Revue d'Histoire des Mathématiques

L'ingénieur Nicolas Minorsky (1885–1970) et les mathématiques pour l'ingénierie navale, la théorie du contrôle et les oscillations non linéaires

Loïc Petitgirard

Tome 21 Fascicule 1

2015

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : rhmsmf@ihp.fr / URL : http//smf.emath.fr/

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 87 €; prix public hors Europe : 96 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
21 (2015), p. 173–216

L'INGÉNIEUR NICOLAS MINORSKY (1885–1970) ET LES MATHÉMATIQUES POUR L'INGÉNIERIE NAVALE, LA THÉORIE DU CONTRÔLE ET LES OSCILLATIONS NON LINÉAIRES

Loïc Petitgirard

Résumé. — L'article présente le parcours et les travaux de l'ingénieur naval Nicolas Minorsky, au carrefour du monde des ingénieurs et des mathématiques. À travers ses travaux de 1922, synthétisés dans son article « Directional stability of automatically steered bodies », on montre comment Minorsky articule la construction de savoirs mathématiques et l'ingénierie du contrôle de navires. Dans les années 1930–40, Minorsky développe ses théories, et se fait le promoteur des théories des oscillations non linéaires et de la stabilité, dans la perspective des questions navales, et au-delà pour tous les problèmes d'ingénieur. Minorsky est également le concepteur d'un système de calcul analogique baptisé « Analogues dynamiques », resté très confidentiel jusqu'à récemment. Le système a été conçu, et réalisé partiellement en 1935, afin d'apporter des réponses calculatoires, qualitatives et quantitatives, pour l'analyse de systèmes dynamiques non linéaires. Entre nécessités du terrain et mathématiques, Minorsky a beaucoup de caractéristiques de l'« ingénieur-savant ». Nous montrons enfin en quoi son épistémologie, sa vision des rapports entre mathématiques, physique et technique, sont déterminantes dans l'ensemble de ses travaux, et en particulier dans sa conception des « Analogues dynamiques ».

Abstract (Nicolas Minorsky (1885–1970) and the mathematics for naval engineering, control theory and nonlinear oscillations)

Texte reçu le 9 septembre 2014, accepté le 26 février 2015.

L. Petitgirard, Laboratoire HT2S (Histoire des Technosciences en Société), 2 rue Conté, 75003 Paris.

Courrier électronique : loic.petitgirard@cnam.fr ; loic.petitgirard@lecnam.net

Mots clefs : Systèmes dynamiques, oscillations non linéaires, ingénieur, théorie de la stabilité, théorie du contrôle, instruments de calcul, calcul analogique, Minorsky, Poincaré, Andronov.

Key words and phrases. — Dynamical systems, nonlinear oscillations, engineer, stability theory, control theory, calculating device, instruments, analog computing, Minorsky, Poincaré, Andronov.

This paper deals with the life and work of Nicolas Minorsky, a naval engineer who worked at the crossroad of the worlds of mathematics and engineering. Through his seminal work of 1922, "Directional stability of automatically steered bodies", we show how Minorsky dealt with the interplay between mathematical knowledge and the steering of ships. During the 1930–40s, he advocated for nonlinear oscillations and stability theories among the academic and naval institutions, with ships conception in mind, and considering they are relevant for engineering problems in general. Minorsky also invented an analog computing device called "Dynamical analog" that remained confidential until recently. This system was conceived, and partially released in 1935, in order to render (compute) qualitative and quantitative information about nonlinear dynamical systems. Facing practical needs and mathematical theories Minorsky is a kind of "ingénieur-savant". Eventually, we emphasize his epistemology, his vision of the relationships between mathematics, physics and technology, which are very significant in his work and his conception of the "Dynamical analog".

INTRODUCTION

L'histoire des rapports entre le monde des ingénieurs et celui des mathématiciens est progressivement devenue un chapitre important de l'histoire des mathématiques. À travers l'étude de contextes locaux, de travaux d'ingénieurs situés, par leur activité, à la frontière avec les mathématiques, la place des ingénieurs dans cette histoire commence à être pleinement reconnue. En témoignent les travaux récents sur l'histoire du calcul et des instruments de calcul[1]. Il faut insister également sur le fait que les travaux des XIXᵉ et XXᵉ siècles dans des domaines aussi variés que le génie militaire (maritime, aéronautique, artillerie, balistique...), le génie civil, la mécanique, recèlent des problèmes mathématiques redoutables auxquels les ingénieurs ont été confrontés. Les analyses convergent pour admettre l'importance de ces problèmes dans le développement des mathématiques, de la concomitance entre les pratiques du calcul, la conception des instruments de calcul et le développement de la pensée mathématique. Ces questions qui concernent directement l'ingénieur ne peuvent pas être considérées simplement comme terrains d'applications de mathématiques toutes prêtes à l'emploi. Incontestablement, le terrain de l'ingénieur se situe parallèlement à ceux du physicien et de l'astronome, comme lieu récurrent d'élaboration de théories mathématiques nouvelles, d'abord adaptées à la résolution de problèmes concrets avant de dépasser ce cadre restreint.

[1] Voir notamment [Tournès 2000] et [Tournès 2003].

S'il existe des ponts, il existe aussi des clivages entre mathématiques et ingénierie. Malgré la forte mobilisation pour la formation des ingénieurs au XIXe siècle, une dichotomie s'est installée dans la perception réciproque de ces deux mondes : spécialisation croissante des disciplines, institutionnalisation des formations, complexité des problématiques, pour ne citer que quelques dynamiques de fond, ont à la fois fait diverger les centres de préoccupation des mathématiciens académiques et des ingénieurs, et rendu nécessaire à l'ingénieur un savoir mathématique conséquent[2].

L'ingénieur russe Nicolas Minorsky (1885–1970) œuvre précisément au croisement de ces problématiques. Formé comme ingénieur naval, il est un spécialiste de la conception des navires, de la stabilisation et du contrôle de ces bâtiments, sur une période d'activité allant de 1918 jusqu'à son décès en 1970. Dépositaire de nombreux brevets, il sera aussi reconnu comme une référence en théorie du contrôle[3]. Nous montrerons en quoi Minorsky est un ingénieur naval atypique, volontiers théoricien et mathématicien. Dans le contexte des recherches navales, et de par sa formation, il est concerné par nombre de problèmes théoriques touchant aux mathématiques des équations différentielles, principal outil de la « théorie » navale, c'est-à-dire, comme nous l'appellerions en termes contemporains, de la modélisation mathématique du comportement des navires.

Nous présentons donc ici ce personnage encore méconnu, au parcours emblématique des contacts et divergences entre le monde des ingénieurs et celui des mathématiciens, en recontextualisant systématiquement ses travaux. Ces rapports entre ingénieurs et mathématiques se complexifient au fil du XXe siècle avec le développement des théories prenant en considération les phénomènes non linéaires : c'est un point sur lequel

2 Christiane Dujet-Sayyed le souligne clairement dans « Les mathématiques pour l'ingénieur : un dialogue à nouer ou renouer ? », Octobre 2008, M2REAL (disponible à l'adresse : `http://www.m2real.org/spip.php?article97`).

3 La théorie du contrôle désigne l'ensemble des théories mathématiques qui permettent de déterminer des lois de contrôle, de guidage et de commande pour un système donné. Les problèmes de contrôle sont de natures très diverses : conduite de véhicules, de navires, mise en orbite de satellites, optimisation, régulation thermostatique, conduite de processus industriels, etc. Dans les théories modernes ces problèmes sont modélisés avec des systèmes dynamiques. Contrôler le système signifie conduire le système d'un état initial à un état final en suivant certaines contraintes (d'optimisation ou de stabilisation, par exemple). Pour une présentation de l'histoire des théories et de l'ingénierie du contrôle voir [Bennett 1986 ; 1993].

nous insisterons, étant donné les contributions de Minorsky concernant les théories des oscillations non linéaires et du contrôle non linéaire[4].

Dans une première courte partie nous présentons le parcours initial (avant 1917), la formation de Minorsky en Russie, d'autant plus importante qu'elle constitue le socle de sa pratique d'ingénieur. Le parcours « américain » (c'est-à-dire sur la période 1918–1945) du russe blanc Minorsky est très significatif des apports réciproques des mathématiques et de l'ingénierie, du difficile dialogue entre ces deux cultures, de l'importance du contexte institutionnel pour la réalisation d'un dialogue fructueux et du caractère crucial de la formation des ingénieurs dans les innovations technologique et mathématique. La seconde partie aborde ces rapports complexes entre mathématiques et ingénierie en focalisant l'attention sur les travaux de Minorsky au cours de l'année 1922, synthétisés dans son article : « Directional stability of automatically steered bodies ».

Dans une troisième partie, il convient de préciser comment Minorsky participe à la reconnaissance plus large, hors de l'URSS des années 1930, des théories modernes des oscillations non linéaires. Minorsky se fait l'avocat de la nécessité de produire des résultats mathématiques adaptés aux questions maritimes, et plus généralement aux problèmes de l'ingénieur. Nous montrerons également que Minorsky est un acteur résolu du rapprochement entre problématiques des ingénieurs et des mathématiciens. Il engage des efforts d'ouverture en direction du milieu académique et des ingénieurs, dès les années 1930, mais ils porteront leurs fruits seulement à partir de 1940.

En rapport avec les théories des oscillations non linéaires et les théories de la stabilité[5], Minorsky conçoit un système de calcul baptisé « Analogues dynamiques », resté très confidentiel jusqu'à récemment. Ce système de

---

4 Les théories des oscillations non linéaires désignent l'ensemble des théories mathématiques (et physiques) pour rendre compte des phénomènes oscillatoires non linéaires, en vue de leur compréhension ou leur contrôle (stabilisation, réduction de bruits, conduite de processus, etc.). La non linéarité peut être liée, par exemple, à des frottements (systèmes mécaniques), un doublement de fréquence (optique), à un composant électronique à caractéristique non linéaire. Dans tous les cas, les effets (sortie) de ces composants ne peuvent plus être considérés comme proportionnels au signal d'entrée. Les non linéarités se retrouvent alors dans les équations modélisant le phénomène sous la forme de termes quadratiques, cubiques, de produits de plusieurs variables, ou de fonctions plus complexes, selon les cas (voir [Petitgirard 2004] et [Ginoux 2011] pour des aperçus historiques relatifs au développement de ces theories, depuis les années 1920–30).

5 Dans le cadre de cet article, les theories de la stabilité sont les théories mathématiques permettant l'étude de la stabilité des trajectoires de systèmes dynamiques, c'est-à-dire la stabilité des solutions soumises à des petites perturbations. Alexander Lyapounov (1857–1918) est souvent considéré comme un fondateur de ces théories avec

calcul analogique a été conçu et réalisé partiellement par Minorsky vers 1935, afin d'apporter des réponses calculatoires au sujet de systèmes dynamiques non linéaires, non intégrables analytiquement. C'est l'objet de la quatrième partie, replaçant ces travaux dans le contexte du MIT auquel Minorsky est affecté l'année en question.

Derrière les nécessités pratiques auxquelles Minorsky est confronté, nous montrerons son épistémologie à l'œuvre, sa vision des rapports entre mathématiques, physique et technique, déterminantes dans la conception des « Analogues dynamiques ». Si les « Analogues dynamiques » sont restés sans suite ils sont néanmoins le révélateur d'un besoin en calcul qui ira toujours croissant, et qui trouve ponctuellement une réponse *ad hoc* avec Minorsky.

Une brève cinquième partie donne quelques perspectives sur les travaux de Minorsky pendant la Seconde Guerre mondiale, puis sa retraite très active. Nous conclurons sur l'importance de considérer les passeurs de frontières tels que Minorsky dans les analyses historiques du développement des mathématiques, que ce soit pour leurs succès ou leurs échecs, toujours significatifs. Et nous tenterons de préciser en quoi il peut être tenu pour un « ingénieur-savant ». Nous faisons ici référence aux travaux de Grattan-Guinness [1993] et Chatzis [2010] qui ont introduit la notion d'« ingénieur-savant », pour designer des ingénieurs pris entre théorie et pratique, entre production de connaissances scientifiques et le « terrain ». Ils sont plus précisément Polytechniciens (ou formés dans des écoles équivalentes). Ils sont capables de mobiliser des connaissances scientifiques dans une pratique technique, d'ingénieur. Et, inversement, ils peuvent nourrir, voire ouvrir, de nouvelles branches des savoirs scientifiques à partir d'interrogations empiriques. Dans les branches de la Mécanique appliquée, de l'hydraulique, ou de la thermodynamique, les « ingénieurs-savants » sont à l'image de Poncelet, Coriolis, Navier, Carnot. Les « ingénieurs-savants » se distinguent en cela des savants « académiques » inscrits dans une discipline, comme la géométrie ou l'astronomie. Cette denomination a été introduite pour catégoriser des ingénieurs dans la période 1820–1860 surtout. Nous verrons ici en quoi Minorsky peut se caractériser comme un « ingénieur-savant » du XXe siècle.

---

son traité de 1892 « Problème général de la stabilité des mouvements » [Lyapounov 1907] (traduit en français en 1907).

1. LA FORMATION D'UN INGÉNIEUR AU SERVICE DE LA MARINE

Lorsque Minorsky livre son article « Directional stability of automatically steered bodies en 1922, il a déjà une vie bien remplie[6]. Né le 24 septembre 1885 à Korcheva, en Russie, il est formé comme ingénieur de la Marine à l'École navale de Saint-Pétersbourg en 1908, puis à l'École polytechnique impériale (1911–1914) dans la même ville (rebaptisée Petrograd) : il obtient un diplôme de docteur en sciences appliquées. Au cours de sa formation il s'est rendu à Nancy pour suivre un cursus en ingénierie électrique, durant lequel il bénéficiera également des cours du mathématicien Gustave Floquet, probablement au cours de l'année 1908. Minorsky a eu dès le départ une formation multidisciplinaire, à trois facettes : scientifique, technique et militaire.

Pour souligner la valeur de cette formation, il est nécessaire de la rattacher au contexte scientifique de Saint-Pétersbourg, au tournant du XXe siècle. Rappelons que l'université de cette ville est un haut lieu de la formation scientifique et technique, marqué par l'action et les travaux mathématiques de Pafnouti Chebychev (1821–1894). Alexander Lyapounov (1857–1918) en fut un des grands héritiers, présent à Saint-Pétersbourg mais ne donnant pas de cours lorsque Minorsky est en formation [Smirnov 1948]. Il est l'auteur en 1892 du traité de référence sur le « Problème général de la stabilité des mouvements »[7]. Alexei N. Krylov (1863–1945), ingénieur de la Marine russe et auteur de travaux pionniers dans les années 1890 sur les mouvements oscillatoires des navires, comme le roulis, a été une autre pièce clé de cette mosaïque[8]. L'influence des travaux de Krylov sur Minorsky est difficile à quantifier, mais certainement importante : la construction d'un navire est pour Krylov une application des mathématiques aux questions maritimes, ce qui décrit assez bien la

---

6 Pour cette première partie de la vie de Minorsky, nous tirons les informations de : [Bennett 1984, p. 10–11], et surtout [Flügge-Lotz 1971]. À notre connaissance, il reste très peu (et probablement aucune hors du strict état-civil) d'archives antérieures à 1918 et son départ de Russie. Soulignons également que sa ville natale, Korcheva, a été submergée à l'occasion de la construction du canal entre la Volga et la rivière Moskova, en 1937.

7 [Lyapounov 1907], traduit en français en 1907 (par un ingénieur de la Marine française, Edouard Davaux).

8 En 1898, il reçoit le prix de la *Royal Institution of Naval Architect*, pour ses travaux théoriques sur les navires, extension des recherches de William Froude. Krylov a enseigné à l'Académie navale de Saint-Pétersbourg, dont Minorsky est tout proche : il est fort probable qu'il ait suivi les cours de Krylov, mais nous ne sommes pas en mesure de l'affirmer fermement.

perspective adoptée par Minorsky. Krylov est en outre à l'origine du premier calculateur analogique en Russie, en 1904[9]. Minorsky bénéficie donc d'une formation et d'une culture scientifique et technique élargie, qui a peu d'équivalent dans le monde de l'ingénierie navale, hors de Russie.

Durant le premier conflit mondial Minorsky est lieutenant dans les forces navales russes, servant une année d'attaché à l'ambassade russe à Paris. La révolution russe le pousse à émigrer[10], et dès juin 1918 il arrive aux Etats-Unis, où il tire rapidement profit de son bagage d'ingénieur en électricité. General Electrics à New York le recrute et c'est là qu'il entreprend ses recherches sur l'installation d'un pilote automatique sur navire, et publie en 1922 la première discussion formelle, en langue anglaise, du contrôle de direction des navires. Ces éléments théoriques se confrontent au concret avec les tests grandeur nature sur l'USS New Mexico. L'expérience s'avèrera révélatrice de l'importance et de la valeur de ses résultats théoriques, qu'il amplifiera par la suite.

2. LES TRAVAUX DE MINORSKY SUR LA STABILISATION DES NAVIRES

2.1. *L'ingénieur naval et la stabilisation en direction des navires (1922–1923)*

L'article de 1922 « Directional stability of automatically steered bodies » vaut à Minorsky d'être connu dans l'histoire de l'ingénierie du contrôle. Cet article est considéré comme l'analyse théorique la plus aboutie, entre les deux guerres, sur la question des systèmes de contrôle de type PID (pour « Proportional-Integral-Derivative »). Stuart Bennett, dans son histoire de l'ingénierie du contrôle, l'a même placé au rang des contributions fondamentales de James Clerk Maxwell (1868), Edward Routh (vers 1877) et Adolf Hurwitz (1895)[11]. Ce n'est qu'une étape dans les travaux de Minorsky, néanmoins fondatrice de son intérêt pour la question de la stabilité en régime d'oscillations non linéaires et les questions du calcul

9 Nous renvoyons à la partie 4 du présent texte et à [Trogemann et al. 2002, p. 13].

10 Nous n'avons aucune archive particulière permettant de préciser les raisons exactes et le moment où a été prise cette décision. Minorsky fait partie du flux de « russes Blancs » ayant choisi pour terre d'asile les Etats-Unis.

11 Nous renvoyons à ses deux ouvrages, couvrant la période 1800–1955 ([Bennett 1986] et [Bennett 1993]), ainsi qu'à son article consacré spécifiquement aux travaux de Minorsky : [Bennett 1984, p. 10]. Les travaux majeurs de Maxwell (1831–1879) sont publiés dans « On governors » en 1868 [Maxwell 1868]. Maxwell introduit les équations différentielles linéaires de plusieurs systèmes de contrôle : à cette époque, la stabilité est déterminée à partir des racines de l'équation caractéristique, et le système devient instable dès lors que la partie réelle d'une racine complexe devient

des solutions des systèmes d'équations différentielles. Pour saisir cet ensemble de travaux, il est nécessaire de recontextualiser les contributions de Minorsky dans l'histoire des recherches pour la Marine.

2.2. *Un problème technique de la Marine*

Rappelons que c'est dans ce milieu de la Marine, au XIXe siècle, et non dans un autre corps d'armée, que les questions de stabilisation et contrôle apparaissent en premier. Le fait est que, comme le rappelle l'historien H. Sapolsky, la Marine a été une arme très accommodante pour les scientifiques, en Russie comme ailleurs[12]. Les officiers sont davantage formés à la technique que dans l'armée de Terre. Minorsky n'en est qu'un exemple parmi d'autres, tel Krylov, ou encore le physicien américain Albert A. Michelson (1852–1931) connu pour ses travaux au sein de l'Académie navale à Annapolis (United States Naval Academy). L'aéronautique posera les mêmes questions de stabilisation, mais seulement au XXe siècle. En Russie, Nikolai Joukowski (1847–1921) fait figure d'alter ego de Krylov dans le monde de l'hydrodynamique et de l'aéronautique.

De manière générale, les inventions et applications relatives au contrôle, jusqu'au début du XXe siècle, ont été d'abord des problèmes de régulation et de stabilisation : contrôle de température, de pression, de vitesse de rotation dans les machines à vapeur. Avant que l'électrotechnique ne soit elle-même confrontée à ce type de problèmes de stabilité et contrôle, les domaines de la « vapeur », les moyens de transport en particulier, sont quasiment les seuls demandeurs[13].

La construction de navires toujours plus grands nécessite que des systèmes d'assistance et de contrôle de plus en plus fiables et efficaces soient inventés. Et la stabilisation de la direction des navires est une donnée importante pour assurer des tirs depuis les navires, pour une artillerie de plus en plus lourde, et pour l'utilisation des torpilles. Telle est la problématique

---

positive. Le mathématicien britannique Edward Routh (1831–1907) a repris ces travaux dans son *Treatise on the stability* de 1877 [Routh 1877]. Et le mathématicien allemand Adolf Hurwitz (1859–1919) aboutit, indépendamment, au même critère en 1895 [Hurwitz 1895], critère désormais appelé « critère de Routh-Hurwitz ».

12 [Sapolsky 1990, p. 5] : « Survival at sea pits man against nature more than it does man against man. It is not surprising that naval officers would do pioneering work in navigation, meteorology, and engineering and that the Navy would build enduring scientific institutions such as the Naval Observatory and the Naval Research Laboratory. [...] Moreover, the construction and maintenance of ships requires the preservation within the Navy of engineering skills firmly based on scientific disciplines. »

13 Voir [Bennett 1986, p. 154] et tout le chapitre 5 « The new technology : electricity ».

de la construction de bâtiments de guerre modernes, problème saillant pour les Marines de tous les pays alors développés.

C'est à la suite de l'invention du gyrocompas (entre 1898 et 1908, date des brevets importants de l'ingénieur américain Elmer Sperry[14]) que sont apparus les premiers gyropilotes qui ouvrent la voie au contrôle automatique des navires. Pour toutes ces raisons Minorsky s'engage dans la recherche sur le contrôle, ajoutant alors que les méthodes envisagées jusqu'en 1920 doivent être considérées comme peu « scientifiques ». Minorsky critique le caractère intuitif du pilotage manuel et engage la recherche d'une solution analytique du problème :

> It has often been stated that the human intuition of the helmsman cannot be replaced by any mechanical contrivance whatever its nature may be. Such a standpoint seems to be erroneous, as far as the problem of automatic steering is concerned, since there is not so much question of intuition as of suitable timing based on actual observation. Once the element of observation is removed from the helmsman, there can be no accurate steering whatever his intuition may be.
>
> The question, therefore, arises as to how the observation must be co-related to the timing of the rudder in order to obtain accurate steering ?
>
> If, therefore, accurate steering is nothing more than a special kind of timing of the rudder complicated by the inertia of the body to be steered, we may expect to be able to establish analytically what kind of timing must be adopted in order to reach the best possible conditions for direction stability » [Minorsky 1922, p. 283].

2.3. *Analyse générale de la stabilité en direction, 1922*

Pour passer de la pratique empirique, à la théorie, Minorsky s'appuie sur un découpage schématique des actions à réaliser pour stabiliser le navire en direction. En termes techniques, contrôler la direction du navire se décompose en deux opérations : mesurer la déviation à la direction souhaitée, mais sans perturber le compas, ce qui est la première difficulté ; puis appliquer une correction pour rétablir le cap. L'opérateur, c'est-à-dire celui qui dirige le bâtiment, applique alors la déviation selon son intuition et son expérience, ce que Minorsky dénonce. Son système automatique vise à rationaliser cette opération.

Pour poser le problème en termes plus théoriques, Minorsky propose de partir d'un bateau « simplifié » ayant néanmoins valeur générale : un solide flottant soumis à un ensemble de forces. Le terme de « modèle » n'est pas utilisé par Minorsky qui désigne sa démarche par « théorie » du navire.

---

14 Pour le lecteur intéressé, nous renvoyons aux deux brevets US nř 1,255,480 et 1,279,411. Elmer Sperry a été un ingénieur prolifique. [Hughes 1971].

Le navire est considéré comme un parallélépipède dont la dynamique répond aux lois classiques de la mécanique. Sur la base de cette représentation, il s'attache à linéariser l'ensemble des équations en considérant seulement des petites oscillations, pour aboutir à l'équation différentielle :

$$A\frac{d^2\alpha}{dt^2} + B\frac{d\alpha}{dt} + k\rho = D$$

où α est l'angle de déviation par rapport à la course choisie, A le moment d'inertie du navire (selon un axe vertical, pris au centre d'inertie), B le coefficient de friction, ρ l'angle du gouvernail et k une constante dépendante du gouvernail, et D la torsion perturbatrice.

Minorsky se livre à l'analyse du problème : contrôler le navire signifie agir sur le gouvernail (en modifiant l'angle ρ et ses variations dans le temps) en fonction de la donnée de l'écart α (et ses dérivées). Il existe différentes stratégies possibles de contrôle, Minorsky établit des classes de contrôle, selon que la déviation α est répercutée sur l'angle ρ, sur le taux de changement de l'angle ρ, ou sur une dérivée d'ordre encore plus élevée [Minorsky 1922, p. 290]. Les deux premières classes sont les plus importantes à ses yeux :

$$\text{Classe 1 :} \qquad \rho = m\alpha + n\frac{d\alpha}{dt} + p\frac{d^2\alpha}{dt}$$

$$\text{Classe 2 :} \qquad \frac{d\rho}{dt} = m_1\alpha + n_1\frac{d\alpha}{dt} + p_1\frac{d^2\alpha}{dt^2}.$$

En reportant successivement dans l'équation fondamentale linéarisée, il dresse les conclusions suivantes. Un système de contrôle de classe 1 sera efficace pour amortir une perturbation ponctuelle, mais n'éliminera pas une action perturbatrice plus permanente, telle qu'un vent continu (*Ibid.* p. 299). Dans le cas le plus simple où $n = p = 0$, l'amortissement[15] dépend de A et du rapport $B/2A$: or pour des navires de taille importante, le paramètre A croît plus vite que B, ce qui signifie que ce type de contrôle est d'autant moins efficace que le navire est gros. C'est ce qui explique les échecs des tentatives de reproduire à grande échelle ce qui fonctionnait pour des petites embarcations à l'époque. Par conséquent, selon la taille du navire, la classe 1 est à écarter.

15 L'amortissement correspond aux racines de l'équation caractéristique de l'équation différentielle.

Pour la classe 2, impliquant un contrôle sur la vitesse de rotation du gouvernail, l'introduction de la relation entre ρ et α dans l'équation fondamentale aboutit à :

$$A\frac{d^3\alpha}{dt^3} + (B + kp)\frac{d^2\alpha}{dt^2} + kn\frac{d\alpha}{dt} + km\alpha = \frac{dD}{dt}.$$

Ce cas correspond à ce qui est aujourd'hui considéré comme un système PID (Proportional-Integral-Derivative, renvoyant aux actions Proportionelles-Intégrales-Dérivées sur la quantité à réguler) :

$$\rho = m\int \alpha\, dt + n\alpha + p\frac{d\alpha}{dt}.$$

Vient ensuite le résultat clé de Minorsky, dans le cas où la perturbation est continue c'est-à-dire : $dD/dt = 0$. Dans ce cas la perturbation n'a pas d'influence sur les performances du système[16]. Et il obtient les conditions de stabilité sans résoudre analytiquement l'équation de degré trois[17], en s'inspirant des résultats du physicien français André Blondel (1863–1938)[18].

À travers cet article, il ressort tout d'abord que Minorsky est un ingénieur volontiers théoricien. Son analyse mathématique doit servir, dans son esprit, de guide préalable à la conception d'un système opérationnel. Cependant, il ne s'agit pas encore de problèmes d'oscillations non linéaires, puisque Minorsky choisit de se placer dans un régime d'oscillations faibles, ce qui permet de linéariser les équations. Mais il reconnaît les limites de ce procédé et perçoit que les caractéristiques des oscillations hors de ce régime sont importantes[19]. Précisons qu'il n'emploie pas encore le terme « non linéaire » pour ce type d'oscillations.

D'autre part, il est de plain-pied dans les mathématiques de la stabilité et des équations différentielles : ses références aux travaux de Blondel de

---

16 *Ibid.*, p. 300 : « [...] from which follows the remarkable result that such a disturbance has no influence upon the performance of the device, depending solely upon the inertia A of the ship, the resistance B and the constants m, n, p representing the intensities of the corresponding components of the control. »

17 Les conditions sont les suivantes : $B + Kp > 0$; $(b + Kp)Kn - AKm > 0$; $Km > 0$. *Ibid.*, p. 301–302 : « A complete solution of the auxiliary equation of the third degree is not necessary [...] M. A. Blondel has shown that by applying the so-called Hurwitz theorem of Analysis, the « stability of roots » of an algebraic equation of the nth degree can easily be established. ». Ici Minorsky cite [Blondel 1919].

18 Ingénieur, physicien, spécialiste de l'électrotechnique et de la radiotechnique, Blondel a produit autant de brevets que d'articles très théoriques sur le fonctionnement des systèmes électriques. Voir [Ginoux 2011].

19 [Minorsky 1922, p. 283]. Si on ne se contente pas des petites déviations, Minorsky souligne qu'il n'existe pas de traitement analytique possible : « for in the case of unlimited angular motion [...] there is no analytical expression applicable to the various torques acting on a ship in general ».

1919, sur les « Systèmes à oscillations persistantes » sont très significatives de ce point de vue et très remarquables car Blondel aborde une question d'oscillations dans les circuits électriques. En suivant les travaux récents de Ginoux[20], il apparaît que ce texte de Blondel est significatif d'un effort scientifique autour des théories des oscillations dans le tournant des années 1920, avant que les travaux d'Andronov et de ses collaborateurs n'injectent les concepts des mathématiques « à la Poincaré » dans ce qui deviendra une théorie des oscillations non linéaires (cf. *infra*).

Les travaux de Blondel sont sans rapport *a priori* avec l'ingénierie navale. Mais il faut saisir que les équations différentielles de la dynamique de ces systèmes sont similaires, ce que Minorsky a parfaitement compris : sa formation en ingénierie électrique a probablement facilité sa perception des analogies entre problèmes électriques et problèmes de l'ingénierie navale. L'analogie est implicite, les équations différentielles sont les supports de ces analogies. Mais Minorsky s'inscrit d'abord explicitement dans la résolution du problème naval, avec ses contraintes et sa singularité.

La présentation inscrite dans ce cadre restreint et sa publication dans une revue spécialisée pour ingénieur naval, réduisent de fait l'impact de l'article, alors que ses résultats ont valeur générale. C'est ce qui explique le décalage entre le temps de la diffusion et celui de la pleine reconnaissance dans la théorie du contrôle qui sera plus tardive : Bennett a montré comment la classification des types de contrôles et l'addition des composantes PID pour assurer le contrôle ont marqué l'histoire de la théorie du contrôle. Le système PID s'est répandu dans les théories du contrôle, tout en oblitérant cette généalogie : c'est probablement grâce aux travaux historiques de Bennett que Minorsky a retrouvé ce statut de figure importante de l'histoire du contrôle (en particulier avec son ouvrage [Bennett 1984]).

2.4. *1923 : USS New Mexico*

Fort de son analyse il est engagé dans la mise en place pratique d'un système différentiel pour « résoudre » le problème du pilotage automatique sur un bâtiment de la Marine américaine, l'USS New Mexico. Le récit complet de l'expérience sera rendu public en 1930[21] seulement.

---

20 Voir la thèse de Ginoux [Ginoux 2011], et particulièrement les pages 79 et suivantes concernant Blondel.

21 Il s'agit en fait de deux brevets US n° 1 436 280 « Automatic steering device » (c'est la première définition d'un système automatique par Minorsky, qui remonte à 1918 et repose sur une partie des analyses qui ne sont publiées qu'en 1922 ; le brevet est délivré en novembre 1922) et du US n° 1 703 280 « Directional stabilizer », déposé en septembre 1922. Minorsky fait état de ces tests dans « Automatic steering tests », 1930.

Minorsky conçoit un prototype, reposant sur deux brevets qu'il a déposés, Comment automatiser la rotation du gouvernail pour garder un cap ? En combinant les données recueillies par des instruments de bord (gyrocompas, gyromètre, système pour mesurer l'accélération), le système électro-mécanique applique la correction en temps réel sur le gouvernail. La commande est réalisée selon une action de contrôle de classe 1, dans laquelle la composante en accélération est nulle, c'est-à-dire $p = 0$ (dans cette première phase de tests).

Son prototype est le point de départ des tests. Il sert à calibrer le dispositif sachant que Minorksy ne dispose d'aucune donnée empirique à ce moment-là : il n'a conçu qu'une « théorie » qu'il cherche maintenant à confronter à la réalité maritime, c'est-à-dire en déterminant les coefficients m et n du système mathématique. Le prototype est ensuite amélioré et augmenté. Dans leur ensemble, les tests montrent la faisabilité d'un système complet et opérant : le contrôle en direction est correct et effectif. Minorsky a pu également expérimenter l'addition d'une composante de contrôle sur la dérivée d'ordre deux (accélération) avec succès. Les résultats sont donc positifs, et constituent un retour d'expérience validant une bonne partie des analyses mathématiques de 1922. Mais l'US Navy décidera d'abandonner le projet en 1930, après d'autres essais. Dans la Navy le problème est d'ordre psychologique, et non pas technique : les marins ne veulent pas de pilote automatique[22]. Pour les marines marchandes plusieurs systèmes concurrents sont commercialisés mais ils ne rivalisent pas avec celui de la Navy. Le plus connu d'entre eux est celui de Sperry, construit d'après les intuitions de celui-ci, mais qui laisse place à beaucoup d'approximations dans le contrôle de direction. Or la position de Minorsky est bien de ne plus laisser court aux approximations. Le système Sperry ne sera significativement amélioré qu'en 1937, après que Minorsky en ait fait l'analyse théorique ([Bennett 1984, p. 14]). Si Minorsky a été perspicace dans l'analyse et la conception d'un système de pilotage, en revanche, il n'a pas les talents commerciaux de Sperry, ni le soutien industriel, qui lui auraient permis de valoriser ses recherches. Minorsky vend son brevet à la société Bendix Aviation.

22 Ainsi s'exprime le capitaine H.S. Howard de la Navy, cité dans [Henderson 1934, p. 30] : « [...] the operating personnel at sea were very definitely and strenuously opposed to automatic steering, and they wished us to have nothing further to do with it after these tests were completed. »

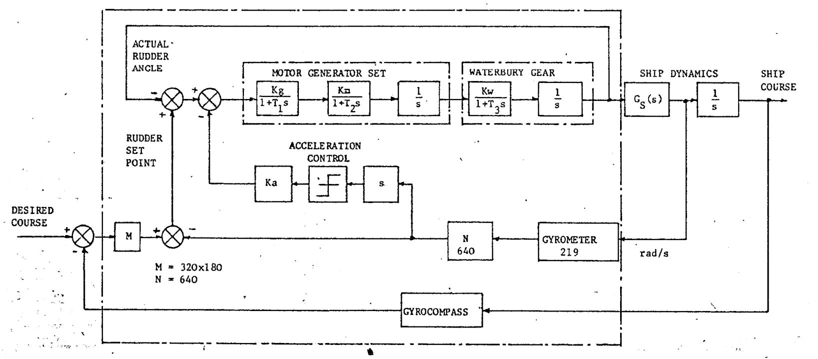


FIGURE 1. Diagramme du système de pilotage, inspiré des analyses de 1922 (système de classe 1, cf. [Bennett 1984, p. 12]).

3. MINORSKY ET LES MATHÉMATIQUES DES OSCILLATIONS NON LINÉAIRES

Ces tests sur l'USS New Mexico ne sont qu'une petite partie de l'activité de Minorsky des années 1923–1930. Fort de son expérience dans le domaine de l'ingénierie électrique, Minorsky obtient un poste de professeur à l'université de Pennsylvanie, qu'il gardera sur la période 1923–1934. Il enseigne l'électricité et la physique appliquée, et fait désormais de la recherche en physique. Il travaille de nouveau pour l'US Navy, au sein du Naval Research Laboratory[23], et sera ensuite affecté au David Taylor Model Basin (DTMB)[24], construit entre 1937 et 1939. Ces nouveaux « laboratoires » de la Marine sont le cadre dans lequel vont se poursuivre ses recherches.

Déjà en 1922, il est un ingénieur proposant une analyse théorique au fait des mathématiques de son temps. Son intérêt pour cette analyse théorique va croissant et il élargit ses problématiques à diverses questions de stabilisation du navire. Minorsky persévère dans la mathématisation de ces problèmes. En imaginant ses solutions il va progressivement réaliser que le non linéaire est à la fois un ingrédient essentiel dans les questions de stabilité et de contrôle, et l'obstacle principal à ses analyses mathématiques.

---

23 Premier laboratoire de recherche créé au sein du département de la Marine américaine, en 1923.

24 Le DTMB est un bassin de test pour la conception des navires de la Marine américaine (aujourd'hui, il s'appelle : Carderock Division, Naval Surface Warfare Center). Pour une histoire de cette gigantesque infrastructure, voir [Carlisle 1998].

La situation de Minorsky est assez paradoxale : il est à la fois entouré, écouté, mais en réalité très peu d'ingénieurs sont à même de le suivre dans ces travaux théoriques aux Etats-Unis, dans les années 1930 comme, déjà, en 1922. Minorsky va donc chercher et trouver ailleurs des réponses à cette problématique. Et il va innover sur deux tableaux : les mathématiques pour la théorie du contrôle (à travers les mathématiques des équations différentielles non linéaires) et les procédés de calcul adaptés à ces problèmes. D'ingénieur de la Marine, il se mue en chercheur-ingénieur, féru de mathématiques, entre 1923 et la fin de la Seconde Guerre mondiale.

Pour comprendre ce cheminement, il faut suivre ses travaux et les recontextualiser systématiquement, en indiquant où il a puisé ses ressources pour l'analyse théorique. On montrera ainsi également comment il a joué un rôle de passeur d'un côté de l'Atlantique (Europe et URSS) à l'autre, les Etats-Unis, sur fond de migration scientifique des années 1930.

3.1. *1927–1937 : Les oscillations non linéaires en Europe et en URSS*

La première expérience et formation de Minorsky, le noyau de sa culture technique et mathématique, c'est celle de Saint-Pétersbourg, nous l'avons vu. Tout au long de sa vie, Minorsky est en formation, grâce à des voyages réguliers en Europe notamment, durant lesquels il a à cœur de se perfectionner en mathématique et en physique. Son plus long séjour est celui de son année sabbatique (1927–1928) pendant laquelle il choisit d'aller au contact des meilleurs physiciens de son temps. Il trouvera à Göttingen, chez Richard Courant (1888–1972) et Max Born (1882–1970), des personnalités scientifiques marquantes, aux enseignements de physique mathématique de premier plan. Il a des contacts en France également, qui aboutiront à un début de thèse, avortée, avec Paul Langevin (sur l'année 1933–34). Minorsky n'est pas un ingénieur naval comme les autres, il a également été chercheur en physique[25].

Ces voyages sont pour Minorsky l'occasion également de s'acclimater aux nouveautés physiques et mathématiques de la théorie des oscillations non linéaires en train de se construire en Europe et URSS : c'est précisément avec ces nouvelles théories, dans ce nouveau cadre théorique général, qu'il poursuivra ses travaux sur la stabilité et le contrôle.

---

[25] Ses contributions sont nombreuses, mais restent mineures. Nous renvoyons à la liste des publications, éditées par exemple dans [Flügge-Lotz 1971]. Signalons simplement qu'il touche à l'électromagnétisme, l'électronique, l'automatique, l'aéronautique, etc., autant de domaines à la frontière de la physique et des sciences pour l'ingénieur.

De l'historiographie, il se dégage deux points importants[26]. D'une part l'analyse des systèmes oscillants non linéaires, avant 1930, repose sur une base mathématique et technique plutôt hétérogène. D'autre part, ce sont les efforts de l'école russe, autour d'Alexander Andronov (1901–1952) dès 1928–1929, qui permettront de construire un ensemble théorique assuré, et reposant sur les travaux d'Henri Poincaré sur les équations différentielles, plus exactement ses « Mémoires sur les courbes définies par une équation différentielle » (1881–1886) et ses célèbres *Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste* (1892–1899)[27]. Cette base est complétée par le traité de Lyapounov sur la stabilité, de 1892.

Les travaux de Poincaré et Lyapounov datent de plusieurs décennies lorsqu'ils reviennent en jeu sur la question des oscillations non linéaires : pourquoi porte-t-on un intérêt renouvelé à ces questions et ces travaux vers 1930 ? Parce que de nombreux champs de la technique butent sur des problèmes d'oscillations non linéaires et que le rapprochement entre ces divers domaines et les mathématiques adéquates n'est pas réalisé avant les années 1930[28]. En effet, la technique voit au XXᵉ siècle de nouveaux systèmes émerger, dans lesquels les non linéarités sont essentielles. Le premier d'entre eux (pour son importance, non pour des raisons de chronologie) est la télégraphie sans fil (TSF). Les ingénieurs cherchent des systèmes pour entretenir des oscillations, selon des fréquences fixées et stables, pour l'émission et la réception radio. L'électrotechnique, la mécanique et la TSF (puis la radiotechnique) apportent leur lot de problèmes non linéaires, de stabilisation et de contrôle. Les questions de la marine ne sont en fait qu'une partie des problèmes non linéaires, Minorsky l'a appris très tôt : il a déjà connaissance en 1922 des travaux de Blondel sur les oscillations entretenues, ce qui montre qu'il a perçu la transversalité des questions d'oscillations non linéaires dès ce moment-là.

Même si Poincaré lui-même avait ouvert la voie en 1908, en utilisant ses propres théories pour l'étude des oscillations pour la TSF[29], il faudra attendre 1928 pour que des ingénieurs-mathématiciens et physiciens russes retrouvent dans les mathématiques de Poincaré une clé pour l'analyse des

---

26 [Aubin & Dahan 2002], [Dahan 2004a ;b], [Petitgirard 2004], [Ginoux 2011].

27 Voir bibliographie.

28 Dans ce qui suit, nous reprenons en grande partie l'historiographie sur le sujet, [Aubin 1998] (pour une analyse socio-historique), [Pechenkin 2002] et [Petitgirard 2004] (pour une analyse plus détaillée des concepts et théories en jeu).

29 Voir [Ginoux & Petitgirard 2010].

comportements oscillatoires non linéaires[30]. En effet l'étude des oscillations, jusqu'au début du XXe siècle, opère dans un cadre hérité de l'analyse harmonique. Les analyses de type Fourier ont été transcrites pour la théorie physique et pour l'ingénieur par Lord Rayleigh dans l'ouvrage de référence *Theory of sound* [1877]. Seul le domaine de la mécanique céleste offrait des problèmes non linéaires qui ont attiré et stimulé les mathématiciens : leur étude nécessitait l'extension des développements en série de type Fourier. Les mathématiciens du XIXe siècle, dont Poincaré avec ses *Méthodes nouvelles,* ont apporté de nombreuses contributions à ces questions de dynamique, en particulier sur le problème des trois corps et la stabilité du système solaire.

D'une certaine manière, l'histoire de la théorie des oscillations non linéaires est la reconnaissance claire de l'inadéquation des méthodes mathématiques préexistantes qui forment le bagage délivré aux ingénieurs depuis le XIXe siècle. Un problème d'oscillation non linéaire, qu'il relève de la mécanique céleste ou de la TSF, ne peut se « résoudre » par la décomposition en modes de Fourier indépendants. On pourrait y voir une limite à une certaine forme de réductionnisme, car désormais l'analyse du système doit se faire globalement : cela implique un changement de méthode et un changement dans les méthodes mathématiques pour l'analyse des équations différentielles.

À partir de 1928, Andronov, sous la direction de son mentor Leonid Mandelstam (1879–1944), et avec de nombreux collègues comme Alexander Vitt, Semen Chaikin, Nikolaï Papalexi, vont faire émerger une théorie des oscillations non linéaires, applicables aux nouveaux problèmes de la technique[31] : mécanique, électrotechnique, électronique, stabilité et contrôle de tout type de systèmes, biologie des populations, etc. Un autre groupe à Kiev, autour de Nicolai Krylov[32] et Nicolai Bogoliubov, perfectionne également ces méthodes mathématiques. Ces travaux, en pointe à ce moment-là, se font connaître en Europe occidentale par l'intermédiaire de notes (en français) à l'Académie des sciences en France[33], et à travers différentes rencontres, colloques et séminaires.

---

30 Il s'agit bien de 1928, et non 1929 comme on le lit habituellement dans l'historiographie, car la note originale en russe d'Andronov date d'Août 1928.

31 Pour des détails et une vision plus complète de cette histoire nous renvoyons aux travaux récents de Ginoux [2011], ainsi qu'à Dahan [2001].

32 Il n'y a aucun lien de parenté avec A. Krylov, l'ingénieur de la marine, précédemment cité.

33 Notamment les deux notes remarquables d'Andronov [Andronov 1929] et d'Andronov et Witt, [Andronov & Vitt 1930].

La première réunion impliquant les chercheurs soviétiques, hors d'URSS, a lieu en France en janvier 1933, sans faire germer de nouvelles perspectives à l'Ouest semble-t-il [Ginoux 2012]. Les années suivantes sont marquées par le repliement à l'Est, sous Staline, laissant filtrer peu d'informations après 1936. L'ouvrage majeur *Théorie des oscillations* d'Andronov, Chaikin et Witt est publié en 1937, en russe uniquement. Au total, peu de chercheurs sont investis, hors d'URSS, sur cette thématique de la théorie des oscillations non linéaires, aussi appelée « théorie des auto-oscillations » et « mécanique non linéaire » par l'école russe et par celle de Kiev. Les autres sont des ingénieurs ou des physiciens, dont le niveau en mathématiques est largement supérieur à l'ingénieur « moyen » et qui rappellent le parcours de Minorsky. Les travaux de référence, cités y compris en URSS, sont produits par le physicien néerlandais Balthasar van der Pol (1889–1959), l'ingénieur des Mines Alfred Liénard (1869–1958), l'ingénieur Philippe Le Corbeiller (1891–1980), le mécanicien (au sens des mathématiques) Jules Haag (1882–1953)[34].

Ce lot de contributions soviétiques a pour conséquence l'introduction de nouveaux concepts dans l'analyse des systèmes oscillants, qui vise à caractériser le portrait de phase de l'oscillateur en question, ses solutions périodiques et quasi-périodiques, sa stabilité. Ces nouveaux concepts, hérités de Poincaré, s'appellent : points singuliers (col, nœud, centre, foyer), cycles limites, bifurcation, exposants caractéristiques pour l'analyse de la stabilité des solutions, etc. La théorie des oscillations non linéaires regroupe une analyse géométrique-qualitative (dans l'espace des phases) et des développements quantitatifs sur les solutions des équations, directement repris de Poincaré.

L'ambition de Mandelstam, Andronov et leurs collègues est de mettre fin aux « bricolages » mathématiques, très élaborés déjà dans les années 1920, pour définir un cadre général, rigoureux, à l'analyse des oscillations non linéaires.

3.2. *Agir pour la Dynamique aux Etats-Unis*

Minorsky se nourrit de tous ces éléments, d'autant plus qu'il est en France au bon moment, qu'il est francophone (son épouse Madeleine est française) et que Paris est un point de rencontre et de discussion

[34] Cette liste n'est en rien exhaustive. Il faudrait également mentionner les travaux sur les solutions « quasi-périodiques », d'Ernest Esclangon (1876–1954) et de Pierre Fatou (1878–1929), les travaux sur la synchronisation de fréquence, la démultiplication de fréquence, etc.

avancé hors de Russie et d'Ukraine[35]. Nous avons signalé que la première conférence « internationale » sur le sujet des oscillations non linéaires se tient du 28 au 30 janvier 1933 à Paris, à l'Institut Henri Poincaré. Les deux instigateurs de cette réunion sont l'ingénieur néerlandais Balthazar van der Pol et l'ingénieur russe Nikolaï Papaleksi, collaborateur d'Andronov. Même si les circonstances n'ont pas permis de rassembler tous les spécialistes du moment, on trouve parmi les participants un certain nombre de français : Alfred Liénard, Elie et Henri Cartan, Henri Abraham, Eugène Bloch, Léon Brillouin et Yves Rocard. Voilà le signe que la communauté française et européenne s'est emparée du sujet, autant pour organiser les réflexions que pour participer aux travaux.

Minorsky est en contact avec les membres de cette communauté, mais n'oublions pas, surtout, qu'il est d'origine russe, qu'il lit le russe, contrairement à l'écrasante majorité des chercheurs d'Europe occidentale qui resteront à distance des textes en russe. C'est d'ailleurs ce qui explique qu'il participera à la traduction en langue anglaise de ces ouvrages pendant la Seconde Guerre mondiale.

Entre ces voyages, Minorsky va se faire l'apôtre de ces nouveautés autant auprès des ingénieurs et des mathématiciens, que des autorités académiques et au sein de la Navy, outre-Atlantique. En tant qu'enseignant au MIT en 1935, il fait probablement le premier cours sur le thème de la dynamique « moderne » et des théories de la stabilité dans cette institution. Minorsky a une activité de sensibilisation très directe auprès des chercheurs et ingénieurs qu'il côtoie et forme. Raison pour laquelle il publie les traductions des ouvrages majeurs des chercheurs soviétiques en 1944, sous forme de rapport du DTMB à destination de tous les chercheurs de la marine américaine. Au total ce seront quatre rapports, qui seront ensuite compilés et publiés sous le titre *Introduction to non-linear mechanics* en 1947, cette fois-ci à destination de tous les universitaires.

Cette sensibilisation ne s'arrête pas aux frontières de ses contacts directs. En 1936, il forme un projet plus ambitieux de rapprochement entre l'enseignement supérieur et le département de la Navy. Les collaborations entre ces deux mondes, avant la Seconde Guerre mondiale, sont limitées, c'est l'expérience de la guerre qui les rapprochera : c'est toute la démonstration de l'historien Harvey Sapolsky dans *Science and the Navy* [1990]. Mais, sur la base de sa propre expérience, Minorsky se fait l'avocat

35 Voir [Ginoux 2012]. Signalons qu'aux Etats-Unis se trouve probablement le meilleur spécialiste des théories de Poincaré, le mathématicien David Birkhoff (1884–1944), mais il est concentré sur le développement mathématique des théories des systèmes dynamiques.

de collaborations entre les universités, les Colleges et la Navy, dans un mémorandum de 1936[36]. La formation des ingénieurs, de leur niveau en mathématique et en physique, est un point préoccupant pour lui. Il regrette que ce qu'il appelle la « dynamique avancée » n'apparaisse pas dans les cursus d'ingénieur, que la question de la stabilité, si importante dans le domaine naval, soit délaissée. Il dresse aussi un plaidoyer pour une formation théorique en « dynamique » pour les ingénieurs du pays[37].

3.3. *La stabilisation des navires*

Sur la période 1922–1947, les principaux problèmes que Minorsky aborde pour la Navy, outre celui de la stabilisation de la direction, sont ceux du roulis et l'amortissement des petites oscillations des bâtiments. Dans ces questions de stabilisation des navires, Minorsky voit émerger les problèmes liées aux non linéarités. En se confrontant à chacun de ces problèmes il comprendra que le non linéaire est à la fois essentiel dans les questions de stabilité et contrôle, et un obstacle redoutable aux analyses mathématiques.

Les outils mobilisés par Minorsky dans ces travaux sont de plusieurs ordres : mathématiques des équations différentielles pour l'analyse théorique, modèles réduits des systèmes de stabilisation permettant des études expérimentales à échelle réduite, et des analogies de plusieurs natures, entre domaines techniques. De manière assez générale dans les années 1920–1930, l'effort théorique concernant les oscillations non linéaires, comme la diffusion de ces théories, repose sur l'utilisation courante des analogies électro-mécaniques entre circuits électriques et systèmes mécaniques, chez les ingénieurs et les physiciens[38]. Il existe une raison de fond

---

36 Il s'adresse aux autorités du Navy Departement, qui relaient le projet auprès du National Research Council. Le rapport de Minorsky est transmis au président du National Research Council, Robert A. Milikan : « Coordination of work of Universities and Colleges for the purpose of advancement of scientific problems of the Navy », *Papers of Robert Andrews Milikan* — archives du California Institute of Technology.

37 *Ibid.* « These advanced problems of the Navy, generally, require a knowledge of advanced Dynamics which, in general, does not appear on the Engineering curricula. Strange as it may seem, but the advanced Dynamics is studied by the Physicists — mainly in connection with the atomic problems — and not by the Engineers. » (p. 3). Plus loin : « Another chapter of a still greater importance for practically all Naval problems, is the chapter on stability of dynamical systems. This chapter, in general, is entirely omitted in the Engineering curricula. » (p. 4).
Sa préconisation : « Organizing a special graduate course at one of the leading Universities which would fill the gaps in the existing curricula. » (p. 4). Il est clair que Minorsky s'appuie sur sa propre expérience.

38 Nous renvoyons à la thèse de Ginoux [2011].

à ces analogies : les modèles de ces circuits et systèmes sont construits avec des équations mathématiques semblables. De par sa formation et sa pratique, Minorsky comprend et adhère aisément à cette transversalité, à cette possibilité de passer d'un domaine technique à un autre, ce qui lui permettra de mettre en œuvre des réponses neuves aux défis de la Marine. Nous verrons également toute l'importance de ces analogies dans ses réflexions sur les systèmes de calcul.

Pour rester concis dans la présentation, nous reprenons le fil rouge donné par Minorsky dans son *Introduction to non-linear mechanics* [1947], en indiquant ponctuellement les travaux antérieurs auxquels il est fait référence. Nous ne donnons ici que les équations des systèmes étudiés, de manière résumée, dans le but de montrer les difficultés de chaque problème, à savoir la composante non linéaire dans la dynamique des oscillations.

Après les travaux sur la stabilisation en direction, c'est la question du roulis, et concrètement le développement de systèmes anti-roulis, qui occupe Minorsky, à partir de 1930 environ. Construire un dispositif anti-roulis efficace est un problème important de la construction navale, d'autant plus que les bâtiments gagnent en taille et poids. Les théoriciens du début du XX^e siècle ont déjà proposé l'équation dite de Froude pour décrire le roulis, ce qui constitue le point de départ des analyses de Minorsky [1934].

Équations différentielles du roulis (Équation de Froude[39])

Il s'agit des équations

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + B_1\frac{d\theta}{dt} + B_2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + D \cdot h(\theta) = 0$$

où θ est l'angle du navire par rapport à la position d'équilibre verticale, I est le moment d'inertie du navire, B_1 et B_2 les coefficients de Froude (résistance au roulis), $h(\theta)$ le bras de levier du couple redresseur, et D le déplacement.

La composante non linéaire correspond au terme quadratique. Or l'observation expérimentale révèle qu'on ne peut pas négliger le terme en B_2 : impossible de réduire les équations à un système linéaire, sans perdre une partie significative de la mécanique du roulis.

---

39 Ce modèle de roulis est une transposition du système appelé « pendule de Froude », du nom de l'ingénieur et architecte naval britannique William Froude (1810–1879). Le pendule de Froude est un système mécanique à friction, qui a la propriété d'être « auto-oscillant ». La première analyse en ces termes est due à Strelkov en 1933. Voir [Strelkov 1933].

Dans la perspective de Minorsky, réaliser un système anti-roulis signifie introduire du contrôle par l'intermédiaire des termes de Froude. Plusieurs systèmes existent, ont été testés ou sont mis en service lorsque Minorsky attaque ce problème. Le système recherché par Minorsky se distingue des autres dans son souhait de développer un système de contrôle actif. Dans un navire, son système de stabilisation repose sur des réservoirs appelés ballasts, placés de part et d'autre du navire : une pompe assure le transfert de l'eau d'un réservoir à un autre, de manière à compenser un basculement du navire. Il s'agit de créer une boucle de rétroaction pour contrôler le roulis du navire et le contrer en temps réel.

Les travaux de Minorsky combinent l'analyse mathématique des équations différentielles aux recherches expérimentales sur un modèle réduit construit pour un « navire équivalent » à échelle réduite. Dans les analyses mathématiques, il lui faut contourner les difficultés, et l'absence de théorie générale des solutions de l'équation de Froude, en restant à un niveau qualitatif. Cela n'est pas sans rappeler ses travaux de 1922, et Minorsky convoque à nouveau le critère d'Hurwitz pour assurer les conditions de stabilité théorique du système.

Oscillations parasites dans les systèmes de contrôle

Un des problèmes rencontrés dans le dispositif de contrôle actif vient des effets parasites du système, en particulier ceux générés par la pompe utilisée pour le transfert de liquide d'un ballast à l'autre : plus exactement, selon l'angle de l'hélice de la pompe, il peut apparaître un « papillonnage », c'est-à-dire de petites vibrations dans le système, rendant moins efficace le contrôle. Ces effets parasites sont caractérisés par l'équation :

$$J\frac{d^2\phi}{dt^2} - \left[(b - a_1) - a_3\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2\right]\frac{d\phi}{dt} + c\phi = 0$$

où J est le moment d'inertie du ballast (réservoir + conduit), a est le coefficient du couple exercé sur le ballast, b est le coefficient de friction, et c est le coefficient de stabilité statique de l'eau du ballast.

En redimensionnant les paramètres de cette équation, elle se ramène à une équation non linéaire connue, celle dite « de Van der Pol »[40] :

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0.$$

40 L'équation apparaît dans l'article de Balthazar van der Pol en 1920 [Van der Pol 1920]. Le nom de cette équation n'est pas fixé immédiatement, et Minorsky ne fait référence à l'équation sous ce nom « d'équation de van der Pol » qu'à partir des années 1940.

Stabilité directionnelle d'un navire

Variation sur le thème des recherches de 1922, Minorsky prolonge ses théories sur la stabilisation en direction pour étudier un problème particulier, celui de l'écart du navire au mouvement en ligne droite, reposant sur l'équation :

$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2} + C_0\frac{d\alpha}{dt} - \alpha(M_0 - M_1\alpha^2) = 0$$

où J est le moment d'inertie (selon l'axe vertical passant par le centre d'inertie), C est la résistance au virage, M le moment de la force de « dérive », α l'angle de la déviation initiale.

Dans une première approximation, qui se veut conforme aux observations sur les navires réels, Minorsky considère les équations suivantes :

$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2} + C\left(\frac{d\alpha}{dt}\right) - M(\alpha) = 0.$$

Dans tous les cas, M recèle la composante non linéaire.

À travers ces quelques exemples, on voit la diversité des problèmes rencontrés par Minorsky et leur complexité relative. La composante non linéaire ne peut pas être isolée, réduite ou éliminée. Elle est dictée par le calibrage du dispositif, par les retours d'expérience de terrain. Ces problèmes ont un point commun en termes de modélisation : ils aboutissent à des équations différentielles du second ordre, non linéaires et non intégrables analytiquement. Le problème vient du fait que, contrairement au cas des équations linéaires, il n'existe pas de méthodes mathématiques générales et efficaces pour résoudre ces équations.

En outre, même le calcul approché des solutions dans le cas non linéaire est difficile. Il faut faire appel à des développements en série qui s'avèrent parfois compliqués, ou dont les propriétés de convergence ne sont pas clairement établies. Par ailleurs, il n'existe pas de machine à calculer adéquate au problème. Les ingénieurs et mathématiciens peuvent utiliser les ressources du calcul graphique mais les procédés, aussi ingénieux soient-ils, n'apportent laborieusement que des renseignements partiels. Dans les recherches en aéronautique, il semble que la situation soit proche. Bennett fait état des mêmes problèmes de théorisation et de calcul dans la stabilisation et le pilotage automatique des avions :

> A number of methods for improving control were considered, but attempts were handicapped by the need for extensive numerical calculation for each case considered. [...] Computational difficulties seem to have prevented development of an interest in the analysis of aircraft control systems. »

> « Application of theory was also inhibited by the problems of computation. This was particularly evident in the area of aircraft control although if the problems had been considered particularly pressing the computations would have been carried out. » [Bennett 1986, p. 146–148].

En 1922, rappelons que Minorsky était parvenu a contourner le problème en utilisant un résultat de Blondel qui justement permet de préciser la stabilité du système sans intégrer l'équation : il s'agit de relations entre les coefficients de l'équations différentielle. Mais ce ne pouvait être qu'une solution *ad hoc*. Le défi est double et ne peut se satisfaire d'expédients aussi simples que : caractériser la dynamique avec des équations linéaires et résoudre ces équations. C'est en cherchant, et en innovant, sur le plan de la théorie du contrôle (à travers les mathématiques des équations différentielles non linéaires) et les procédés de calcul que Minorsky répond au défi.

4. DE PASSAGE AU MIT : LES « ANALOGUES DYNAMIQUES »

Dans ses propres recherches sur les oscillations non linéaires, Minorsky emprunte deux voies complémentaires : celle des mathématiques des équations différentielles et celle du calcul analogique. L'une ne va pas sans l'autre dans son esprit et dans ses réalisations. Les mathématiques fixent le cadre général. Mais l'application directe des méthodes a une contrepartie : cela donne lieu à des calculs très longs, fastidieux, frustrants pour l'ingénieur. Minorsky conçoit alors des machines propres à faciliter ce travail et à apporter des réponses adéquates à la problématique mathématique. Ces machines se rangent dans la catégorie des calculateurs analogiques, et il les baptise « Analogues dynamiques ». Analysons leurs spécificités et les propositions de Minorsky.

4.1. *Au Massachussets Institute of Technology*

La genèse des « Analogues dynamiques » se fait dans un théâtre bien particulier, le MIT. Et dans un épisode particulier de la vie de Minorsky puisqu'il a déjà acquis une vision large des questions de dynamique non linéaire. Minorsky est de passage au département d'ingénierie électrique sur l'année universitaire 1934–1935 pour donner des cours d'« Advanced dynamics ». Or l'ingénieur Vannevar Bush est à cette époque vice-président du MIT et doyen de la faculté d'ingénierie (1932–1938). Lorsque Minorsky se lance dans la conception de ses calculateurs, il est clair que l'inspiration vient de l'analyseur différentiel dont l'inventeur est précisément Bush, en 1931. Ce sera son premier soutien.

Concrètement, un seul système de calcul est complètement réalisé en 1935 au MIT, sous la direction de Minorsky. C.N. Henshaw, un étudiant à la faculté, met en oeuvre le calcul des solutions de l'équation de Mathieu[41]. Résultats limités, mais déjà instructifs, au point que Minorsky persévère malgré les nombreuses autres responsabilités qui lui incomberont par la suite.

En effet, les « Analogues dynamiques » sont un sujet sur lequel Minorsky réfléchit à plusieurs reprises, mais faute de soutien après 1936, au sein de la Marine, il n'aura plus l'occasion d'en construire. Ses préoccupations pour les mathématiques et la théorisation dans les recherches navales font qu'il établira un rapport sur ces « Analogues », au DTMB, en 1941. Mais ce n'est qu'en 1947 qu'il revient de manière synthétique sur le sujet, dans un article général destiné à la communauté des ingénieurs, dans le *Journal of the Franklin Institute*. C'est en quelque sorte le testament des « Analogues dynamiques ».

Il ne reste aujourd'hui aucune trace matérielle de ces instruments de 1936, malheureusement. Aucune photographie non plus, seulement des schémas généraux qui apparaissent dans les diverses publications de Minorsky sur le sujet.

4.2. *Le principe de base*

Dans le principe, Minorsky construit un système de calcul analogique, s'inspirant des intégrateurs mécaniques connus tels celui de Lord Kelvin, et bien sûr de Bush. Même si Minorsky ne le cite pas, il est possible qu'il ait été également inspiré par les travaux de Krylov à Saint-Pétersbourg, qui, parmi les tous premiers, avait mis en œuvre les idées de Kelvin pour un calculateur (cf. partie 1 et [Trogemann et al. 2002, p. 13]). Pour reprendre les termes de Minorsky : comment faire des calculs sur l'équation différentielle d'un pendule ? En mesurant le mouvement du pendule. La mesure sur le système physique permet de donner des résultats de calcul sur

---

41 À part dans la correspondance de Minorsky, il est difficile de trouver des informations précises sur les participants au projet. Dans le *President's report issue* du *MIT Bulletin* de 1936, on trouve mention de deux collaborateurs : « Dr. Nicholas Minorsky, when a member of the staff, suggested an electro-mechanical apparatus for the solution of certain differential equations representing elastic damped vibration with a spring parameter varying with time. Such an apparatus has been successfully constructed and tested by Dr. C. W. MacGregor and Mr. C. N. Henshaw ». Ce que nous avons pu réunir de la correspondance de Minorsky n'apporte pas davantage de renseignements.

l'équation. C'est l'inverse de la démarche habituelle qui consiste à prédire le mouvement du pendule par le calcul[42].

Minorsky généralise le procédé : pour une équation différentielle dont on souhaite calculer les solutions, il faut trouver le « pendule » qui correspond à ces équations, le faire osciller et mesurer. La trajectoire du pendule physique est un analogue de la solution de l'équation différentielle, un « Analogue dynamique ».

Minorsky se limite au cas des équations différentielles ordinaires, de degré deux :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + F_1\frac{d\theta}{dt} + F_0\theta = 0, \qquad F_0 \text{ et } F_1 \text{ dependant de } t,\ \theta,\ \frac{d\theta}{dt}.$$

Minorsky propose le système pendulaire suivant : un anneau C (petite bobine) connecté à un circuit électrique, placé dans le champ magnétique H uniforme d'un solénoïde S plus grand et relié à un autre circuit. L'anneau est suspendu dans le champ magnétique, il oscille selon l'axe vertical au gré des forces électromagnétiques : il « pendule »[43]. C'est un système électromagnétique dérivé de l'électrodynamomètre. En relevant le mouvement sur plaque photographique, on recueille les résultats de l'intégration de l'équation différentielle régissant la rotation.

L'ingéniosité du dispositif réside dans la possibilité de moduler les courants i_1 et i_2 pour obtenir les F_1 et F_0 souhaitées, et donc intégrer des équations différentielles à coefficients constants, périodiques en t, ou des équations non linéaires, avec des fonctions F dépendant de θ.

De la même manière que pour les analyseurs différentiels, il faut insérer de l'information analytique (ici les courbes des fonctions F). Dans le système de Bush, l'opérateur s'en charge et introduit la courbe, à la main, en suivant le contour de la fonction à intégrer. Pour introduire ses données, Minorsky propose d'abord des « contours intégrants » sous forme d'un système mécanique (1936), puis opte en 1947 pour une solution photoélectrique (qui est baptisée « photo-intégraphe »[44]).

Prenons un exemple. Le système est composé d'un cache K, muni d'une ouverture A, en mouvement oscillant transversal (selon l'axe des x,

42 [Minorsky 1936, p. 787–88].

43 En première approximation, le couple exercé sur l'anneau est $M = \lambda i_1 i_2 \sin(\theta) \approx \lambda i_1 i_2 \theta$. Le pendule a pour équation $I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + k^2 \cdot \theta = 0$. Notons que $k^2 = \lambda i_1 i_2$ est une constante, dans le cas où i_1 et i_2 sont stationnaires.

44 Minorsky s'inspire directement de la solution proposée par Truman S. Gray qui a réalisé un intégraphe optique, grâce à des cellules photoélectriques (dans sa thèse réalisée au MIT, sous la responsabilité de Bush, en 1930). [Gray 1931].

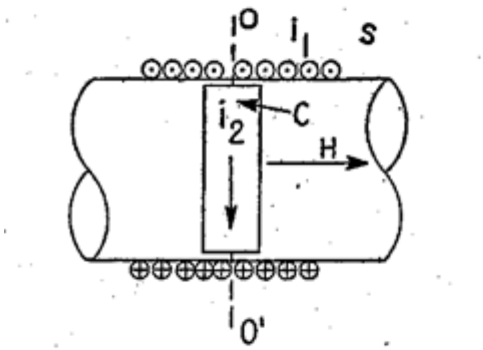


Figure 2. Vue en coupe ([Minorsky 1947a, p. 135, fig. 1].)

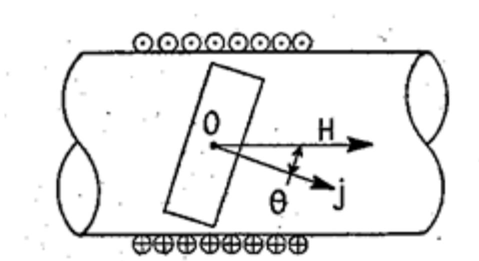
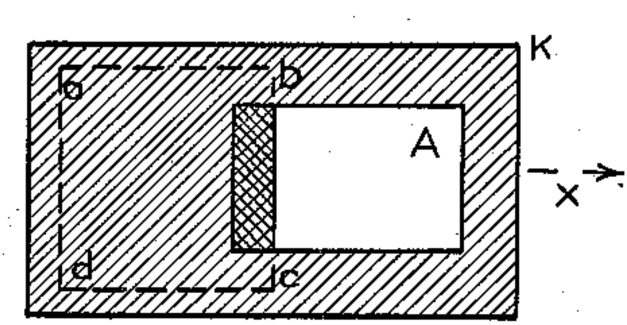


Figure 3. Vue en dessus ([Minorsky 1947a, p. 135, fig. 2].)

voir figure), devant un flux lumineux *abcd*[45] dans un canal à l'extrémité duquel se place une cellule photoélectrique.



45 Figure 4, [Minorsky 1947a, p. 137].

Le courant relevé au niveau de la cellule photoélectrique varie proportionnellement à la surface occultée. Si le cache oscille sinusoïdalement le courant sera sinusoïdal. Ce courant, répercuté dans le bobinage du grand solénoïde du montage, produit un pendule dont l'équation est celle dite de Mathieu :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + (a + b\cos(wt)) \cdot \theta = 0.$$

Pour introduire le terme F_1, facteur de la dérivée première, il est nécessaire d'ajouter un couplage entre le contour et la vitesse de variation $d\theta/dt$. En développant ainsi le pendule, en associant ces différents dispositifs, il est possible de construire un analogue dynamique de tout type d'équation différentielle du second ordre. Et en généralisant encore, un principe similaire peut être imaginé pour les équations d'ordre plus élevé, c'est une perspective donnée par Minorsky sans beaucoup de précisions[46].

4.3. *« Analogues dynamiques » vs. machines à calculer mécaniques*

Minorsky est dans une démarche d'ingénieur qui conçoit une machine, dans ses détails, mais aussi, simultanément, dans une réflexion épistémologique. Il analyse lui-même les limites et les avantages de son système, ainsi que les différences avec les machines à calculer existantes. Première limitation, la précision :

> From the preceding it is sufficiently clear that the analogue on the one hand and the mechanical machines on the other do not pursue the same objectives and, for that reason, are not directly comparable. In the analogue each oscillation gives a new integral curve so that if a parameter is varied between two subsequent oscillations, a family of integral curves will be obtained very rapidly, although presumably with a moderate accuracy of, say, on or two per cent, depending on the degree of linearity of electronic circuits, accuracy of integration by the photo-integraphs and similar factors of a more or less physical nature. A mechanical computing machine, on the other hand, will produce an integral curve slower but with a higher accuracy.[47]

Loin de constituer un défaut rédhibitoire, ce déficit de précision n'obère pas les qualités principales de ces systèmes, qui sont de faire une intégration que nous qualifierons de « semi-quantitative » de l'équation, et surtout directement inspirée par les théories des équations différentielles de Poincaré. Minorsky considère l'analogue d'abord comme machine à explorer les courbes solutions d'une équation différentielle méconnue,

---

46 [Minorsky 1947a, p. 145].

47 La « machine mécanique » à laquelle Minorsky fait référence est l'analyseur différentiel de Bush. *Ibid.* p. 147.

se plaçant dans une perspective d'analyse qualitative des équations, qu'il considère complémentaire du travail quantitatif sur les solutions[48].

En d'autres termes, il s'agit de dresser le portrait de phase de l'équation différentielle, point de départ de l'analyse de l'équation à travers les courbes qu'elle définit. C'est d'ailleurs le titre du mémoire de Poincaré fondateur de ces questions : « Sur les courbes définies par des équations différentielles ». Dans cette perspective, pour Minorsky, c'est bien le rapport à la physique du « pendule » qui est déterminante. Doublement déterminante même, puisqu'en restant proche de la physique il perd en précision, mais gagne en informations qualitatives sur les solutions.

> In view of this certain mathematical concepts such as singular points, for instance, will appear naturally in the analogue as certain positions of equilibrium (stable or unstable) whereas in mechanical computing machine their presence will be ascertained only indirectly by the accumulation of points (in the differential analyzer) or figures (in an arithmetic computing machine) in a certain restricted neighborhood of integration. The same consideration applies obviously to similar critical conditions that may arise in a problem, such as the existence of limit cycles, separatrices, branch points of equilibria, etc. Such a closer contact with physics in problems which are of a physical origin may have some advantages in grasping the real situation.[49]

La visualisation des solutions procurée par l'analogue dynamique est double : le relevé de la trajectoire du pendule offre un tracé des solutions de l'équation différentielle ; et il « suffit » même de regarder le pendule osciller pour savoir s'il se positionne sur une position d'équilibre, sur un mode d'oscillation stable, etc.

En substance, la machine de Bush n'utilise que des relations cinématiques, pas la dynamique inhérente à un phénomène physique donné. En reprenant le terme de Minorsky, l'analyseur différentiel constitue un « analogue cinématique ». Partant d'un système physique, dont on connaît les lois d'évolution, on peut tirer une équation différentielle régissant son comportement. L'analyseur différentiel n'utilise que cette dernière donnée et transforme cette donnée en des liaisons géométrico-mécaniques : in fine, la cinématique de l'analyseur différentiel est analogue à la cinématique du problème physique. L'« Analogue dynamique », partant de la même équation différentielle, est un autre système physique, régit

---

48 *Ibid.*, p. 147 : « Hence, in a totally unexplored problem in which the primary question is to ascertain the general qualitative aspect of integral curves for all possible values of the parameter variation, or, possibly, for different form of the functions appearing as coefficients of the differential equation in question, the analogue will be probably preferable to a mechanical machine. On the other hand, a mechanical machine will be of a decided advantage when an accurate quantitative result is desired. ».

49 *Ibid.* p. 148.

par d'autres lois, mais dont la dynamique est l'analogue du système initial parce que les équations différentielles sont les mêmes. L'analyseur différentiel « trahit » en quelque sorte la dynamique du système physique.

Soulignons que Minorsky a le souci de construire des machines et d'obtenir des résultats adaptés à des questions de stabilité. En cela il s'appuie sur ses connaissances mathématiques et il sait que les notions de points singuliers, de cycles limites, de stabilité sont le produit non pas de la construction dans le détail d'une seule courbe intégrale, mais de l'analyse du portrait de phase : cela nécessite de connaître une famille étendue de courbes solutions. Les « Analogues dynamiques » sont bien l'extension de sa pratique d'ingénieur-mathématicien : celle d'un ingénieur qui a trouvé un moyen de tirer des informations sur des équations différentielles analytiquement non-intégrables, celle d'un ingénieur dont la culture mathématique étendue, en pointe, l'autorise à innover sur le plan de la conception d'un système de calcul.

Les « Analogues dynamiques » sont donc également le produit d'une hybridation de cultures : celle du calcul analogique (celle de Bush au MIT dans les années 1930), celle des mathématiques des équations différentielles (qui a introduit de nouveaux concepts pour l'analyse mathématique), celle du monde de l'ingénieur (avec ses demandes de « résolution » d'équations qui paraissent analytiquement insolubles, « résolution » qui est néanmoins indispensable, et un souci permanent du perfectionnement technique des machines).

4.4. *Des difficultés à l'abandon*

Malgré ces perspectives et le soutien du MIT, malgré la persévérance de Minorsky, ce projet de calculateur ne dépasse pas le stade du prototype de 1935–1936. L'absence de documents, d'archives, empêche de déterminer précisément le pourquoi de cet abandon. Nous devons nous contenter d'un faisceau d'hypothèses, que nous passons en revue, et nous proposons un éclairage par le contexte, et par la comparaison avec des projets contemporains, ainsi que leurs écueils.

La question de la précision est une des raisons, certainement importante, de la durée de vie limitée du projet. Pour des ingénieurs et des physiciens, la précision et les résultats quantitatifs, priment, alors que les « Analogues dynamiques » ne sont certainement pas conçus pour cela. L'avantage de l'analyse qualitative est relatif à une connaissance des mathématiques des équations différentielles. Or, nous l'avons souligné, Minorsky est « avant-gardiste » sur ce terrain (dans le monde des ingénieurs). Au sein de la communauté des physiciens spécialistes des questions maritimes, il ne se trouve que très peu de personnes à même de comprendre l'intérêt de ces figures, portraits de phase et autres concepts « avancés ».

Avec son système, Minorsky produit une iconographie de la dynamique du système, son portrait de phase et autant d'images des trajectoires solutions de l'équation que nécessaire. Il est guidé par les théories « à la Poincaré ». Minorsky dévoile l'arrangement des solutions entre elles, les solutions périodiques, le comportement asymptotique. En bref, il pointe sa loupe sur la stabilité du système, ce qui l'intéresse fondamentalement, et apporte des arguments que l'on peut ranger dans la catégorie des indices d'existence de tel ou tel comportement pour le système physique, et qui doivent être renforcés par d'autres moyens (par exemple des calculs d'exposants de Lyapounov).

Mais plutôt que cette carte globale, les ingénieurs attendent « la » solution, des résultats « tangibles », le bon paramétrage, la configuration adéquate. Toute autre information suscitera des interrogations quant à leur intérêt et pertinence. Ce décalage est pleinement assumé par Minorsky, un ingénieur par ailleurs parfaitement conscient de ces attentes.

L'analyse épistémologique nécessite de distinguer trois niveaux et leurs relations : le système matériel, physique, les concepts mathématiques et les images. Ces images sont produites par la machine, mais le sens de ces images n'est pas évident : quels rapports entre les images du portrait de phase de l'oscillateur et les observables du système physique ? Les images ont du sens parce qu'elles se rapportent aux solutions d'une équation différentielle, elles font sens par l'intermédiaire des mathématiques de l'équation différentielle, mais elles sont produites par la machine, et uniquement grâce à la machine (il n'y pas d'intervention, de correction au cours du calcul).

L'analogue dynamique correspond au couplage réussi entre ces trois niveaux : il est l'intermédiaire nécessaire pour produire les images à partir de la physique de l'oscillateur. C'est une machine (physique) qui repose sur une analogie non pas entre différents systèmes physiques mais entre solutions de l'équation et dynamique du système physique, et qui produit des images (approchées) des solutions

Les images produites par Minorsky permettent de visualiser de manière approchée la dynamique du système physique écrit sous forme d'équations différentielles. Elles ne font sens que dans le cadre des théories de Poincaré. Et on comprend alors pourquoi Minorsky ne s'embarrasse pas de la précision outre mesure : des images plus précises apporteront-elles plus de force à l'argumentation ? Voilà qui est susceptible de dérouter l'ingénieur qui n'aurait pas bien analysé la situation et le parti pris de Minorsky.

Il reste néanmoins la force de l'argument physique, propre à convaincre physiciens et ingénieurs : la stabilité des solutions de l'équation différentielle, d'une certaine manière, se constate en observant l'évolution du pendule ; si les oscillations du pendule se stabilisent, elles peuvent s'interpréter comme un signe de l'existence d'une solution stable à l'équation différentielle. L'équation différentielle est là encore l'intermédiaire indispensable dans l'argumentation. Mais la traduction en termes physiques ne suscite pas l'intérêt des mathématiciens qui ont plutôt tendance à porter un regard suspect sur ce type d'argument.

D'autres raisons plus prosaïques s'ajoutent à cela. Minorsky propose par exemple de construire des analogues pour l'équation de Schrödinger, qui est l'équation fondamentale pour les recherches en physique atomique. C'est un des objectifs du physicien Douglas Hartree à Manchester, qui travaille sur une machine inspirée de l'analyseur différentiel de Bush[50]. Sur ce terrain, l'analogue dynamique est en concurrence directe avec une machine qui est déjà utilisée, et sa faible précision est un handicap. Les mots d'Hartree montrent l'obstacle à franchir pour convaincre les physiciens de l'utilité d'une démarche plus qualitative sur ce type de problème, alors qu'ils privilégient la solution offerte par l'analyseur différentiel[51]. En s'éloignant de son terrain des oscillations non linéaires, Minorsky imagine peut-être un écho favorable du côté des physiciens, alors qu'il se heurte en fait à des conceptions beaucoup plus fortes qu'il ne soupçonne : et il saborde lui-même son projet.

Ces systèmes, simples sur le papier et peu coûteux, sont, malgré tout, délicats à construire et à mettre en oeuvre. Il est nécessaire de posséder une bonne électronique, car les signaux enregistrés sont très faibles : or l'amplification par des tubes électroniques introduit des distorsions, du fait des non linéarités propres à la physique des tubes[52].

---

50 [Froese Fischer 2003], [Durand-Richard 2006].

51 [Hartree 1938, p. 342] : « Differential equations which have no formal solution, or none convenient for numerical evaluation, are of common occurrence in a very wide range of applications of mathematics to problems both of pure and applied science [...] and in the contexts in which they arise, it is often not only the qualitative form of the solution, but actual quantitative numerical values that are wanted. ».

52 Minorsky reconnaît d'emblée le problème en 1936 : « Le degré de précision avec lequel le pendule tracera les courbes intégrales dépendra du choix judicieux de ces différents paramètres. Parmi ces conditions, les plus importantes sont : 1° réduction autant que possible du frottement dans le système mobile ; 2° réalisation des systèmes

Enfin, dans la course aux calculateurs après 1947, qui oppose analogique et numérique, même l'analyseur différentiel perdra sa place de leader. Le développement considérable des calculateurs numériques, des ordinateurs, scellera le sort des calculateurs analogiques.

En d'autres termes, les raisons de l'avortement sont multiples. Fondamentalement, elles sont épistémologiques et sociologiques : la hiérarchie entre résultats quantitatifs et qualitatifs est très ancrée dans la majorité des esprits de cette époque, et les mathématiques susceptibles de rééquilibrer ces rapports sont largement ignorées de ces mêmes personnes. Ces raisons priment probablement l'aspect plus purement technique, puisqu'aucun projet n'est venu relayer la construction du prototype et améliorer ces « Analogues dynamiques »[53]. Et Minorsky, dont le réseau est constitué dans le milieu des recherches pour la Marine, n'a pas les moyens de convaincre ni les mathématiciens, ni les physiciens, de la pertinence de son approche.

5. DE L'EFFORT DE GUERRE À LA RETRAITE ACTIVE

On a saisi qu'avant la Seconde Guerre mondiale, Minorsky n'était pas parvenu à faire valoir son projet de formation avancée en Dynamique dans le tissu universitaire ni militaire. Il restait assez peu entendu concernant la question des théories des oscillations non linéaires aux Etats-Unis, le cœur de la recherche sur le sujet se situant en URSS et en Europe, notamment la France. Deux facteurs vont changer la donne. Un premier, qui est une dynamique entamée dans les années 1930, est celle de l'arrivée de scientifiques européens aux Etats-Unis ; le second est la mobilisation scientifique dans le contexte de la guerre. Deux scientifiques, venant d'Europe et participants actifs à cette mobilisation, jouent un rôle déterminant dans l'évolution de la trajectoire de Minorsky : Theodore von Karman (1881–1963) et Solomon Lefschetz (1884–1972).

En 1940, von Karman, hydrodynamicien très influent, publie le texte « The engineer grapples with non linear problems »[54]. Il dit : « cette conférence vise à améliorer la convergence des points de vue des mathématiques

d'amplification à caractéristiques linéaires ; on appliquera dans ce but des précautions connues dans la téléphonie à longue distance [...] », [Minorsky 1936, p. 793].

53 Voir le chapitre 8 de [Petitgirard 2004], et p. 481 en particulier.

54 Pour être tout à fait précis c'est le texte d'une conférence donnée le 27 décembre 1939 à l'occasion de la quinzième « Josiah Willard Gibbs Lecture », à Colombus, Ohio, sous les auspices de l'American Mathematical Society, et avec l'AAAS (American Association for the Advancement of Science). La publication aura un impact largement supérieur à cette conférence. [Von Karman 1940].

et de l'ingénierie »[55]. Von Karman s'adresse directement aux mathématiciens pour les alerter sur les besoins des ingénieurs. Le premier exemple donné par von Karman est celui des oscillations non linéaires, dressant une synthèse des principaux travaux européens en la matière[56]. L'autre facette de la problématique présentée en filigrane est celle de l'aéronautique, en plein essor et si déterminant dans le conflit mondial.

Le texte résonne avec les propos de Minorsky qui souhaitait, dès 1936, inciter les ingénieurs à se tourner vers les nouveaux problèmes non linéaires. Il souhaitait organiser en conséquence des projets de recherche et de formation. Minorsky est en contact direct avec von Karman, il l'invite plusieurs fois au DTMB, échange sur ses projets. Sur cette base plus solide, Minorsky est lancé dans la diffusion des théories des oscillations non linéaires. Il trouvera des relais, comme celui, décisif, du mathématicien Solomon Lefschetz qui lancera une dynamique de recherche fructueuse à Princeton.

À travers ces trois personnages, on saisit tout l'apport de la vague d'émigration européenne : Minorsky, né russe, formé partiellement en France, émigrant aux Etats-Unis en 1918 ; Lefshetz, d'origine russe également, formé comme ingénieur à l'École centrale des arts et manufactures, en France, émigrant aux Etats-Unis en 1905 ([Dahan 1994]) ; von Karman, né à Budapest, formé à l'aéronautique à Göttingen, émigrant en 1930 pour travailler au CalTech.

L'effort de guerre au Etats-Unis est le catalyseur de l'effort de traduction assuré conjointement par Minorsky et Lefshetz, pressentant l'urgence de porter la connaissance des théories des oscillations non linéaires au public des ingénieurs, mathématiciens, physiciens, etc. Les travaux de Lefshetz[57]

---

55 « This lecture is intended as an effort to improve the convergence between the viewpoints of mathematics and engineering » [Von Karman 1940, p. 615]. Et il continue ainsi : « Engineering mathematics is generally considered as a collection of mathematical methods adapted for the solution of relatively simple problems. These problems often might require lengthy numerical calculations or graphical constructions, but supposedly can be worked out without the use of advanced methods of mathematical analysis. This description was perhaps correct some decades ago ; today a large group of scientific workers is engaged in applying various methods of classical and modern analysis to problems in electrical, civil, mechanical, aeronautical and also chemical engineering. », [Von Karman 1940, p. 615–20].

56 Citant Van der Pol, Andronov, Krylov et Bogoliubov, Haag, Liénard, et bien-sûr Poincaré, dont les méthodes constituent la base de l'analyse des oscillations entretenues. Etant donné les relations entre ces deux scientifiques, il est clair que Minorsky a contribué à renforcer la connaissance et les certitudes que von Karman a pu se forger par ailleurs sur ces questions.

57 Pour toutes les précisions, nous renvoyons à l'article très détaillé : [Dahan 1994].

sur le sujet démarrent par son rapprochement, en 1943, avec l'US Navy, le DTMB et Minorsky. Il se familiarise alors avec l'ensemble des théories du non linéaire et la théorie du contrôle, s'appuyant sur sa longue expérience de spécialiste de géométrie algébrique et topologie. Par la suite il n'aura de cesse de développer la théorie des systèmes dynamiques et d'encourager les mathématiciens à s'y appliquer.

Après-guerre, en 1946, Minorsky accepte un dernier poste académique, à l'université de Stanford, au département « Engineering mechanics », tout en poursuivant ses travaux sur la stabilisation des navires. Puis il prend sa retraite, en conservant une activité qui sera principalement théorique. Avec son épouse française, cette partie de sa vie se déroule en grande partie en Europe : Sud de la France, Florence et Nord de l'Italie. Il collabore notamment avec un autre ingénieur devenu physicien et mathématicien, Théodore Vogel, sur les problématiques de la physique du non linéaire dans un laboratoire du CNRS à Marseille. Vogel développera ensuite son propre groupe de « dynamique théorique »[58].

En 1951, il est également l'un des instigateurs, aux côtés de Joseph Pérès et van der Pol, du premier colloque international des vibrations non linéaires, organisé en France, sur l'Ile de Porquerolles[59]. Plus anecdotique, néanmoins très significatif, c'est Minorsky qui prononce l'allocution à la Société des Ingénieurs Civils, le 18 mai 1954, lors des manifestations organisées pour le centenaire de la naissance de Poincaré. Il est invité dans une journée destinée à « rappeler l'influence que Henri Poincaré avait eue sur les sciences de l'ingénieur ». Son intervention est intitulée : « Influence d'Henri Poincaré sur l'évolution moderne de la théorie des oscillations non linéaires »[60]. Il recevra, en 1955, le prix Montyon de l'Académie des sciences.

58 [Petitgirard 2004] en particulier le chapitre 8.4.

59 Ce colloque est organisé sous l'égide de l'Union internationale de mécanique théorique et appliquée, l'Union radioscientifique internationale et soutenu par le Ministère de l'Air français, ce qui témoigne du vif et large intérêt trouvé par ces questions après 1945. Cf. [Pérès 1953].

60 On trouve ce texte dans le volume 11 des « Œuvres complètes » de Poincaré : [Minorsky 1956].

6. CONCLUSION — MINORSKY, UN « INGÉNIEUR-SAVANT » ?

Si l'on cherche à faire un bilan des travaux de Minorsky, il faut cumuler ses publications nombreuses (proche d'une centaine)[61], ses résultats effectifs sur la stabilisation de l'USS New Mexico et d'autres bâtiments de la Marine des Etats-Unis et les productions suivantes :

– au moins 17 brevets, sur la période qui nous occupe ici, tous liés à des systèmes de contrôle ou à un instrument de la chaîne de contrôle ;
– des ouvrages de référence, les plus importants, au regard de l'histoire de la science du non linéaire au XX^e siècle étant : *Introduction to non-linear mechanics* [1947b], *Nonlinear oscillations* [1962], et, sorte de synthèse de son œuvre au service de la théorie du contrôle : *Theory of nonlinear control systems* [1969].

Ces trois ouvrages sont à l'image de son activité de passeur d'idées : traducteur entre le monde russophone et anglophone, passeur de frontières entre la technique et les mathématiques, entre les ingénieurs, les physiciens et les mathématiciens. Il est lui-même passé de l'ingénierie navale à l'application des mathématiques, aux mathématiques appliquées, pour revenir, toujours, à la construction des navires.

Lefschetz aux Etats-Unis, Vogel à Marseille, l'équipe réunie par Andronov en URSS, tous partagent ce point commun avec Minorsky : ils ont des parcours atypiques, ce sont des ingénieurs sortis du strict domaine de la technique pour faire de la recherche en mathématiques, tout en conservant leur intérêt fondamental pour l'application. Ils montrent aussi que le domaine des mathématiques s'enrichit considérablement de ces ouvertures sur le concret, par la conception d'instruments de calcul et de visualisation tout particulièrement. En ce sens, Minorsky est un « ingénieur-savant », dans le sens introduit par Grattan-Guinness [1993] et Chatzis [2010]. Certes, il n'est pas élève de l'Ecole Polytechnique, mais sa formation est faite d'un bon dosage de mathématiques, d'ingénierie navale, et de pratique militaire, qui n'est pas sans rappeler la formation polytechnicienne. Dans ses travaux, il allie des savoirs scientifiques et de terrain, il a cette capacité à mobiliser les mathématiques des systèmes dynamiques pour la question du contrôle et la stabilisation des navires. C'est un ingénieur naval tirant des problèmes mathématiques ouverts de la théorie du contrôle, construisant des calculateurs pour résoudre

---

61 Voir [Flügge-Lotz 1971] pour une liste (non exhaustive) de 84 publications, qui ne compte pas les rapports produits pour le DTMB.

les problèmes de systèmes dynamiques, pour visualiser les systèmes dynamiques. On pourrait le définir comme « Ingénieur-mathématicien », qui en un sens serait un « ingénieur-savant », spécialisé car il ouvre un dialogue direct et spécifique entre ingénierie et mathématiques des systèmes dynamiques. Les « ingénieur-savants » ont désigné le réseau des polytechniciens impliqués dans la pratique de terrain, sur la période 1820–1860. Minorsky serait un « ingénieur-savant » plus que tardif en ce sens, il reste néanmoins pertinent de le ranger dans une catégorie similaire.

En tout cas, l'étude approfondie, et plus générale, de ces parcours d'ingénieur, de leurs pratiques et de leurs épistémologies, ouvre des perspectives pour l'histoire des mathématiques au XX^e^ siècle, pour l'histoire des équations différentielles et du calcul en particulier. Et il devient maintenant essentiel pour construire l'histoire des oscillations non linéaires de prendre en considération un spectre très large d'activités des ingénieurs.

Second point important, la contrainte qui les a poussés hors de leur domaine initial, ce sont les phénomènes non linéaires. À la fois obstacle à la compréhension pour des ingénieurs formés à manipuler des concepts et des méthodes mathématiques pour le linéaire, et difficulté théorique irréductible, le non linéaire impose d'innover. Et, dans les années 1930, cela suppose de posséder un bagage mathématique de pointe. En d'autres termes, dans le domaine de Minorsky, pas d'innovation sans culture mathématique étendue. Minorsky n'est pas loin de l'exprimer lui-même, dans son rapport de 1941 au DTMB, dans lequel il aborde la question de la place de la théorie dans l'ingénierie navale, dépassant donc la seule question du non linéaire :

> A mathematical physicist who is confronted with a problem of this kind finds himself from the very beginning of his work in a rather embarrassing situation. The definiteness of problems to which he grew accustomed in his academic work does not exist in these naval problems ; a considerable amount of data which he would like to have in order to start his differential equations is not available, and he cannot wait until it will be available. It is necessary to start an approximate theory, to form a provisional hypothesis in the hope that in this manner he will reach at least a first approximation rather than a wrong guess. A broad mathematical training helps considerably in such a case ; (...)[62]

Cela fait écho à son mémorandum de 1936, que nous voyons comme un plaidoyer pour une formation et l'extension de la culture scientifique, mathématique en particulier, de tous les ingénieurs aux Etats-Unis. Minorsky privilégiait une action pédagogique d'ampleur en termes quantitatifs et

62 « The Value of Mathematics in Research at the David W. Taylor Model Basin », December 1941. 7 p., Rapport R-48. *Archives du DTMB* (maintenant appelé : Carderock Division, Naval Surface Warfare Center).

géographiques. Aujourd'hui, et au regard du parcours de Minorsky, il faut souligner, en outre, l'importance de la permanence, de la persévérance dans le temps d'une telle action. Une culture scientifique et technique ne se construit pas du jour au lendemain, elle est le fruit de la « longue durée ». Minorsky a hérité des mathématiques russes, de l'université de Saint-Pétersbourg, de son Académie navale. Il a su renouveler cet héritage et l'hybrider avec le calcul analogique tel qu'il est conçu au MIT. C'est ce qui inspire les groupes qui l'ont suivi, et qui développent leur propre voie de recherche en composant avec cet héritage. Notons aussi qu'un Département de Mathématiques Appliquées est créée au DTMB en 1952, et que Minorsky en est probablement un des inspirateurs [Richstone 1961].

Même s'il n'est pas un historien chevronné, Minorsky est sensible à l'épaisseur historique propre à son domaine de recherche. Fruit de sa lecture de l'histoire des oscillations non linéaires (en particulier sur l'équation de van der Pol) et de son expérience sur les « Analogues dynamiques », Minorsky avance ses conclusions épistémologiques sur les rapports entre mathématiciens et ingénieurs :

> It cannot be denied that mathematics, at least in the early stages of its development, received a beneficial stimulus from some kind of physical « images ». [...] Viewed from this standpoint a systematic study of analogues may not only bridge the gaps separating the mathematician and the engineer but may, in some cases, orient a purely analytical argument as well. It is recalled that the work of Poincaré has established that periodic solutions of non-linear differential equations may exist for small values of the parameter μ in equation [de Van der Pol]. There was no analytical certainty whatever as to the existence of such solutions for large values of μ until a physical « image », the electron tube oscillator, in hands of Van der Pol has shown that such solutions may exist even in this case. This, in turn, oriented the analysis along somewhat new lines [...] An analogue capable of producing an unlimited number of such « images » may be just as useful in a purely mathematical work as in applied science, at least as an initial stimulus for the mathematical argument. [Minorsky 1947a, p. 149].

Les « images » sont convoquées à double titre : les « Analogues dynamiques » sont des images physiques qui incarnent des concepts mathématiques ; l'iconographie générée par calculs devient un support pour la pensée mathématique et pour faire germer des idées nouvelles. C'est un stimulant pour la pensée mathématique. Et Minorsky souligne plus généralement le caractère fructueux des échanges possibles, et nécessaires à ses yeux, entre mathématiciens et ingénieurs :

> In recent times the gap between the mathematician and the engineer grew wider. Not every discovery in mathematics is immediately useful to the engineer,

> and, conversely, not every problem of interest to the engineer can be answered by the mathematician. [...] On the other hand, whenever contacts between mathematics and applied science occur, they are generally useful to both. [Minorsky 1947a, p. 148].

John von Neumann aurait volontiers souscrit à l'ensemble de ces termes, lui qui, en 1945–1947, livre ses réflexions sur la pratique des mathématiques :

> I think that it is a relatively good approximation to truth [...] that mathematical ideas originate in empirics, although the genealogy is sometimes long and obscure. But, once they are so conceived, the subject begins to live a peculiar life of its own and is better compared to a creative one, governed by almost entirely aesthetic motivations [...] As a mathematical discipline travels far from its empirical source, or still more, if it is a second and third generation only indirectly inspired by ideas coming from « reality » it is beset with very grave dangers. [...] In other words, at a great distance from its empirical source, or after much « abstract » inbreeding, a mathematical subject is in danger of degeneration. [...]
>
> In any event, whenever this stage is reached, the only remedy seems to me to be the rejuvenating return to the source : the re-injection of more or less directly empirical ideas. I am convinced that this was a necessary condition to conserve the freshness and the vitality of the subject and that this will remain equally true in the future. [Von Neumann 1947, p. 196].

Tout ceci resitue Minorsky dans une épistémologie que nous pourrions qualifiée de « triomphante » après-guerre, celle des « machines mathématiques » et des « expériences mathématiques ». Ce qui constitue le cadre épistémologique du développement des mathématiques appliquées, de l'ordinateur, de la simulation informatique, dont von Neumann est un des plus éminents avocats.

Les « Analogues dynamiques » ne sont pas qu'une performance technique, ni un projet pétri d'illusions. De la même manière que l'analyseur différentiel de Bush a été un jalon de l'avènement de l'ère informatique, il faut placer les « Analogues dynamiques » de Minorsky dans cette perspective. La différence est une question de portée et d'influence, ce qui est loin d'être négligeable : Minorsky reste dans l'ombre pendant que l'analyseur de Bush est en pleine lumière ; Norbert Wiener, Claude Shannon, John Von Neumann travaillent de conserve, analysant les limites de la machine de Bush, dressant les perspectives pour les machines à venir, loin de Minorsky, sans avoir même connaissance de ses réflexions. De son côté, Nicolas Minorsky est resté longtemps un « inconnu » de l'histoire des sciences et des techniques.

BIOGRAPHIE DE N. MINORSKY (EN QUELQUES DATES)

Né le 23 septembre 1885 à Korcheva (Russie).

1903–1914 : Formation d'ingénieur naval à l'Ecole Navale de Saint-Pétersbourg puis à l'Ecole Polytechnique impériale.

1914–17 : Lieutenant dans la Marine Russe.

Juin 1918 : émigre aux Etats-Unis.

1918–22 : Assistant de P.S. Steinmetz aux Laboratoires de Recherche de General Electric (New York).

1922–23 : Installation et test du système pilotage automatique sur l'USS New Mexico.

1923–34 : Professeur à l'Université de Pennsylvanie.

1934–1940 : Travaux pour l'US Navy (Naval Research Laboratory).

1934–35 : Chercheur au département d'« Electrical engineering » au MIT.

1940–1946 : Conseiller spécial du Directeur du David Taylor Model Basin (US Navy).

1947 : Publication de l'ouvrage « Introduction to nonlinear mechanics ».

1950 : « Retraite » et missions pour l'ONR (Office of Naval Research, US Navy) en Europe.

1962 : Publication de « Nonlinear oscillations ».

1969 : Publication de l'ouvrage « Theory of nonlinear control systems ».

1970 : Minorsky meurt le 31 Juillet 1970 à Florence (Italie).

RÉFÉRENCES

Andronov (Alexander)

[1929] Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations auto-entretenues, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences*, 189 (1929), p. 557–561.

Andronov (Alexander) & Vitt (Alexander)

[1930] Sur la théorie mathématique des auto-oscillations, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences*, 190 (1930), p. 256–258.

Aubin (David)

[1998] *A Cultural History of Catastrophes and Chaos : Around the Institut des Hautes Études Scientifiques, France 1958-1980*, thèse de doctorat, Princeton University, 1998.

AUBIN (David) & DAHAN (Amy)
[2002] Writing the History of Dynamical Systems and Chaos : Longue Durée and Revolution, Disciplines and Cultures, *Historia Mathematica*, 29 (2002), p. 273–339.

BENNETT (Stuart)
[1984] Nicolas Minorsky and the Automatic Steering of Ships, *IEEE Control Systems Magazine*, 4 (1984), p. 10–15.
[1986] *A History of Control Engineering, 1800–1930*, Stevenage : Peregrinus for the Institute of Electrical Engineers, 1986.
[1993] *A History of Control Engineering, 1930–1955*, Londres : Peregrinus for the Institute of Electrical Engineers, 1993.

BLONDEL (André)
[1919] Sur les systèmes à oscillations persistantes, et en particulier sur les oscillations entretenues par auto-amorçage, *Journal de physique théorique et appliquée*, 9(1) (1919), p. 153–161.

BUSH (Vannevar)
[1931] The differential analyzer. A new machine for solving differential equations, *Journal of the Franklin Institute*, 212(4) (1931), p. 447–488.

BUSH (Vannevar) & GAGE (Frank Dana)
[1927] A continuous integraph, *Journal of the Franklin Institute*, 203(1) (1927), p. 63–84.

CARLISLE (Rodney)
[1998] *Where the fleet begins : A history of the David Taylor Research Center, 1898-1998*, Washington : Naval Historical Center, 1998.

CHATZIS (Konstantinos)
[2010] Theory and practice in the education of French engineers from the middle of the 18th century to the present, *Archives internationales d'histoire des sciences*, 164 (2010), p. 43–78.

DAHAN (Amy)
[1994] La renaissance des systèmes dynamiques aux Etats-Unis après la deuxième guerre mondiale : l'action de Solomon Lefschetz I, *Supplemento ai Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 34 (1994), p. 133–166 ; II, Studies in the History of Modern Mathematics.
[1996] L'essor des mathématiques appliquées aux États-Unis : l'impact de la Seconde Guerre mondiale, *Revue d'histoire des mathématiques*, 2(2) (1996), p. 149–213.
[2001] Andronov's School and the « chaos » reconfiguration, *Progress in Nonlinear science*, 2 (2001), p. 644–660.
[2004a] Early Developments of Nonlinear Science in Soviet Russia : The Andronov school at Gor′kiy, *Science in Context*, 17 (2004), p. 235–265.
[2004b] L'École d'Andronov à Gorki, profil d'une école scientifique de la Russie soviétique, dans Dahan (Amy) & Pestre (Dominique), éds., *Les Sciences pour la Guerre*, Paris : Presses de l'EHESS, 2004, p. 275–316.

DURAND-RICHARD (Marie-José)
[2006] Des machines pour résoudre des équations différentielles, dans *Actes de l'université d'été « Le calcul sous toutes ses formes », Saint- Flour,* 2006, p. 149–189.

FLÜGGE-LOTZ (Ingmard)
[1971] Memorial to Nicolai Minorsky, *IEEE Transactions on Automatic Control,* 16(4) (1971), p. 289–291.

FROESE FISCHER (Charlotte)
[2003] *Douglas Rayner Hartree : His life in science and computing,* Singapore : World Scientific, 2003.

GINOUX (Jean-Marc)
[2011] *Analyse mathématique des phénomènes oscillatoires non linéaires : le carrefour français (1880–1940),* thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2011.

[2012] The first « lost » International conference on nonlinear oscillations, *International Journal of Bifurcation and Chaos,* 22(4) (2012), p. 384–391.

GINOUX (Jean-Marc) & PETITGIRARD (Loïc)
[2010] Poincaré's forgotten conferences on wireless telegraphy, *International Journal of Bifurcation and Chaos,* 20(11) (2010), p. 3617–3626.

GRATTAN-GUINNESS (Ivor)
[1993] L'ingénieur-savant, 1800-1830. A neglected figure in the history of French mathematics and science, *Science in Context,* 6 (1993), p. 405–433.

GRAY (Truman)
[1931] A photoelectric integraph, *Journal of the Franklin Institute,* 212 (1931), p. 77–102.

HARTREE (Douglas)
[1938] The mechanical integration of differential equations, *The Mathematical Gazette,* 22 (1938), p. 342–364.

HUGHES (Thomas)
[1971] *Elmer Sperry : inventor and engineer,* Baltimore : John Hopkins Press, 1971.

HENDERSON (James Blacklock)
[1934] The automatic control of the steering of ships and suggestions for its improvement, *Transactions of the Royal Institution of Naval Architects,* 76 (1934), p. 20–31.

HURWITZ (Adolf)
[1895] Über die Bedingungen unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen reellen Theilen besitzt, *Mathematische Annalen,* 46 (1895), p. 273–284.

LYAPOUNOV (Alexander)
[1907] Problème général de la stabilité du mouvement, *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 9 (1907), p. 203–474.

MAXWELL (James Clerk)
[1868] On governors, *Proceedings of the Royal Society*, 16 (1868), p. 270–283.

MINORSKY (Nicolas)
[1922] Directional stability of automatically steered bodies, *Journal of the American Society of Naval Engineers*, 34 (1922), p. 280–309.
[1930] Automatic steering tests, *Journal of the American Society of Naval Engineers*, 42 (1930), p. 285–310.
[1934] Ship stabilization by activated tank : An experimental investigation, *Engineer*, 1934, p. 154–157.
[1936] Application des circuits électriques à l'intégration graphique de quelques équations différentielles, *Revue générale de l'électricité*, 34(22) (1936), p. 787–794.
[1947a] A Dynamical Analogue, *Journal of the Franklin Institute*, 243 (1947), p. 131–149.
[1947b] *Introduction to non-linear mechanics*, Ann Arbor : J. W. Edwards, 1947.
[1956] L'influence d'Henri Poincaré sur l'évolution moderne de la théorie des oscillations non linéaires, dans *Œuvres d'Henri Poincaré*, vol. XI, Paris : Gauthiers-Villars, 1956, p. 120–127.
[1962] *Nonlinear Oscillations*, Princeton : Van Nostrand, 1962.
[1969] *Theory of Nonlinear Control Systems*, New York : MacGraw-Hill, 1969.

PECHENKIN (Alexander)
[2002] The Concept of Self-Oscillations and the Rise of Synergetics Ideas in the Theory of Nonlinear Oscillations, *Studies in History and Philosophy of Science - Part B*, 33(2) (2002), p. 269–295.

PÉRÈS (Joseph), éd.
[1953] *Actes du colloque international des vibrations non linéaires, Île de Porquerolles 1951*, Service de documentation et d'information technique,, 1953.

PETITGIRARD (Loïc)
[2004] *Le chaos : des questions théoriques aux enjeux sociaux. Philosophie, épistémologie, histoire et impact sur les institutions*, thèse de doctorat, Université Lyon 2, 2004.

POINCARÉ (Henri)
[1881–1882] Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle, *Journal des mathématiques*, 7 (1881) p. 375–422, 8 (1882), p. 251–296 (1881–1882).
[1885–1886] Sur les courbes définies par les équations différentielles, *Journal des mathématiques*, 1885–1886, p. 167–244, t. 2 (1886) p. 151–217.
[1892–1899] *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, vol. t. 1, 1892, t. 2, 1893, t. 3, 1899, Paris : Gauthiers-Villars, 1892–1899.

RAYLEIGH (John William Strutt)
[1877] *Theory of Sound*, Londres : MacMillan, 1877.

RICHSTONE (Morris)
[1961] The applied mathematics laboratory of the David W. Taylor Model Basin, *Communications of the Association for Computing Machinery*, 4(9) (1961), p. 372–375.

ROUTH (Edward John)
[1877] *Treatise on the stability of a given motion*, Londres : MacMillan, 1877.

SAPOLSKY (Harvey)
[1990] *Science and the Navy : the History of the Office of Naval Research*, Princeton : Princeton Univ. Press, 1990.

SMIRNOV (Vladimir Ivanovich)
[1948] A biography of A. M. Lyapounov, *Izdatel'stvo Akademija Nauk SSSR*, 1948, p. 325–340.

STRELKOV (Sergeï Pavlovitch)
[1933] The Froude pendulum, *Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki*, 11 (1933), p. 93.

TOURNÈS (Dominique)
[2000] Pour une histoire du calcul graphique, *Revue d'histoire des mathématiques*, 6 (2000), p. 127–161.
[2003] Junius Massau et l'intégration graphique, *Revue d'histoire des mathématiques*, 9 (2003), p. 181–252.

TROGEMANN (Georg), NITUSSOV (Alexander) & ERNST (Wolfgang)
[2002] *Computing in Russia. The history of computer devices and information technology revealed*, San Francisco : Harcourt, 2002.

VAN DER POL (Balthazar)
[1920] A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations, *Radio Review*, 1 (1920), p. 701–710, 754–762.

VON KARMAN (Theodore)
[1940] The engineers grapples with non linear problems, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 46 (1940), p. 615–683.

VON NEUMANN (John)
[1947] The Mathematician, *Works of the Mind*, 1 (1947), p. 180–196.