BULLETIN DE LA S. M. F.

M. DE MONTCHEUIL

Détermination des surfaces de révolution admettant une surface de révolution

Bulletin de la S. M. F., tome 33 (1905), p. 17-18

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1905__33__17_0>

© Bulletin de la S. M. F., 1905, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

DÉTERMINATION DES SURFACES DE RÉVOLUTION ADMETTANT UNE SURFACE DE RÉVOLUTION DONNÉE POUR SURFACE MOYENNE;

Par M. DE MONTCHEUIL.

Désignons par S la surface donnée, par S_1 les surfaces cherchées; par r, z; r_1, z_1 les coordonnées respectives des méridiens des deux surfaces.

On vérifie les relations suivantes :

$$r_1 = 2r - \frac{2}{\sqrt{1+\left(r\int\frac{dz}{r^2}\right)^2}}\int dr\sqrt{1+\left(r\int\frac{dz}{r^2}\right)^2},$$

$$z_1 = z - r^2\int\frac{dz}{r^2} + \frac{2r\int\frac{dz}{r^2}}{\sqrt{1+\left(r\int\frac{dz}{r^2}\right)^2}}\int dr\sqrt{1+\left(r\int\frac{dz}{r^2}\right)^2},$$

qui donnent la solution du problème.

Deux constantes arbitraires y figurent. L'une d'elles caractérise les diverses surfaces S_1 normales à une même congruence.

Désignons par K la seconde constante, par γ l'angle de la normale à une surface S_1 avec l'axe des z, par a une valeur particulière quelconque de r, par γ_a la valeur correspondante de γ.

On vérifie la relation

$$r\int_a^r\frac{dz}{r^2} + Kr + \cot\gamma = 0. \qquad (1)$$

D'où

$$K = -\frac{\cot\gamma_a}{a}.$$

Cette expression représente la valeur de la projection sur l'axe des z de la portion de normale à une surface S_1 comprise entre cet axe et son point de rencontre avec S.

Soient d', d'', d''' trois de ces projections, relatives à trois surfaces quelconques S_1 admettant la même surface moyenne S; d'_a, d''_a, d'''_a celles de ces projections qui passent par le point de S pour lequel on a

$$r = a.$$

Des formules (1) on déduit la relation

$$\frac{(d'''_z - d''_a)\,d'_a}{d'} + \frac{(d'_a - d'''_a)\,d''_a}{d''} + \frac{(d''_a - d'_a)\,d'''_a}{d'''} = 0.$$

Cette formule permet, deux congruences de normales à des surfaces S_1 *étant données, de déterminer toutes les autres par une construction purement géométrique.* Elle permet, en effet, de déterminer les points où les normales de ces congruences rencontrent l'axe des z.