial varie avec le taux de l'intérêt (relation 15), cette variation étant d'ailleurs faible puisque le produit $\imath\, \Theta_N$ a des valeurs peu différentes (de 20 à 24) pour les quatre pays étudiés.

Signalons encore que le classement ci-dessus des taux d'intérêts purs resultant de la majoration d'un point des taux à court terme ne coincide pas avec le classement des taux de capitalisation des fonds d'État quant à la place de l'Angleterre. En 1913, en effet, c'est ce pays qui présentait le plus bas taux de capitalisation (2,81 % contre 3,12 % en France de 1901 à 1913), d'après M. Dieterlen, *Les Normes économiques*, Institut scientifique de recherches économiques et sociales, Paris, 1943, p. 132). Cette circonstance peut, à notre avis, s'expliquer en raison du caractère particulièrement sûr des consolidés britanniques en tant que placement, non seulement national, mais international, entraînant une prime de liquidité plus élevée que celle correspondant aux fonds d'État des autres pays.

Le rapprochement des valeurs respectives de Θ_N et de i permet en première approximation de se faire une idée de l'ordre de grandeur de la variation de Θ_N avec i. En admettant que la courbe représentative de Θ_N en fonction de i se réduise dans la région étudiée à la tangente, on trouve, en interpolant les valeurs trouvées par une droite,

$$\frac{d\,\Theta_N}{di} \# - 80 \quad .$$

autrement dit la période de production augmente de 0,8 année lorsque le taux d'intérêt s'abaisse en valeur absolue de 1 %.

Naturellement les calculs ci-dessus, très approximatifs, en raison du caractère approché des relations utilisées, de l'assimilation de la courbe représentative de Θ_N à sa tangente, des richesses naturelles par tête et des volumes de population différents des pays étudiés, de l'imprécision avec laquelle sont connus le revenu et le capital mobilier national, ainsi que le taux d'intérêt pur, et enfin du fait que les économies considérées ne pouvaient être regardées en 1913 comme en régime permanent qu'en première approximation, ne peuvent être considérées que comme des *évaluations grossières, faites sous toutes réserves, fournissant uniquement des ordres de grandeur et destinées à fournir le point de départ d'une étude approfondie, absolument nécessaire* en tout état de cause.

Il va de soi que *les valeurs trouvées* pour Θ_N et pour $d\,\Theta_N/di$ *ne peuvent être extrapolées*

Comme le revenu national originaire $R_{N\omega}$ peut être considéré en première approximation comme constant, on a alors (32) :

$$\frac{d\,C_\mu}{di} \sim R_{N\omega}\frac{d\,\Theta_N}{di} + \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} \theta^2\,\varphi\,(\theta)\,d\,\theta \tag{23}$$

Le premier terme du second membre étant négatif puisque la période Θ_N est une fonction décroissante du taux d'intérêt et le second étant positif, on voit qu'on ne peut, en général, rien conclure sur le signe de la dérivée $d\,C_\mu/di$ qui peut être tout aussi bien positive que négative (33) (34).

Contrairement à l'opinion commune, le capital national ne saurait donc être considéré comme une bonne caractéristique du volume de l'équipement national global. Dans le cas, en effet, où la dérivée $d\,C_\mu/di$ serait positive, il résulte de ce qui précède que le capital national (35) serait d'autant plus grand que le volume de l'équipement national (36) serait plus petit (37).

Il en résulte qu'en fait *seul* le capital originaire qui représente à un instant donné la valeur totale des facteurs primaires de production qui ont été nécessaires à la production de l'équipement capitalistique de l'économie peut en être considéré comme une bonne caractéristique (38).

---

qu'avec précaution à la période actuelle, puisque les techniques de production ont considérablement évolué depuis 1913, mais l'instabilité des conditions économiques après la première guerre mondiale, *exclut tout calcul à partir de données plus récentes*.

Enfin, indiquons que les chiffres donnés ci-dessus permettent d'apprécier l'importance de l'élément intérêt dans les prix. Le pourcentage moyen des intérêts dans les prix des biens de consommation finale est en effet égal au rapport iC_μ/R_N égal respectivement à 19 %, 17 %, 19 % et 21 % pour la France, la Grande-Bretagne, l'Allemagne et les États-Unis de 1914. On voit ainsi que l'on peut admettre que ce pourcentage est de l'ordre de 20 %.

(31) On a en effet

$$\frac{e^{i\theta}-1}{i} = \frac{1}{i}\left[i\theta + \frac{(i\theta)^2}{2!} + \frac{(i\theta)^3}{3!} + \ldots\right]$$

(32) En négligeant les termes contenant i en facteur.

(33) Voir note ci-dessous l'examen de deux cas particuliers.

(34) Un tel résultat pouvait facilement être prévu *a priori*. En effet si l'élévation du taux d'intérêt a pour résultat de diminuer le volume de l'équipement capitalistique, elle a également pour effet d'augmenter la valeur des coefficients de capitalisation $e^{i\theta}$. Il en résulte donc, quant à la valeur du capital C_μ, deux effets en sens opposé dont l'un ou l'autre peut également l'emporter.

(35) Qui est, rappelons-le, *une valeur* et non une quantité physique?

(36) Qui est essentiellement une quantité physique.

(37) Naturellement il s'agit dans ce cas de la variation du capital mobilier C_μ avec le taux d'intérêt i lorsque l'équilibre de régime permanent considéré se modifie comme suite à des variations de structure, indépendantes des conditions d'ordre technique, psychologique par exemple. Ce résultat ne serait donc nullement contradictoire avec le fait que la demande de capital soit toujours une fonction décroissante du taux d'intérêt.

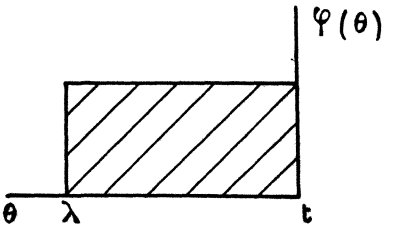
Tout ce que l'on peut dire c'est que, toutes autres choses égales d'ailleurs, le taux de l'intérêt à l'équilibre sera d'autant plus grand que le capital originaire sera plus faible.

On s'explique ainsi aisément que le taux d'intérêt d'équilibre soit beaucoup plus élevé dans les pays neufs que dans les pays vieux déjà équipés. (En 1913 par exemple le taux d'intérêt aux États-Unis était plus élevé qu'en Europe. Voir note (30) ci-dessus).

(38) Dans l'ignorance où l'on est de la forme réelle de la courbe caractéristique, il n'est pas inutile d'examiner ce qui se passe dans deux cas particulièrement simples.

a) *Quel que soit le taux d'intérêt i la fonction φ* (!) *se réduit à une constante* entre 0 et une valeur limite λ. Ce cas a été étudié par Jevons dans le chapitre VII de sa « Théorie de l'Économie politique » (p. 316 à 326 de la traduction française Giard 1900) et également mais d'une manière beaucoup plus précise par Bousquet, *Institutes de Sciences économiques*, t. III (Rivière, 1936, p. 157 à 169).

Il semble bien, toutefois, résulter de nos informations statistiques que, dans le cas particulier de nos économies, le capital national est effectivement une fonc-



On a alors

(1) $$\varphi(\theta) = \frac{R_{N\omega}}{\lambda}$$

(2) $$\Theta = \frac{1}{R_{N\omega}} \int_0^{\lambda} \frac{R_{N\omega}}{\lambda}\, \theta\, d\theta = \frac{\lambda}{2}$$

(3) $$R_N = \int_0^{\lambda} \frac{R_{N\omega}}{\lambda} e^{i\theta}\, d\theta = \frac{R_{N\omega}}{\lambda} \frac{e^{i\lambda} - 1}{i} \sim R^{N\omega} \left(1 + \Theta i + \frac{2\Theta^2 i^2}{3}\right)$$

(4) $$C_\lambda = \int_0^{\lambda} \frac{R_{N\omega}}{\lambda} \frac{e^{i\theta} - 1}{i}\, d\theta = \frac{R_{N\omega}}{i\lambda} \left(\frac{e^{i\lambda} - 1}{i} - \lambda\right)$$

$$\sim \Theta\, R_{N\omega} \left(1 + \frac{2\Theta}{3} i + \frac{4\Theta^2}{9} i^2\right)$$

(5) $$C_\lambda = \frac{R_N}{i}\left(1 - \frac{R_{N\omega}}{R_N}\right) \sim R_N \Theta_N \left(1 - \frac{\Theta i}{3}\right)$$

(6) $$\frac{d\, C_\mu}{d\, i} \sim R_{N\omega} \left[\frac{d\, \Theta_N}{d\, i} + \frac{2\Theta^2}{3}\right]$$

Les relations (3) et (5) permettent de se faire une idée des erreurs commises dans l'utilisation des relations (16) et (19). Par ailleurs la relation (6) montre qu'en première approximation et pour $\Theta = 6$ par exemple la dérivée $d\, C_\lambda di$ est négative ou positive suivant que l'augmentation de la période Θ_λ pour une variation absolue de 1 % du taux d'intérêt annuel dépasse ou non trois mois.

b) *Quel que soit le taux d'intérêt i la fonction* $\varphi(\theta)$ *se réduit à une fonction linéaire décroissante.*

On a alors

(7) $$\varphi(\theta) = \alpha - \beta\, \theta.$$

Si on désigne par λ la valeur maxima de θ, on voit immédiatement que l'on devra avoir :

(8) $$\alpha = \frac{2\, R_{N\omega}}{\lambda} \qquad \beta = \frac{2\, R_{N\omega}}{\lambda^2} \qquad \varphi = \frac{2\, R_{N\omega}}{\lambda}\left(1 - \frac{\theta}{\lambda}\right).$$

On a alors

(9) $$\Theta = \frac{1}{R_{N\omega}} \int_0^{\lambda} \theta\, \varphi(\theta)\, d\theta = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} \left(1 - \frac{\theta}{\lambda}\right) \theta\, d\theta = \frac{\lambda}{3}$$

(10) $$R_N = \int_0^{\lambda} \frac{2\, R_{N\omega}}{\lambda} \left(1 - \frac{\lambda}{\theta}\right) e^{i\theta}\, d\theta$$

$$\sim R_{N\omega} \left(1 + \Theta_\lambda + \frac{3}{4} \Theta^2 i^2\right)$$

(11) $$C_N = \int_0^{\lambda} \frac{2\, R_{N\omega}}{\lambda^2} \left(1 - \frac{\theta}{\lambda}\right) \left(\frac{e^{i\theta} - 1}{i}\right) d\theta$$

$$\sim \Theta_N\, R_{N\omega} \left(1 + \frac{3}{4} \Theta_N\, i + \frac{9}{20} \Theta_N^2\, i^2\right)$$

(12) $$C_N = \frac{R_N}{i}\left(1 - \frac{R_{N\omega}}{R_N}\right) \sim R_N \Theta_N \left(1 - \frac{\Theta i}{4}\right)$$

(13) $$\frac{d\, C_N}{d\, i} \sim R_{N\omega} \left(\frac{d\, \Theta_N}{d\, i} + \frac{3}{4} \Theta_N^2\right).$$

tion décroissante du taux d'intérêt i (39). Mais c'est là une question de fait qui ne peut, en aucune façon, être déduite de la théorie économique générale, dans l'état actuel de la science tout au moins (40).

M. Allais,

Ingénieur en Chef au Corps des Mines,
Professeur d'Économie générale
à l'École nationale Supérieure des Mines de Paris
et d'Économie théorique à l'Institut de Statistique
de l'Université de Paris.

***

Des indications analogues à celles du paragraphe précédent peuvent être tirées de ces différentes relations. (Pour $\Theta_N = 6$ la valeur critique de $d\,\Theta_N/di$ est alors de — 27).

En outre, il est à remarquer que les coefficients des différentes puissances de i, intervenant dans ces relations, qui dépendent de l'allure de la fonction φ (0) sont en réalité relativement peu différents pour des formes pourtant si distinctes que les formes rectangulaire et triangulaire.

Enfin on peut noter que dans les deux cas on a respectivement (relation (8) de la note (29) pour $\Theta_N = 6$).

$$(14)\quad \frac{d}{di}\frac{C_\mu}{R_N} - \frac{d\,\Theta_N}{di} \backsim \frac{\Delta}{2} - \Theta_N^2 = \begin{cases} -\frac{1}{3}\Theta_N^2 = -12 \text{ (rectangle)} \\ -\frac{1}{4}\Theta_N^2 = -9 \text{ (triangle)} \end{cases}$$

Dans ces deux cas l'assimilation faite dans la note (30) entre $\frac{d}{di} C_\mu/R_N$ et $d\,\Theta_N/di$ pour une valeur — 120 de la première grandeur serait justifiée, la valeur de $|\,d\,\Theta_N/di\,|$ ainsi obtenue étant approchée par défaut d'environ 10 %.

(39) Il résulte en effet de la relation (23) que l'on a avec les notations de la note (29)

$$(1)\quad \frac{d\,C_\mu}{di} \backsim R_{N\omega}\left(\frac{d\,\Theta_N}{di} + \frac{\Delta}{2}\right)$$

soit d'après la relation (3) de la note (29)

$$(2)\quad \frac{d\,C_\mu}{di} \backsim R_{N\omega}\left(\frac{d}{di}\frac{C_N}{R_N} + \Theta_N^2\right.$$

d'où le point moyen $i = 5\ \%$ $\Theta_N = 6$ ans et en remarquant que la valeur approchée de la dérivée de C_μ/R_N est — 80 d'après la note (30) (puisque les ordonnées du graphique sont précisément égales à C_μ/R_N)

$$\frac{d\,C_\mu}{di} \backsim (-80 + 36)\,R_{N\omega} \qquad \backsim -44\,R_{N\omega}.$$

Ces calculs, malgré leur très grande approximation, semblent donc bien montrer que dans nos économies le capital national mobilier global comme le capital national originaire est une fonction décroissante du taux de l'intérêt.

(40) Il est peut-être en effet possible que cette décroissance soit une conséquence nécessaire de la stabilité de l'équilibre général.