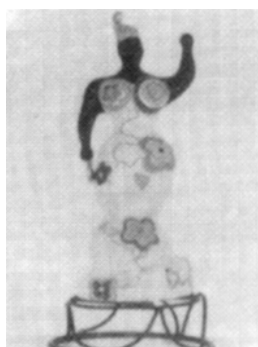


femmes & math

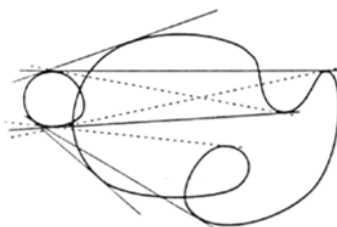
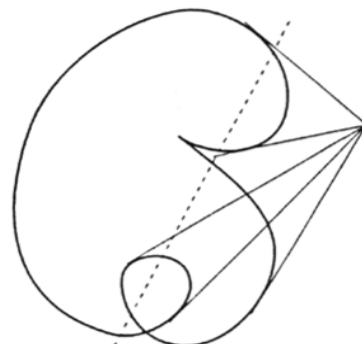


N°8

Décembre 2006

Sommaire

Editorial
Vie de l'association
A propos de *mathématiques*
A propos de *femmes*



Revue de l'Association
femmes et mathématiques

Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05

Niki de St Phalle
Nana with Golden turt
1986

Women's art magazine
Sept/oct 1993

Eileen Cooper
Woman with birds
1989

L'ouvert
juin 1994

Women's art magazine
jan/feb 1992

Claude Cahun
Autoportrait
1929

L'ouvert
juin 1994

Women's art
magazine
sept/oct 1995

SOMMAIRE

CATHERINE BONNET — <i>Éditorial</i>	1
Vie de l'association	
JULIANNE UNTERBERGER — <i>Remise de la Légion d'honneur à Véronique Slovacek-Chauveau</i>	3
VÉRONIQUE SLOVACEK-CHAUVEAU — <i>Réponse et remerciements</i>	7
À propos de mathématiques	
JEAN-PIERRE KAHANE — <i>Mathématiques et langues d'Esopé</i>	15
JULIETTE VENEL, BERTRAND MAURY — <i>Modélisation Mathématique des Mouvements de Foule</i>	19
AMÉLIE DELEURENCE — <i>Modélisation de cristaux périodiques avec ou sans défauts</i> .	25
HÉLÈNE TOUZET — <i>Modèles combinatoires pour l'analyse de structures d'ARN</i>	33
AUDREY HERMANT — <i>Perturbation des problèmes de commande optimale</i>	39
SABRINA PETIT-BERGEZ — <i>Problèmes faiblement bien posés et discrétisation</i>	45
SÉVERINE BAILLET — <i>Optimisation de forme d'une pompe pour effluents pétroliers</i> .	49
EMMANUELLE LEBHAR — <i>Les grands réseaux d'interactions et les petits mondes</i> . . .	53
HANÈNE MOHAMED — <i>Algorithme en arbre et théorème de renouvellement</i>	57
MURIEL BOULAKIA — <i>Simulation numérique d'un électrocardiogramme</i>	63
EMMANUELLE CRÉPEAU — <i>Soliton-windkessel arterial model</i>	67

CHRISTINE VANNIER, BERTRAND MAURY — <i>Le poumon humain vu comme un arbre infini</i>	71
SOPHIE SACQUIN-MORA, RICHARD LAVERY, LADISLAS TROJAN & ALESSANDRA CARBONE — <i>Une opération de docking croisé à grande échelle pour la détection de partenaires protéiques potentiels.</i>	77
REIDUN TWAROCK — <i>Mathematical Models for the Structure and Self-assembly of Viruses</i>	83
À propos de femmes	
MARIKA MOISSEEFF — <i>L'Occident et ses mythes ou la procréation dans la science-fiction</i>	91
ISABELLE COLLET — <i>L'autoengendrement dans la science-fiction ou Frankenstein contre les robots</i>	109
CAROLE BRUGEILLES & SYLVIE CROMER — <i>Femmes et hommes, filles et garçons dans les manuels de mathématiques. «Un réseau international de recherche sur les représentations sexuées »</i>	129

ÉDITORIAL

Catherine Bonnet

Le rythme intense de la vie de notre association et l'immense travail de terrain accompli nous ont privées du plaisir d'effectuer notre activité éditoriale durant les années 2004 et 2005. Nous le regrettons mais ne doutons pas de votre indulgence pour cette interruption de communication et avons le plaisir de vous présenter le numéro 8 qui privilégie le parti pris de donner un écho aux événements actuels de l'association plutôt que de risquer un décalage à vouloir à tout prix consigner le passé.

Ce numéro de la revue est donc consacré aux journées organisées par l'association à l'IHP, Paris, à l'automne 2006, concernant d'une part la remise de la légion d'honneur à Véronique Slovacek-Chauveau le 23 septembre et d'autre part le 8ème forum des jeunes mathématiciennes les 6 et 7 octobre.

Le 23 septembre dernier, Véronique Slovacek-Chauveau, Présidente de l'association *femmes et mathématiques* a été décorée de la légion d'honneur pour l'ensemble de son action en direction des mathématiciennes et auprès des jeunes.

Isabelle Collet, que nous remercions vivement d'avoir remplacé au pied levé un orateur souffrant, a lancé cette journée avec une analyse de l'effet du genre chez les lycéen-ne-s en France relativement au stress en mathématiques. Puis, après une brève présentation par Véronique des actions de l'association en 2006, Julianne Unterberger, Présidente honoraire de l'association, récipiendaire de la légion d'honneur, a ouvert la cérémonie, louant le parcours de Véronique et notamment l'impulsion qu'elle a donnée à l'association ces dernières années, admirative de son énergie débordante et de sa détermination sans égale. À son tour, Véronique, entourée de plus de quatre-vingt collègues, ami-e-s et proches a pointé avec beaucoup d'humour et autant de simplicité que de chaleur les grands moments de sa carrière. Leurs propos constituent la rubrique **Vie de l'association**.

Dans la rubrique **À propos de mathématiques** sont contenus les textes des communications mathématiques présentées au 8ème forum des jeunes mathématiciennes « Mathématiques et interactions » qui s'est donc tenu les 6 et 7 octobre et qui a rassemblé une cinquantaine de participant-e-s.

Un clin d'œil pour commencer cette rubrique, avec le texte de Jean-Pierre Kahane qui a eu la gentillesse d'ouvrir ce forum avec beaucoup d'humour, mêlant anecdotes historiques et réflexions actuelles autour des mathématiques. Suivent les textes des treize mathématiciennes, jeunes et confirmées, qui ont communiqué avec une grande pédagogie et beaucoup d'enthousiasme leurs travaux de recherche.

Dans la rubrique **À propos de femmes** vous trouverez les textes des trois interventions non mathématiques du forum. Tout d'abord celui de Carole Brugeilles et Sylvie Cromer sur les représentations sexuées dans les manuels scolaires de mathématiques que nous avons eu la joie de recevoir en soumission spontanée, puis ceux de Marika Moisseff et Isabelle Collet, conférencières passionnées de la session « Femmes et Science-fiction », qui, avec maestria, nous ont donné une analyse étonnante des standards de la science-fiction. Marika Moisseff a montré, films à l'appui, comment la science-fiction peut être abordée comme une véritable mythologie contemporaine susceptible d'éclairer les relations hommes-femmes. Isabelle Collet s'est intéressée, elle, aux fantasmes masculins d'autoengendrement à l'œuvre en informatique et a montré comment la science-fiction les met au jour.

Le précieux témoignage d'Aline Bonami sur les instances du ministère gouvernant les mathématiques en France ainsi que les exposés mathématiques sont téléchargeables à <http://www.femmes-et-maths.fr/forum2006/>

Un grand merci à notre conférencier, à nos conférencières et aux participant-e-s du forum pour avoir fait de ces journées un moment convivial où l'on prend plaisir à échanger tant en mathématiques que sur notre société.

Un grand merci également aux membres dévouées du comité scientifique, aux présidentes de séances ainsi qu'aux relecteurs et relectrices anonymes des textes soumis au forum, sans oublier bien sûr Annick Boisseau, Jean-Pierre Chauveau et Martine Verneuille pour leur aide inestimable de mise en page de ce numéro.

Enfin, nous exprimons toute notre reconnaissance à l'INRIA, à la Mission pour la place des femmes au CNRS, au service des Droits des Femmes et de l'Égalité du ministère délégué à la Cohésion sociale ainsi qu'à la mairie de Paris pour leur soutien financier.

Catherine Bonnet

INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, B.P. 105, 78153 Le Chesnay cedex, France.

E-mail : Catherine.Bonnet@inria.fr

REMISE DE LA LÉGION D'HONNEUR À VÉRONIQUE SLOVACEK-CHAUVEAU

Julianne Unterberger

Mesdames, Messieurs,

Nous sommes réunis aujourd'hui, collègues, amis ainsi que plusieurs membres de la famille de Véronique Slovacek-Chauveau à l'occasion de sa promotion dans l'ordre de la Légion d'honneur.

Rappelons que l'ordre national de la Légion d'honneur considéré (par les « légionnés ») comme la plus haute décoration honorifique française a été institué le 19 mai 1802 par Napoléon Bonaparte pour récompenser les *mérites éminents* militaires ou civils rendus à la Nation et, comme nous allons le voir, Véronique l'a bien mérité.

Rares sont les femmes qui obtiennent cette distinction : aujourd'hui, seulement 10% des médaillés sont des femmes. (*L'armée obtient cinquante pour cent des places et les autres professions bien représentées sont les policiers, les pompiers, les élus, les hauts fonctionnaires et les représentants des cultes.*)

Pour se voir décerner la Légion d'honneur, il faut avoir été proposé-e. Au nom de *femmes et mathématiques*, je remercie le réseau Demain la Parité et tout particulièrement Colette Kreder qui ont proposé notre présidente Véronique pour cette distinction, après l'avoir déjà fait pour les deux précédentes présidentes.

On peut constater avec plaisir que nous pouvons être fières de notre association dont le travail se voit ainsi récompensé à trois reprises et cela doit nous encourager à continuer à développer nos actions.

Véronique m'a fait l'honneur et l'amitié de me demander de lui remettre cette décoration.

Or, depuis un peu plus de 10 ans que l'on se connaît, j'ai pu apprécier de partager avec elle, non seulement l'amour des mathématiques et un certain nombre de

convictions concernant les femmes et les mathématiques, mais aussi de nombreux moments de joie ou d'inquiétude quand il s'agissait de construire des projets et de demander des subventions. J'ai pu admirer son investissement dans le cadre de *femmes et mathématiques*, toujours avec beaucoup de courage mais aussi avec beaucoup de modestie, d'ouverture et de convivialité, en intervenant sans hésiter à tous les niveaux du système éducatif et auprès de maintes institutions. C'est pourquoi, je suis très heureuse d'avoir été chargée de cette mission. J'en profite pour remercier son mari Jean-Pierre et leurs deux filles, Nathalie (actuellement à Prague) et Amandine qui nous ont toujours beaucoup aidées du côté informatique et du côté logistique.

Professeure de mathématiques depuis 1978, Véronique a rejoint en 1995 l'association *femmes et mathématiques* qu'elle a découverte lors des Journées de l'APMEP grâce à Annick Boisseau (merci Annick !) qui nous y représentait. On ne peut qu'être frappé par la rapidité et la conviction avec lesquelles Véronique a œuvré depuis pour la promotion des mathématiques auprès des filles.

Suite à la Convention interministérielle de février 2000 sur l'égalité des chances entre les femmes et les hommes dans le système éducatif, les activités de *femmes et mathématiques* vont pouvoir s'épanouir et se multiplier et ta contribution, Véronique, a été très importante.

Les quelques mots que je vais en dire ne donneront qu'une faible idée de ton investissement.

Tu t'investis tant que tu n'as même plus le temps de répondre au téléphone, et par mail, ton mot favori est « cours », soit pour dire que tu ne peux répondre car tu as cours, soit pour dire que tu réponds très succinctement parce que tu cours.

Tu présides *femmes et mathématiques* depuis quatre ans et tu en es une excellente présidente : de plus tu es la première présidente professeure de lycée, et cela est un atout certain pour nous.

A ce titre, tu mets en place toutes les activités traditionnelles de *femmes et mathématiques* et tu y participes. Mais ce n'est pas tout.

Au nom de *femmes et mathématiques* :

- tu multiplies tes interventions auprès des jeunes pour encourager les vocations scientifiques,
- tu prends le temps de dialoguer avec des spécialistes (des sociologues, des psychologues, etc) de la question de l'égalité des sexes et de la mixité et de les inviter régulièrement,

- tu participes à de nombreux colloques en y laissant des contributions écrites. Il y a moins d'un an, tu a été (la seule femme mathématicienne) auditionnée à l'Assemblée nationale par la Commission des Affaires culturelles : six pages consacrées à ton intervention se trouvent dans le rapport paru dernièrement,
- tu es membre de la commission clubs d'ANIMATH depuis 1999, et membre du bureau de l'association Femmes et Sciences depuis 2000,
- tu participes également à plusieurs groupes de réflexion sur la désaffection des jeunes pour les études scientifiques depuis 2002 : avec *Action Sciences* , un collectif d'associations et de sociétés savantes,
- tu participes à la mission Ourisson commandée par le Ministère de l'Education nationale.

En outre, tu as su développer d'excellentes relations avec les Institutions et les associations :

- tu as su consolider nos relations avec le ministère de l'Education nationale, le ministère délégué à la Recherche, le CNRS, le service des Droits des Femmes et de l'Egalité (qui encouragent nos actions et les financent en grande partie), et les développer avec la région IDF et la mairie de Paris,
- tu as su aussi les consolider avec les associations savantes SMF, SMAI, UPS, APMEP avec qui nous collaborons,
- grâce à toi encore, Véronique, la collaboration entre les trois associations *femmes et mathématiques*, Femmes Ingénieurs et Femmes et Sciences s'est concrétisée et intensifiée par des interventions communes auprès des jeunes mais aussi avec la réalisation du site internet *Elles en Sciences*.

En conclusion, tu a œuvré, Véronique, dans tous ces domaines en te sentant à l'aise partout où tu vas et en sachant faire confiance à toutes et à tous ! Dans les nombreuses actions que tu as réalisées grâce à ta puissance de travail et ton efficacité, on retrouve constamment ta passion pour les mathématiques et ta volonté de la faire partager avec les filles et les femmes mais aussi avec tous les jeunes. On retrouve aussi ta volonté de lutter pour l'égalité entre les femmes et les hommes, et ceci, toujours avec le sourire et beaucoup de convivialité.

Je sais que tu ne vas pas t'arrêter, Véronique, d'observer et d'agir, et cette récompense que tu vas recevoir va te permettre de découvrir un milieu, celui des « légionnés », où les hommes sont très majoritaires et où l'on honore les « Maisons d'éducation de la Légion d'honneur » (créées par Napoléon 1er en 1805), un collège et un lycée féminins implantés dans la région parisienne, destinés à l'éducation de jeunes filles dont les parents, grands-parents ou arrière-grands-parents ont été distingués par la Légion d'honneur : le collège, implanté sur l'ancien couvent des Augustins, accueille 450 filles ; le lycée situé dans le cloître de l'ancienne abbaye royale

JULIANNE UNTERBERGER

accueille 500 filles de la seconde à la terminale et dans des classes d'Hypokhâgne, de Khâgne, et de BTS de commerce international.

Véronique, tous les efforts que tu as consacrés à la promotion des femmes dans les mathématiques et dans les sciences, par leur quantité et leur qualité exceptionnelles, méritent reconnaissance et récompense.

Madame Véronique Slovacek-Chauveau, au nom du Président de la République et en vertu des pouvoirs qui nous sont conférés, nous vous faisons CHEVALIERE de la Légion d'honneur.

Julianne Unterberger 23 septembre 2006

Julianne Unterberger

E-mail : julianne.unterberger@free.fr

RÉPONSE ET REMERCIEMENTS

Véronique Slovacek-Chauveau

Julianne, je te remercie pour les phrases chaleureuses que tu viens de prononcer et aussi pour ton action au sein de l'association *femmes et mathématiques*, tu as largement contribué à son développement. Tu as beaucoup œuvré aussi à l'université de Reims Champagne Ardenne en faveur de l'égalité entre les femmes et les hommes dans le système éducatif, tu es un exemple pour nous toutes.

Je remercie le réseau Demain la Parité qui m'a fait l'honneur de me proposer pour cette distinction, en particulier Colette Kreder que j'aurais aimé voir ici aujourd'hui mais qui est au Sénat pour une autre remise de légion d'honneur. La légion d'honneur m'est remise à titre personnel aujourd'hui mais je la reçois comme la reconnaissance du travail de toute l'association *femmes et mathématiques*.

Je vous rappelle les objectifs de notre association :

- encourager la présence des filles dans les études mathématiques et plus généralement scientifiques et techniques,
- être un lieu de rencontre entre jeunes mathématiciennes et mathématiciennes confirmées,
- collaborer avec des associations ayant les mêmes préoccupations.

L'association a été créée en 1987. Nous nous préparons à fêter ses 20 ans !
Je tiens donc absolument à citer les présidentes qui m'ont précédées : Marie-Françoise Roy, Françoise Delon, Michèle Audin, Catherine Goldstein, Sylvie Paycha, Colette Guillopé, Julianne Unterberger, Christine Charretton.
Elles ont créé l'association, l'ont fait connaître et vivre dans des périodes difficiles, moins sensibles à la place des femmes.

Pour qu'une association fonctionne, il faut :

- des adhérent-e-s (nous en comptons environ 150) avec des projets communs et des idées,
- des cotisations... mais elles ne suffisent pas à faire vivre l'association,
- un bureau.

Nous sommes heureuses d'avoir un bureau à l'Institut Henri Poincaré, avec les sociétés savantes de mathématiques, comme la Société Mathématique de France, la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles. Nous y organisons beaucoup de réunions, de débats et de conférences mathématiques. Nous remercions les directeurs successifs qui nous ont soutenues et nous soutiennent toujours moralement. Michel Broué l'actuel directeur est à Chicago en ce moment et regrette de ne pas pouvoir se joindre à nous.

- un secrétariat.

Merci à nos secrétaires successives et en particulier à Lucie Duméry qui nous aide en ce moment.

Les cotisations ne suffisent pas à faire vivre une association. Nous n'aurions donc pas pu réaliser tout ce que nous avons fait sans l'aide morale et financière de partenaires :

- le service des Droits des Femmes et de l'Égalité créé en 1981 et qui, dès les années 90, a été le premier à nous soutenir financièrement et moralement.

et depuis 2000,

- le ministère de l'Éducation nationale avec Armelle Le Bras-Chopard et Dominique Torsat,
- la Mission pour la parité dans l'enseignement supérieur et la recherche, Michèle Baron, Delphine Küss et la nouvelle cheffe Mme Le Morzellec qui est parmi nous,
- la Mission pour la place des femmes au CNRS, avec à sa tête Geneviève Hatet-Najar,
- la région Ile de France avec Claudie Baudino,
- la mairie de Paris et tout spécialement Danièle Pourtaud, adjointe au maire en charge des universités.

Je remercie toutes ces femmes, dont plusieurs me font le plaisir d'être présentes aujourd'hui, qui sont nos interlocutrices et qui nous encouragent et nous aident depuis des années.

En effet, à partir de 2000, une volonté politique nouvelle en faveur de l'égalité des chances s'est manifestée. Cela s'est concrétisé par la signature de la convention interministérielle « Pour la promotion de l'égalité des chances entre filles et garçons, les femmes et les hommes dans le système éducatif » le 25 février 2000.

D'autre part, la diminution du nombre de jeunes s'engageant dans les études scientifiques universitaires, surtout dans les sciences fondamentales, et la prévision des départs massifs à la retraite de la génération du « baby-boom » inquiètent les pouvoirs publics. Ils souhaitent convaincre des jeunes de se diriger vers les sciences, et en particulier les filles. Cette préoccupation rejoint les nôtres et explique l'accueil plutôt favorable à nos actions de la part de certains organismes officiels. Nous sommes mieux entendues et très sollicitées.

Quelques mots sur mon parcours pour expliquer comment je suis arrivée à l'association :

J'ai été attirée par les mathématiques dès le collège grâce à une enseignante avec qui j'ai eu des échanges très formateurs et importants. J'aimais le jeu intellectuel que représentent les maths, c'était un refuge, loin des difficultés quotidiennes. En première et Terminale C, j'ai suivi les cours au lycée de garçons. Dans la classe, nous étions 2 filles et il y avait 30 garçons.

Mes résultats dans toutes les disciplines scientifiques étaient très bons, je me sentais bien à ma place, légitime aux yeux de mes camarades, de mes enseignants aussi. Ma mère émettait des réticences, des doutes, sur mon choix de faire des mathématiques, je lui tenais tête, sûre de moi. Elle voulait que je fasse pharmacie pour avoir du temps pour m'occuper de mes enfants à venir ! Quant à mon père, il était tout simplement fier de sa fille unique et ne trouvait rien à redire à mon choix.

Mes professeurs m'ont conseillé d'aller en CPGE, j'ai suivi leurs conseils et j'ai intégré l'ENS Sèvres. Je n'ai jamais envisagé de faire de la recherche, ce n'était pas pour moi. Le contexte des années 76-77 n'était pas non plus très favorable.

L'agrégation est devenue mixte en 1976 pour des raisons de nombre de postes mais, officiellement, pour des raisons d'égalité. Les ENS Sèvres et Ulm ont fusionné en 1986.

Pendant mes quinze premières années dans l'enseignement secondaire, j'ai enseigné dans un collège à Thiais (94) et j'étais persuadée que la mixité avait réglé tous les problèmes en matière d'égalité filles-garçons à l'Ecole.

En 1995, je suis arrivée au lycée Camille Sée : dans la classe de Terminale S spécialité mathématiques, il y avait 2 filles et 30 garçons ! Exactement comme quand j'étais élève en Terminale C, mais c'était en 1971 et dans un lycée de garçons, à Vienne dans l'Isère.

La comparaison entre les deux situations à plus de vingt ans d'intervalle m'a fait réagir. J'ai cherché à savoir si c'était spécifique au lycée dans lequel je venais d'être nommée.

Coïncidence amusante : Camille Sée, député de la IIIème République, s'est beaucoup battu pour instaurer l'enseignement secondaire pour les jeunes filles. La « Loi

Sée » triomphe devant la Chambre des députés en 1879 et est officiellement adoptée par le Sénat le 21 décembre 1880. Elle est complétée par la loi du 29 juillet 1881 instituant l'École normale supérieure de jeunes filles de Sèvres.

Après une petite enquête auprès de l'association *femmes et mathématiques*, Annick Boisseau et Gwenola Madec tenaient un stand aux journées de l'APMEP de Grenoble, il s'est avéré que la répartition filles-garçons était sensiblement la même partout. La mixité n'avait donc pas automatiquement engendré l'égalité. . .

Au retour des vacances de la Toussaint, je me suis rendue pour la première fois au bureau de l'association, ici à l'IHP et j'y étais accueillie avec chaleur par Anne-Marie Fraisse et Bernadette Taquet : c'est de là que date mon engagement associatif dans *femmes et mathématiques*.

L'été qui a suivi mon arrivée à Camille Sée j'ai lu plusieurs livres sur le sujet, en particulier : *De l'égalité des sexes*, ouvrage collectif de Michel de Manassein, deux livres de Nicole Mosconi : *La mixité dans l'enseignement secondaire : un faux semblant ?* PUF, 1989 et *Femmes et savoir : la société, l'école et la division sexuelle des savoirs*, L'Harmattan, 1994.

Très vite j'ai rencontré Claudine Hermann et Huguette Delavault dans des colloques, elles m'ont accueillie avec beaucoup de gentillesse et j'ai beaucoup appris à leurs côtés.

Au cours de ces années d'engagement, j'ai rencontré beaucoup de personnes qui travaillent sur la question de l'égalité des sexes, sur la mixité, etc. des spécialistes, sociologues, psychologues, et les échanges étaient toujours très enrichissants. Je voudrais les remercier et tout particulièrement Nicole Mosconi (contactée en 1996 et venue faire une présentation devant des collègues intéressés du lycée Camille Sée), Françoise Vouillot, Cendrine Marro, Catherine Marry.

Je ne reviens pas **sur les actions** de *femmes et mathématiques* dont j'ai déjà parlé dans la table-ronde qui a précédé la cérémonie. Je ne fais que les citer :

- **interventions dans les classes en collaboration étroite avec deux associations amies Femmes et Sciences et Femmes Ingénieurs** et pour lesquelles nous venons d'obtenir un agrément Education nationale,
- **journée sur un thème autour de nos préoccupations, en mai à l'IHP,**
- **forum des jeunes mathématiciennes** tous les deux ans,
- **journées régionales** chaque année.

Je voudrais rappeler qu'en novembre 2005 nous nous sommes mobilisées contre les nominations au CA du CNRS. Cette mobilisation a débouché sur la création du COMEGAL, Comité pour l'Égalité Professionnelle entre les femmes et les hommes dans la Recherche et l'Enseignement supérieur, qui devrait rendre de premières conclusions avant la fin 2006.

Le comité a pour mission de dresser un état des lieux et de proposer des recommandations en matière d'égalité professionnelle entre les femmes et les hommes dans l'enseignement supérieur et la recherche. Il doit également assurer une mission d'observatoire, avec l'aide de la Mission Parité du ministère.

Les projets en cours qui me tiennent particulièrement à cœur sont :

- le PICRI (Partenariat Institutions Citoyens pour la Recherche et pour l'Innovation) avec le Centre de Recherche Education et Formation, équipe Savoirs et Rapport au Savoir de l'Université Paris 10, Nanterre,
- la brochure intitulée « Zoom sur les métiers des mathématiques » avec la SMF, la SMAI et la SFdS et l'ONISEP,
- le livret et le diaporama « Femmes et sciences...au-delà des idées reçues » à l'initiative de Femmes et Sciences.

Pour conclure, permettez moi d'émettre quelques vœux :

- intégrer une formation spécifique et obligatoire à l'égalité des chances entre les filles et les garçons dans le système éducatif dans la formation initiale et continue des enseignant-e-s dans les IUFM,
- prendre en compte la problématique dans les ministères. Tout n'est pas résolu, loin s'en faut. Le dernier exemple en date est la disparition sur le site de l'Education nationale de la rubrique égalité filles-garçons. Rassurez-vous, ce n'est que temporaire !
- pouvoir assurer un suivi dans nos actions sans être toujours dépendantes des finances,
- pouvoir assurer une veille générale de manière à ne plus jamais voir d'horreurs sexistes ni à la télévision, ni dans les publicités qui véhiculent nombre de stéréotypes sur les femmes et les mathématiques,
- enfin si des jeunes femmes s'orientent vers la recherche, elles doivent pouvoir mener de pair vie personnelle, travaux scientifiques, responsabilités collectives sans qu'un plafond de verre reste éternellement l'obstacle invisible à leur promotion.

Je remercie toutes les personnes présentes avec qui j'ai travaillé et/ou avec qui je travaille avec plaisir, que ce soit en tant que professeure (ancien-ne-s élèves, collègues, supérieure hiérarchique, inspecteur) ou dans mes engagements associatifs :

- mon engagement associatif **Femmes** comme *femmes et mathématiques* mais aussi Femmes et Sciences,
- mon engagement associatif **mathématiques** avec les sociétés savantes SMF, SMAI et d'autres associations liées aux mathématiques l'APMEP, Animath, MATH en JEANS, etc.

Les relations avec toutes ces sociétés savantes et associations sont d'autant plus faciles que ce sont des ami-e-s qui en sont président-e-s : Colette Guillopé pour

VÉRONIQUE SLOVACEK-CHAUVEAU

Femmes et Sciences, Monique Moutaud pour Femmes Ingénieurs, Marie-Françoise Roy pour la SMF, Pierre Duchet pour MATH en JEANS, Martin Andler pour Animath et je les remercie d'être présents.

Je remercie aussi ma famille et mes ami-e-s : ils subissent mon manque de disponibilité et en plus, ils me soutiennent moralement et m'aident matériellement (Jean-Pierre pour la revue et mille autres tâches de maintenance informatique, Amandine pour les gâteaux de nos réunions du samedi et son témoignage pertinent sur ce qui se dit sur le cerveau dans les cours à la faculté de médecine).

Je voudrais adresser des remerciements tout particuliers à mes ancien-ne-s élèves qui sont derrière le buffet et dans la salle. Ils/elles répondent toujours présent-e-s quand je les sollicite. C'est génial !

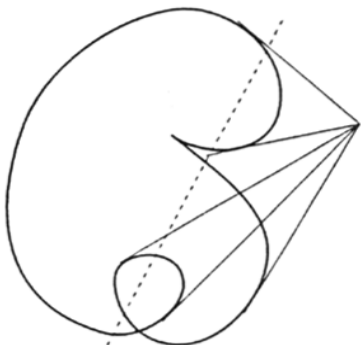
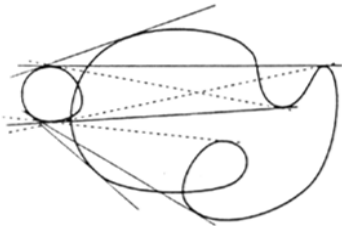
Mesdames, Messieurs, chers amis, je vous remercie d'être ici aujourd'hui et de m'avoir écoutée. Au nom de l'association, je vous invite à boire un verre ...

Véronique Slovacek-Chauveau

Association *femmes et mathématiques*, 11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05.

E-mail : vslovacekchauveau@free.fr

à propos de mathématiques

MATHÉMATIQUES ET LANGUES D'ESOPE

Jean-Pierre Kahane

Sur les langues d'Esopé, la référence la plus agréable est la vie d'Esopé par La Fontaine. Esopé, phrygien, pauvre, difforme et bègue (jusqu'à un miracle qui lui a rendu la parole fluide), a vécu comme esclave au temps où Crésus était roi de Lydie (sixième siècle avant J.C.). Il a été acheté par Xanthus, un philosophe de l'île de Samos (l'île natale de Pythagore, celle dans laquelle le tyran Polycrate allait faire percer le fameux tunnel), qui a reconnu sa valeur. Xanthus, un jour, a voulu régaler ses amis et il a chargé Esopé d'acheter et d'accommoder ce qu'il y avait de meilleur. Esopé a acheté, et accommodé de diverses manières, des langues. Les convives se sont régalés, puis lassés. Xanthus, mécontent, l'apostrophe :

« Ne t'avais-je pas ordonné d'acheter ce qu'il y a de meilleur ? »

Voici la réponse d'Esopé :

« Et qu'y a-t-il de meilleur que la langue ? C'est le lien de la vie civile, la clé des sciences, l'organe de la vérité et de la raison. Par elle on batit les villes et on les police ; on instruit ; on persuade ; on règne dans les assemblées ; on s'acquitte du premier de tous les devoirs, qui est de louer les dieux. »

Xanthus, provocateur :

« Alors, achète-moi ce qu'il y a de pire. »

Et Esopé fait le même achat et fait servir les mêmes mets ; sa justification, c'est que :

« la langue est la pire chose qui soit au monde. C'est la mère de tous les débats, la nourrice des procès, la source des divisions et des guerres. Si l'on dit que c'est l'organe de la vérité, c'est aussi celui de l'erreur, et, qui pis est, de la calomnie. Par elle on détruit les villes, on persuade de méchantes choses. Si d'un côté elle loue les dieux, de l'autre elle profère des blasphèmes contre leur puissance. »

C'est l'occasion de recenser des appréciations contrastées sur les mathématiques :

- de la part des élèves : l'amour et la détestation, la matière la plus facile ou la plus difficile,
- de celle des parents : elles ouvrent toutes les portes, elles ferment toutes les portes,
- de celle de tout un chacun : elles servent à tout, elles ne servent à rien,

- de celle des professeurs : elles servent à la formation de l'esprit, elles servent d'outil aux autres sciences,
- de celle des journalistes : c'est la dictature des math (Monde de l'Education), c'est le triomphe de nos vertus nationales (Werner).

Chaque contraste serait susceptible d'une fable ou d'une dissertation.

Par exemple, sur « facile » et « difficile », on peut dire : c'est la matière la plus facile parce qu'il y a très peu de choses à retenir, il suffit de les combiner, tout se passe dans la tête ; et c'est la matière la plus difficile parce qu'il y a beaucoup de termes à apprendre, avec un sens différent du français ordinaire, on ne sait pas comment les manipuler, tout se passe dans la tête. Sur « amour » et « détestation » versus « facile » et « difficile », les relations naturelles peuvent s'inverser ; si on aime parce que c'est facile, on risque de détester quand ça devient difficile ; si on déteste parce que c'est difficile mais qu'on s'accroche, on peut vaincre la difficulté et alors aimer beaucoup plus fort.

Sur la tyrannie des mathématiques et la fascination qu'elles exercent, l'illustration type est l'économie et la finance. Là encore, il y a un contraste entre le rôle des mathématiques dans le cadre économique actuel (elles le consolident) et leur plasticité pour modéliser d'autres cadres (on les utilise peu à cette fin).

L'image des mathématiques est également contrastée. Une référence est l'étude de la CIEM (commission internationale de l'enseignement mathématique, alias ICMI, International commission on mathematical instruction) « popularisation of mathematics ».

D'abord l'image négative, qui n'est pas seulement française ni contemporaine : Roger Asham, précepteur de la reine Elisabeth I d'Angleterre, décrivait ainsi les mathématiciens :

« regardez ces têtes de mathématiciens entièrement et uniquement penchées sur leurs problèmes, voyez quelle est leur solitude, leur inaptitude à vivre avec d'autres, leur incapacité à servir le monde »

et, pour actualiser, l'ICMI force la note :

« arrogant, elitist, middle class, eccentric, male social misfits. They lack social antennae, common sense, and a sense of humour »

Pour rire, le savant Cosinus. Pour pleurer, le docteur Folamour.

Mais en face, il y a des figures radieuses : Théétète, Hypatie, Evariste Galois, Sophie Kovalevski . « Wenn die Götter lieben » est un témoignage de l'admiration d'un grand physicien, Léopold Infeld, à l'égard de Galois, de sa personnalité et de ses mathématiques.

Contraste encore dans la vision des mathématiques comme matière d'étude. Est-ce d'abord une école de rigueur, ou d'abord une école d'imagination ?

Dans le Socle commun de connaissances et de compétences, la partie concernant les mathématiques se conclut ainsi : « l'étude des mathématiques permet aux élèves d'appréhender l'existence de lois logiques et développe les attitudes de rigueur, de

précision, les attitudes de respect de la vérité rationnellement établie, le goût du raisonnement fondé sur des arguments dont la validité est à prouver ».

L'accent est mis sur la rigueur.

Pour un mathématicien dans son travail, l'imagination vient d'abord : on regarde, examine, suppose, explore etc, et la rigueur vient ensuite, pour assurer, démontrer et mettre en forme. La pratique des mathématiques développe l'imagination en la disciplinant. Cet aspect mériterait d'être mieux pris en compte dans les instructions officielles. Il suffirait pour cela de se référer à Condorcet (cité par Rebière p.101) : « les premières notions de mathématiques doivent faire partie de l'éducation des enfants. Les chiffres et les lignes parlent plus qu'on ne le croit à leur imagination naissante et c'est un moyen sûr de l'exercer sans l'égarer ».

Enfin contraste dans la vision des mathématiques comme science.

Selon Bertrand Russell, les mathématiques sont la seule science où l'on ne sait jamais de quoi l'on parle, ni si ce que l'on dit est vrai.

Et Emile Borel lui répond que les mathématiques sont la seule science où l'on sait exactement de quoi l'on parle, et où l'on peut être sûr de ce que l'on dit.

Naturellement, Russell parle des énoncés mathématiques en rapport avec la réalité physique, et Borel de leur logique interne. Une façon de lever le paradoxe est la description de Youri Manin des mathématiques comme « métaphore » (ICM 1994) et de leur comparaison avec l'Iliade : nous savons tout d'Achille, d'Agamemnon, d'Hector et de leurs relations dans l'Iliade, et nous ignorons presque tout des personnages réels, au point que pour nous la légende est plus réelle que la réalité.

Cela nous mène à Platon et aux platoniciens, pour qui la mathématique découvre les propriétés d'un monde de nombres, de formes et de structures qui a son existence propre. Les mathématiciens sont spontanément platoniciens dans leur travail, parce qu'ils ont conscience d'avoir devant eux une matière dure, qu'ils ne peuvent pas modifier à leur guise, qu'il faut attaquer et qui résiste. Et ils traduisent en vision générale ce qui est leur pratique professionnelle. D'ailleurs, dans leur conception des mathématiques, beaucoup de physiciens sont aussi platoniciens. Cela explique l'émerveillement de Wigner, et d'autres, devant « la déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature ».

Si au contraire on voit les mathématiques, dans leur développement au cours de l'histoire, se nourrir des autres sciences et particulièrement de la physique, dégager à partir des concepts forgés ailleurs des concepts plus simples, plus puissants et plus généraux, on n'est pas tellement étonné de ces rencontres par lesquelles, constituées à partir d'abstractions de la réalité dans un champ bien exploré, elles se trouvent anticiper ce dont un autre champ a besoin.

On pourrait citer ici beaucoup d'opinions contradictoires. Je me bornerai à deux expressions frappantes de cette opposition. Joseph Fourier, dans son discours préliminaire à la Théorie analytique de la chaleur, déclarait que : « l'étude approfondie de la chaleur est la source la plus féconde des mathématiques » et indiquait la portée de ses méthodes pour comprendre et prévoir des phénomènes naturels.

Quelques jours après la mort de Fourier en 1830, Carl Jacobi écrivait à Legendre : « M. Poisson n'aurait pas dû reproduire dans son rapport une phrase peu adroite de feu M. Fourier, où ce dernier nous reproche, à Abel et à moi, de ne pas nous être occupés de préférence du mouvement de la chaleur. Il est vrai que M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels. Mais un philosophe comme lui aurait dû saisir que le but unique de la science est l'honneur de l'esprit humain et que sous ce rapport une question de nombres vaut autant qu'une question du système du monde. »

Pour terminer, je reviendrai sur un aspect de l'image des mathématiques et des mathématiciens : c'est une activité masculine (« male social misfits »). On entend couramment que les filles sont attirées par autre chose que les mathématiques, que les mathématiques ne sont pas faites pour les femmes, et que d'ailleurs les résultats des concours d'entrée dans les ENS le montrent bien

Et cependant on voit des femmes exceller dans la recherche mathématique. La remise du prix de la jeune scientifique parisienne à Laure Saint-Raymond et à Isabelle Gallagher en présence de leurs huit enfants a été l'occasion de mesurer, en l'admirant, comment des jeunes femmes peuvent mener de front une vie professionnelle intense et une vie familiale exigeante. Il s'agit de cas exceptionnels, mais qui permettent de poser la question : quelle autre science que les mathématiques peuvent être pratiquées par des jeunes femmes avec le même succès dans le même temps ? N'est-il pas vrai que les mathématiques, malgré les apparences, sont une voie de choix pour les femmes qui désirent mener une activité intellectuelle tout au cours de leur existence sans sacrifier leur vie affective et familiale ? Un aspect de la revendication d'un prérecrutement d'enseignants dans les disciplines déficitaires, dont les mathématiques, est que c'est une porte ouverte vers la recherche comme vers l'enseignement, et l'exemple des IPES a montré que d'excellents mathématiciens, hommes et femmes, ont bénéficié de cette institution.

Les langues d'Esopé ont bon dos de se prêter ainsi à un bavardage tous azimuts. Les organisatrices du Forum m'ont suggéré de consigner ce bavardage. Voilà qui est fait.

Jean-Pierre Kahane
Professeur émérite Université Paris-Sud Orsay.

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DES MOUVEMENTS DE FOULE

Juliette Venel, Bertrand Maury

Résumé. — Nous proposons un modèle de mouvements de foule basé sur une approche Lagrangienne où chaque individu est pris en compte. Notre objectif principal est de modéliser des situations d'évacuation : plusieurs personnes se trouvent dans une salle contenant des obstacles et veulent se diriger vers la sortie. Nous aboutissons à une équation d'évolution où intervient un opérateur multivalué. La difficulté vient du fait que, sauf dans des cas particuliers, ce dernier n'est pas maximal monotone. Enfin, nous présentons un schéma numérique qui permet de simuler l'évacuation de milliers de personnes hors de salles de géométrie quelconque.

1. Présentation du modèle

Le modèle de mouvements de foule que nous proposons repose sur deux principes. D'une part, on définit un champ de vitesses souhaitées, correspondant au déplacement que ferait une personne seule. D'autre part, le déplacement effectif doit respecter une contrainte d'encombrement maximal.

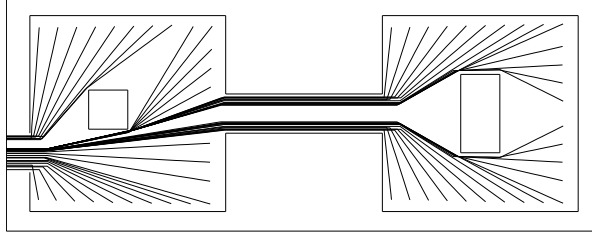
Les N individus sont assimilés à des disques de rayon r , repérés par les coordonnées de leurs centres : $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N) \in \mathbb{R}^{2N}$. Les obstacles sont représentés par un ensemble de segments. Par souci de clarté, on ne présente que la gestion des contacts entre personnes mais il en est de même des contacts entre les personnes et les obstacles.

Les disques ne devant pas se chevaucher, le vecteur position \mathbf{q} doit appartenir à un ensemble de configurations admissibles :

$$Q_0 = \{ \mathbf{q} \in \mathbb{R}^{2N}, \forall i, j \quad D_{ij}(\mathbf{q}) = |\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j| - 2r \geq 0 \}.$$

Détaillons le premier point de notre modèle. On définit à tout endroit M de la salle une vitesse souhaitée $U_0(M)$, vitesse qu'aurait une personne seule, à cette position, désirent gagner la sortie. Cette vitesse est choisie en fonction de la géométrie de la pièce : un individu se déplaçant avec cette vitesse minimise la distance à parcourir pour atteindre la sortie. Pour les N personnes, le vecteur des vitesses souhaitées est :

$\mathbf{U}(\mathbf{q}) = (U_0(\mathbf{q}_1), \dots, U_0(\mathbf{q}_N)) \in \mathbb{R}^{2N}$. On a représenté ci-après une salle contenant des obstacles et le champ des vitesses souhaitées associé. On remarque tout de suite les endroits où il y aura une forte concentration de personnes.



Les personnes quand elles se déplacent, se gênent mutuellement et ne peuvent avancer avec leur vitesse souhaitée. Leur vitesse réelle, notée \mathbf{u} est différente : dès qu'il y a contact entre 2 personnes, elle ne peut qu'augmenter la distance entre elles. Pour prendre en compte ce fait, on introduit le cône des vitesses admissibles en \mathbf{q} :

$$C_{\mathbf{q}} = \{ \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{2N}, \forall i < j \quad D_{ij}(\mathbf{q}) = 0 \Rightarrow \mathbf{G}_{ij}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{v} \geq 0 \},$$

où $\mathbf{G}_{ij}(\mathbf{q}) = \nabla D_{ij}(\mathbf{q})$ et son cône polaire : $N_{\mathbf{q}} = C_{\mathbf{q}}^\circ = \{ \mathbf{w} \in \mathbb{R}^{2N}, \forall \mathbf{v} \in C_{\mathbf{q}} \quad \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} \leq 0 \}$. Le lemme de Farkas fournit une expression plus explicite de ce dernier :

$$N_{\mathbf{q}} = \left\{ - \sum \mu_{ij} \mathbf{G}_{ij}(\mathbf{q}), \quad \mu_{ij} = 0 \text{ si } D_{ij}(\mathbf{q}) > 0, \quad \mu_{ij} \geq 0 \text{ si } D_{ij}(\mathbf{q}) = 0 \right\}.$$

Dans notre modèle, la vitesse réelle \mathbf{u} est la projection euclidienne de la vitesse souhaitée \mathbf{U} sur l'ensemble des vitesses admissibles $C_{\mathbf{q}}$: $\mathbf{u} = P_{C_{\mathbf{q}}} \mathbf{U}$. Comme $C_{\mathbf{q}}$ et $N_{\mathbf{q}}$ sont des cônes mutuellement polaires, on a : $P_{C_{\mathbf{q}}} + P_{N_{\mathbf{q}}} = \text{Id}$. On peut dès lors préciser le lien entre vitesses réelle et vitesse souhaitée et aboutir à une équation d'évolution sur la position :

$$\mathbf{u} = P_{C_{\mathbf{q}}} \mathbf{U} \Leftrightarrow \mathbf{u} = (\text{Id} - P_{N_{\mathbf{q}}}) \mathbf{U} \Leftrightarrow \mathbf{u} + P_{N_{\mathbf{q}}} \mathbf{U} = \mathbf{U}.$$

On obtient alors l'équation suivante :

$$(1) \quad \dot{\mathbf{q}} + N_{\mathbf{q}} \ni \mathbf{U}(\mathbf{q}).$$

2. Résultats Théoriques

Dans des cas particuliers (personnes dans un couloir ou une seule personne dans une pièce convexe), l'ensemble des configurations admissibles Q_0 est convexe et en conséquence, on peut montrer que N est un opérateur maximal monotone. La théorie de ces opérateurs [1] permet alors de conclure à l'existence et à l'unicité d'une solution à l'équation d'évolution (1) vérifiant la condition initiale $\mathbf{q}(0) = \mathbf{q}_0 \in Q_0$. Néanmoins, dans des cas plus généraux, Q_0 n'est plus convexe et on ne peut plus appliquer la théorie précédente.

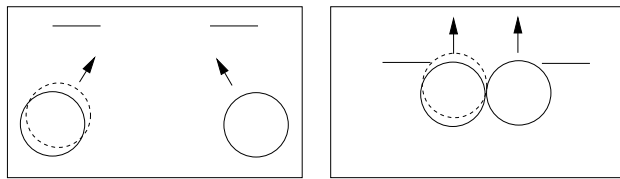
L'équation (1) traduit le fait que le vecteur \mathbf{q} doit évoluer tout en restant dans l'espace Q_0 . Ce point de vue revient à considérer le problème comme un processus de rafle introduit par Moreau [2] dans les années 70. Cependant, la présence d'un second membre \mathbf{U} et le défaut de convexité de Q_0 nous amènent à utiliser des résultats récents de L. Thibault et J. F. Edmond [5]. En effet, la bonne propriété conservée par Q_0 est celle de prox-régularité : plus précisément, il existe un réel r strictement positif tel que pour tout point $\tilde{\mathbf{q}}$ à distance $d < r$ de Q_0 , la projection de $\tilde{\mathbf{q}}$ sur Q_0 soit bien définie. On peut montrer que notre problème (1) se situe bien dans le cadre de la théorie de L. Thibault et J. F. Edmond [5] et ainsi établir le résultat suivant :

Théorème 2.1. — *On suppose \mathbf{U} Lipschitz.*

Alors quel que soit \mathbf{q}_0 dans Q_0 , il existe une unique fonction $\mathbf{q}(\cdot)$ absolument continue vérifiant :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}(t) + N(\mathbf{q}(t)) \ni \mathbf{U}(\mathbf{q}(t)) \text{ pp sur }]0, T[\\ \mathbf{q}(0) = \mathbf{q}_0 \end{cases}$$

Remarque 2.2. — Il est à noter que le module de la vitesse réelle peut être très inférieur à celui de la vitesse souhaitée. En effet, des situations d'engorgement apparaissent lorsque le champ des vitesses souhaitées est concentrant, plus précisément à divergence négative et lorsque la densité initiale des individus est suffisamment grande. Certains cas présentant des symétries parfaites peuvent même engendrer de véritables bouchons (voir dessin).



Toute brisure de symétrie dans la configuration initiale engendre la disparition de ce blocage infini. Néanmoins, il existe une certaine stabilité vis-à-vis des conditions initiales dans le sens où pour une petite perturbation de la symétrie, le temps de sortie des deux personnes sera très long.

3. Présentation du schéma numérique

On propose l'algorithme suivant pour calculer à chaque pas de temps la position des N personnes :

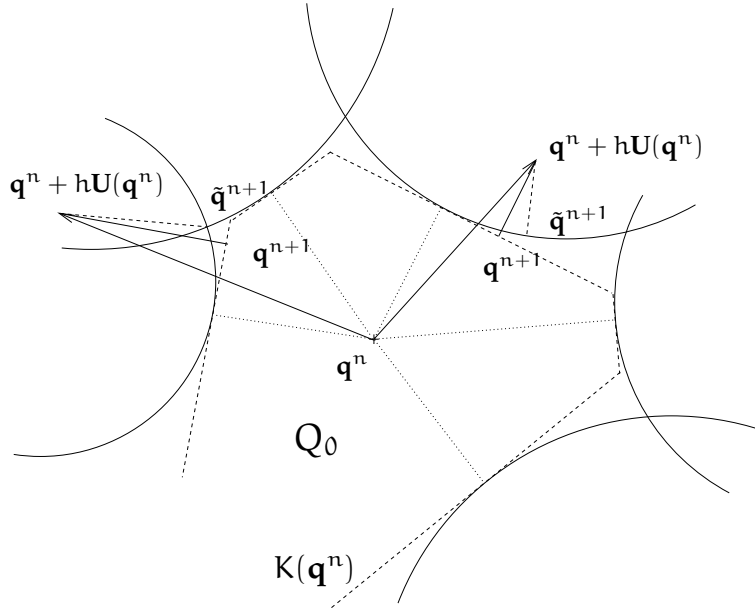
$$\begin{aligned} \text{Initialisation : } & \mathbf{q}^0 = \mathbf{q}_0 \\ \text{Boucle en temps : } & \mathbf{q}^n \text{ connu} \\ & \mathbf{u}^n = P_{C_h(\mathbf{q}^n)}(\mathbf{U}(\mathbf{q}^n)) \\ & \text{où } C_h(\mathbf{q}^n) = \{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{2N}, \forall i < j, D_{ij}(\mathbf{q}^n) + h\mathbf{G}_{ij}(\mathbf{q}^n) \cdot \mathbf{v} \geq 0\} \\ & \mathbf{q}^{n+1} = \mathbf{q}^n + h\mathbf{u}^n \end{aligned}$$

\mathbf{u}^n est approché numériquement par l'algorithme d'Uzawa.

Pour démontrer leurs résultats théoriques, les auteurs de [5] ont construit une solution approchée en utilisant le fait qu'à une distance suffisamment petite de Q_0 , la projection sur celui-ci était bien définie. Cependant, il ne semble pas aisé de calculer numériquement la projection d'un point sur Q_0 . Si l'on interprète notre algorithme en terme de position, on a :

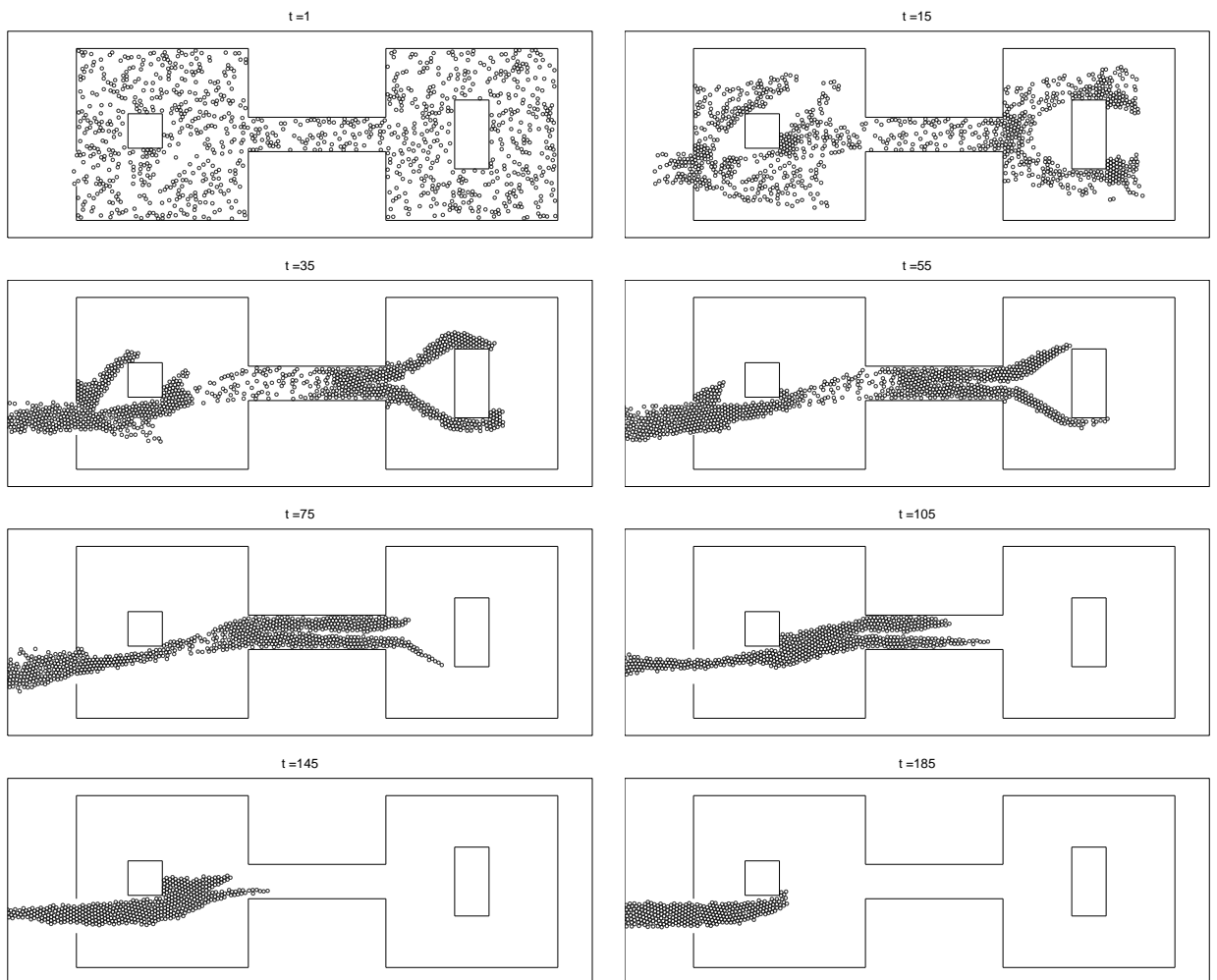
$$\begin{aligned} \mathbf{q}^{n+1} &= P_{K(\mathbf{q}^n)}(\mathbf{q}^n + h\mathbf{U}(\mathbf{q}^n)) \\ \text{où } K(\mathbf{q}^n) &= \{\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{2N}, \forall i < j, D_{ij}(\mathbf{q}^n) + \mathbf{G}_{ij}(\mathbf{q}^n) \cdot (\mathbf{q} - \mathbf{q}^n) \geq 0\} \end{aligned}$$

On projette en fait sur $K(\mathbf{q}^n)$ qui est une "approximation convexe" de Q_0 . Sur la figure ci-dessous, ses frontières sont en pointillé. Les points \mathbf{q}^{n+1} et $\tilde{\mathbf{q}}^{n+1}$ sont obtenus respectivement après projection sur $K(\mathbf{q}^n)$ et sur Q_0 de $\mathbf{q}^n + h\mathbf{U}(\mathbf{q}^n)$ (pour les deux exemples de $\mathbf{U}(\mathbf{q}^n)$).



4. Résultats Numériques

Il s'agit ici de l'évacuation d'environ 1000 personnes d'un bâtiment composé de deux salles reliées par un couloir. Le champ des vitesses souhaitées a été représenté dans la première section. Le pas de temps h est fixé de telle sorte que les individus tentent en un pas de temps de parcourir une distance égale à une fois et demi leur rayon. La variable t compte le nombre de pas de temps.



Références

- [1] H. Brezis, *Opérateurs Maximaux Monotones et Semi-groupes de contractions dans les espaces de Hilbert*, 1973.
- [2] J.J. Moreau *Evolution Problem associated with a moving convex set in a Hilbert space*, J. Differential Equations 26, no. 3, 347-374, 1977.
- [3] G. Colombo, M.D.P. Monteiro Marques, *Sweeping by a continuous prox-regular set*, J. Differential Equations 187, no. 1, 46-62, 2003.
- [4] L. Thibault, *Sweeping Process with regular and nonregular sets*, J. Differential Equations 193, no. 1, 1-26, 2003.
- [5] J.F. Edmond, L. Thibault, *Relaxation of an optimal control problem involving a perturbed sweeping process*, Math. Program 104, no.2-3, Ser. B, 347-373, 2005.

Juliette Venel, Bertrand Maury

Laboratoire de Mathématiques, Université Paris XI, Orsay.

E-mail : prenom.nom@math.u-psud.fr

MODÉLISATION DE CRISTAUX PÉRIODIQUES AVEC OU SANS DÉFAUTS

Amélie Deleurence

Résumé. — Nous étudions ici la limite thermodynamique d'un cristal quantique périodique à température nulle, avec le modèle de Hartree-Fock *réduit*. Lorsque le cristal ne possède aucun défaut, la convergence de l'énergie par unité de volume et de la densité électronique a déjà été prouvée par Catto, Le Bris et Lions [5]. Nous présenterons les démarches mises en œuvre pour étudier le cas où un défaut est introduit.

1. Introduction

Nous mettons en place un modèle permettant de décrire une infinité d'électrons quantiques dans un cristal périodique, perturbé ou non par un défaut.

Les applications industrielles sont multiples. Par exemple, une telle situation est rencontrée lors de l'étude à l'échelle macroscopique des effets de l'endommagement par irradiation des aciers de cuve dans les centrales nucléaires [2, 13]. De façon très schématique un neutron issu du cœur du réacteur percute un atome de l'acier de cuve, qui acquiert brutalement beaucoup d'énergie et va à son tour percuter les atomes environnants comme dans un billard. Il s'ensuit une sorte de réaction en chaîne (cascade atomique), jusqu'à ce que le réseau retrouve un état d'équilibre. Après un certain laps de temps (de l'ordre de la nanoseconde), des défauts localisés se forment tandis que le reste du réseau retrouve en première approximation son état ordonné initial. La présence de ces défauts modifie naturellement les propriétés macroscopiques du matériau (sa plasticité par exemple). Pour calculer ces dernières il est donc indispensable de tenir compte de ces défauts ponctuels.

Les difficultés mathématiques d'un tel modèle ont deux principales sources : d'abord, lors de la modélisation, l'état des électrons sera représenté par un projecteur γ de rang infini car le cristal comporte une infinité d'électrons en interaction,

ce qui complique grandement le modèle et son étude. Ensuite, l'énergie du système dans l'état γ sera une fonctionnelle non linéaire en la variable γ , et souvent même non convexe, ce qui rend les preuves d'existence de minima plus difficiles.

Nous allons décrire une partie de ce qui sera contenu dans [8], les résultats ayant été obtenus sous la direction de E. Cancès et en collaboration avec M. Lewin. Ce travail est inspiré d'une étude effectuée par Hainzl, Lewin, Séré et Solovej [9, 10, 11] dans laquelle le comportement du vide quantique relativiste de Dirac en présence d'un champ extérieur est modélisé de façon similaire à celui de la mer de Fermi (les électrons du cristal) en présence du défaut cristallin.

2. Modèles non linéaires de cristaux périodiques

En mécanique quantique, un système à N électrons est décrit par une fonction d'onde antisymétrique de N variables $\psi_e \in \bigwedge_{i=1}^N H^1(\mathbb{R}^3)$, de norme égale à 1 dans $L^2(\mathbb{R}^{3N})$, $|\psi_e(x_1, \dots, x_N)|^2$ s'interprétant comme la densité de probabilité de trouver les N électrons en x_1, \dots, x_N . Dans le modèle de Hartree-Fock, cette fonction d'onde est supposée pouvoir s'écrire sous la forme d'un déterminant de Slater de N fonctions d'onde monoélectroniques orthonormées ϕ_i , appelées orbitales moléculaires : $\psi_e(x_1, \dots, x_N) = (N!)^{-1/2} \det(\phi_i(x_j))$, voir par exemple [4, 12]. A toute fonction d'onde ψ_e de ce type, on associe une *matrice densité* γ , définie par son noyau $\gamma(x, x') = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) \phi_i(x')$ et qui n'est autre que le projecteur orthogonal sur $\text{Vect}\{\phi_i, i = 1 \dots N\}$ dans $L^2(\mathbb{R}^3)$. La densité de charge des N électrons s'écrit alors $\rho_{\psi_e}(x) = \gamma(x, x) = \sum_{i=1}^N |\phi_i(x)|^2$. Dans le cas des cristaux, on considère une infinité d'électrons quantiques en interaction avec des noyaux chargés positivement, placés sur un réseau périodique. On ne peut alors décrire les électrons par une fonction d'onde et on utilise à la place leur matrice densité γ , qui est dans ce cas un projecteur orthogonal de rang infini. Pour toute base orthonormée $(\varphi_n)_{n \geq 1}$ de $\text{Im}(\gamma)$, γ s'interprète comme la matrice densité d'un déterminant de Slater infini formé à partir des φ_n . La densité électronique associée s'écrit formellement $\rho_\gamma(x) = \gamma(x, x) = \sum_{n \geq 1} |\varphi_n(x)|^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}^3$.

Pour simplifier l'exposé, nous supposons dorénavant que le réseau non perturbé est \mathbb{Z}^3 et que chaque proton a une charge égale à 1. Notons μ_{per} la densité périodique des noyaux, qu'on supposera sous la forme $\mu_{\text{per}}(x) = \sum_{z \in \mathbb{Z}^3} n(x+z)$ où n est une fonction de classe C^∞ à décroissance rapide et d'intégrale égale à un. Le cas de noyaux ponctuels correspondrait à $n = \delta$, la mesure de Dirac. Nous supposons également qu'il existe un défaut au sein du réseau (comme un noyau plus lourd ou plus léger que les autres par exemple), créant un potentiel électrostatique W . L'énergie *formelle* des électrons dans l'état γ dans le modèle Hartree-Fock a alors

l'expression

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{HF}}^W(\gamma) = & \operatorname{tr}_{L^2(\mathbb{R}^3)} \left(\left(-\frac{\Delta}{2} - \mu_{\text{per}} * \frac{1}{|\cdot|} + W \right) \gamma \right) + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho_\gamma(x) \rho_\gamma(y)}{|x-y|} dx dy \\ & - \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{|\gamma(x,y)|^2}{|x-y|} dx dy + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\mu_{\text{per}}(x) \mu_{\text{per}}(y)}{|x-y|} dx dy. \end{aligned}$$

Cette expression n'est pas bien définie mathématiquement et le but de cette note sera précisément de montrer comment on peut donner un sens à cette formule. L'énergie comporte quatre termes, le premier regroupe l'énergie cinétique du système et l'interaction électrostatique entre noyaux et électrons. Le deuxième correspond à la répulsion coulombienne, qui peut être interprétée comme l'énergie coulombienne classique de la densité électronique moyenne ρ_γ . Le troisième terme, dit terme d'échange, décrit également l'interaction entre les électrons. Il est d'origine purement quantique et provient de l'antisymétrie de la fonction d'onde. Le dernier terme de l'énergie est l'énergie Coulombienne d'interaction des noyaux. Formellement, un minimum γ de $\mathbf{E}_{\text{HF}}^W(\cdot)$, sous la contrainte que le système est globalement neutre (ie. il y a en moyenne un électron par cellule), représente l'état de la *mer de Fermi* (l'infinité d'électrons du cristal) en présence du défaut W . Si $W = 0$, on s'attend à obtenir une densité ρ_γ périodique [7] alors que si $W \neq 0$, on imagine plutôt obtenir une densité qui sera la perturbation d'une fonction périodique : la mer de Fermi se polarise en présence du défaut cristallin.

La méthode traditionnelle pour donner un sens mathématique à cette énergie est l'utilisation d'une limite thermodynamique [1, 6] : on restreint le système à un domaine borné $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, dans lequel on peut donner un sens à tous les termes ci-dessus. Puis on étudie la limite de l'énergie par unité de volume (l'énergie obtenue dans Ω , divisée par le volume de Ω) et de la suite des matrices de densité γ_Ω minimisant l'énergie, lorsque $|\Omega| \rightarrow \infty$. Si la suite γ_Ω converge vers un projecteur γ au sens des opérateurs, γ sera interprété comme la matrice densité du système infini. Toutefois, la limite de l'énergie par unité de volume ne devrait pas dépendre de W , c'est le terme suivant du développement asymptotique quand $|\Omega| \rightarrow \infty$ qui dépend de W . L'identification de ce terme est importante pour la compréhension du processus de passage du modèle microscopique restreint à Ω au modèle macroscopique (le cristal infini).

Même dans le cas sans défaut, Hartree-Fock est un modèle difficile qui n'est pas encore totalement compris, voir [7] pour de premiers résultats. Pour cette raison nous nous restreindrons à un modèle simplifié dans lequel on néglige le terme d'échange (on parle de *modèle Hartree-Fock réduit* [14]). L'énergie devient alors (formellement) convexe et s'écrit

$$\mathbf{E}_{\text{Red}}^W(\gamma) = \operatorname{tr}_{L^2(\mathbb{R}^3)} \left(\left(-\frac{\Delta}{2} + W \right) \gamma \right) + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{(\rho_\gamma - \mu_{\text{per}})(x)(\rho_\gamma - \mu_{\text{per}})(y)}{|x-y|} dx dy$$

Il y a plusieurs possibilités pour définir un tel modèle dans un domaine Ω . Dans [5, 6], Catto, Le Bris et Lions ont posé le modèle de Hartree-Fock réduit dans tout l'espace pour les électrons et dans un domaine borné Ω pour les noyaux, domaine qu'ils font ensuite grandir. Ils ont ainsi démontré l'existence de la limite thermodynamique quand $W = 0$ et identifié le modèle limite. Leur preuve de convergence est fortement basée sur le caractère convexe de la fonctionnelle d'énergie et ne s'applique pas pour le modèle Hartree-Fock général. Pour ce dernier, ils ont aussi étudié dans [7] la limite présupposée, mais la convergence vers celle-ci n'est pas démontrée pour l'instant.

Nous adoptons ici une autre approche qui consiste à restreindre également les électrons au domaine Ω . Il faut alors choisir des conditions aux bords, que nous prendrons périodiques pour simplifier, même si la limite thermodynamique ne devrait en principe pas dépendre de celles-ci. Le choix de conditions périodiques au bord est physiquement justifié et abondamment utilisé en pratique lors des simulations numériques. Aussi, pour ne pas alourdir notre exposé, décrivons-nous principalement le cas sans défaut qui est une adaptation facile de [5, 7] et ne décrivons que sommairement nos résultats [3, 8] pour le cas avec défaut.

3. Cas sans défaut

Soit Λ_L une "grande" cellule cubique de côté L (On prend L entier). L'espace $L^2(\mathbb{R}^3)$ est donc remplacé par $L^2_{\text{per}}(\Lambda_L)$ avec conditions aux bords périodiques. L'énergie sera désormais notée $E_L^W(\gamma)$. Commençons par définir le potentiel de Coulomb périodique. Soit G_L solution du système

$$\begin{cases} -\Delta G_L = 4\pi\delta_0, \\ G_L \text{ } L\mathbb{Z}^3 \text{ - périodique,} \\ \min G_L = 0, \end{cases}$$

G_L tend uniformément vers $\frac{1}{|\mathbf{x}|}$ sur tous les compacts quand $L \rightarrow \infty$. Comme dans [7], nous remplaçons $\frac{1}{|\mathbf{x}|}$ par G_L dans l'expression de l'énergie qui devient

$$E_L^0(\gamma) = \text{tr}_{L^2_{\text{per}}(\Lambda_L)} \left(-\frac{\Delta}{2} \gamma \right) + \frac{1}{2} \iint_{(\Lambda_L)^2} G_L(\mathbf{x} - \mathbf{y}) (\rho_\gamma - \mu_{\text{per}})(\mathbf{x}) (\rho_\gamma - \mu_{\text{per}})(\mathbf{y}) \, d\mathbf{x} \, d\mathbf{y}.$$

Cette énergie est définie pour tout opérateur γ appartenant à

$$\mathbf{K}(\Lambda_L) = \left\{ \gamma \in \mathcal{B}(L^2_{\text{per}}(\Lambda_L)), \gamma = \gamma^*, 0 \leq \gamma \leq 1, \int_{\Lambda_L} \rho_\gamma = \int_{\Lambda_L} \mu_{\text{per}} \right\}.$$

Bien que, physiquement, seuls les projecteurs orthogonaux (les points extrémaux de $\mathbf{K}(\Lambda_L)$) décrivent réellement un état Hartree-Fock, il est plus simple de convexifier cet ensemble en considérant des matrices densité généralisées appartenant à $\mathbf{K}(\Lambda_L)$. Notons que nous avons ajouté la contrainte $\int_{\Lambda_L} \rho_\gamma = \int_{\Lambda_L} \mu_{\text{per}}$ qui signifie que le

système est globalement neutre dans la boîte Λ_L . On peut facilement montrer [3, 8] que

$$E_L^0 = \inf\{E_L^0(\gamma), \gamma \in \mathbf{K}(\Lambda_L)\} > -\infty,$$

qu'il existe au moins un minimiseur noté γ_L et qu'en outre la densité électronique ρ_{γ_L} est unique.

Le modèle limite a été étudié dans [5, 6, 7] : une énergie par unité de volume est définie pour les matrices densité périodiques définies sur tout l'espace, elle possède un minimiseur γ_{per}^0 d'énergie I_{per} . Soit G le potentiel périodique défini de manière unique par

$$-\Delta G = 4\pi \left(-1 + \sum_{y \in \mathbb{Z}^3} \delta(\cdot - y) \right) \quad \text{et} \quad \min_{\mathbb{R}^3} G = 0,$$

δ étant la mesure de Dirac. Considérons alors l'opérateur de champ moyen

$$H_{\gamma_{\text{per}}^0} := -\frac{\Delta}{2} + (\rho_{\gamma_{\text{per}}^0} - \mu_{\text{per}}) * G.$$

Il s'agit d'un opérateur de Schrödinger périodique dont le spectre est composé de bandes (voir par exemple [4]). Nous supposons qu'il existe un trou spectral entre la première et la seconde bande de $H_{\gamma_{\text{per}}^0}$ (ceci correspond à un cristal décrivant un isolant). Soit ϵ_F un réel quelconque dans ce trou spectral. Alors γ_{per}^0 satisfait l'équation non-linéaire

$$(1) \quad \gamma_{\text{per}}^0 = \chi_{(-\infty, \epsilon_F]}(H_{\gamma_{\text{per}}^0})$$

c'est-à-dire que c'est le projecteur spectral sur le sous-espace propre associé à la première bande du spectre de l'opérateur de champ moyen. Dans [7], γ_{per}^0 est construit comme le minimiseur d'une énergie volumique définie uniquement pour des opérateurs commutant avec les translations de \mathbb{Z}^3 (la valeur de l'énergie minimale est I_{per}). Nous renvoyons à [7] pour plus de détails concernant la construction de γ_{per}^0 .

On peut alors démontrer [3, 8] que pour L assez grand, γ_L est un projecteur orthogonal qui converge vers γ_{per}^0 (en un certain sens) et que $E_L^0/L^3 \rightarrow I_{\text{per}}$ quand $L \rightarrow \infty$. Ainsi on peut considérer physiquement que l'opérateur γ_{per}^0 décrit le système infini des électrons du cristal sans défaut.

4. Cas avec défaut

L'étude du cas sans défaut permet d'identifier la limite de l'énergie par unité de volume E_{per}^0/L^3 . Si on ajoute maintenant un défaut $W \neq 0$, cette limite sera inchangée car la perturbation locale W n'affecte pas le comportement macroscopique de la mer de Fermi :

$$E_L^W \underset{L \rightarrow \infty}{\sim} I_{\text{per}} L^3.$$

Dans [3, 8], nous regardons le terme suivant du développement de l'énergie en fonction de L afin d'identifier la partie dépendant du défaut W introduit. Nous montrons que

$$\mathbf{E}_L^W = \mathbf{E}_L^0 + f(W) + o_{L \rightarrow \infty}(1),$$

et que $f(W)$ peut s'interpréter comme l'infimum d'une fonctionnelle d'énergie mesurant les variations de la mer de Fermi par rapport à la solution périodique, i.e. dépendant de $Q = \gamma - \gamma_{\text{per}}^0$. Cette fonctionnelle s'écrit formellement

$$\mathbf{E}^W(Q) = \text{tr} \left((H_{\gamma_{\text{per}}^0} - \epsilon_F) Q \right) + \frac{1}{2} \int \frac{\rho_Q(x) \rho_Q(y)}{|x - y|} dx dy + \int \rho_Q W,$$

On peut donner un sens mathématique précis à cette expression en utilisant les idées de [9, 10, 11] développées pour l'étude de la polarisation de la mer de Dirac en électrodynamique quantique, en présence d'un champ extérieur. Ensuite, on peut démontrer que cette énergie est minorée et qu'elle admet un minimiseur γ , solution d'une équation non-linéaire similaire à (1). On prouve aussi que le minimiseur γ_L dans la boîte de taille L converge en un certain sens vers ce γ et que le développement limité ci-dessus est vrai avec $f(W) = \min \mathbf{E}^W$. Ce faisant, on peut donner un sens à l'état de la mer de Fermi lorsque celle-ci se déforme en présence du défaut, grâce à l'opérateur γ . Mais il est aussi possible d'étudier un système où l'on ajoute de plus des électrons localisés autour du défaut. Dans ce cas, on doit minimiser l'énergie \mathbf{E}^W en ajoutant une contrainte sur l'excès de charge du système par rapport à la mer de Fermi sans défaut (formellement c'est une contrainte sur $\text{tr}(\gamma - \gamma_{\text{per}}^0)$). Mais ce problème est beaucoup plus délicat car il s'agit alors d'un problème variationnel sous contrainte, dont la contrainte n'est pas continue pour la topologie faible adaptée à l'énergie.

Nous désirons par la suite étudier l'implémentation numérique de ce modèle qui pourrait se révéler très intéressante et permettrait de comprendre encore mieux les résultats théoriques obtenus.

Références

- [1] R. Balian, *From microphysics to macrophysics : Methods and applications of statistical physics*, 2 volumes, Springer, (1991).
- [2] P. Berge, G. Zacharie, *Endommagement des matériaux dans les centrales nucléaires à eau pressurisée*, Eyrolles, (1998).
- [3] E. Cancès, A. Deleurence, M. Lewin, en préparation, (2006).
- [4] E. Cancès, C. Le Bris, Y. Maday, *Méthodes mathématiques en chimie quantique*, Springer, (2006).
- [5] I. Catto, C. Le Bris, P.-L. Lions, *Sur la limite thermodynamique pour des modèles de type Hartree et Hartree-Fock. (On the thermodynamic limit for Hartree and Hartree-Fock type models). (French. Abridged English version)*, C. R. Acad. Sci., Paris, Sér. I, Math. **327**, No.3, 259–266 (1998).

- [6] I. Catto, C. Le Bris, P.-L. Lions, *Mathematical Theory of Thermodynamic Limits*, Oxford Mathematical Monographs, (1998).
- [7] I. Catto, C. Le Bris, P.-L. Lions, *On the thermodynamic limit for Hartree-Fock type models*, Ann. I. H. Poincaré - AN **18**, No. 6, 687–760 (2001).
- [8] A. Deleurence, *Thèse de doctorat de l'ENPC*, en préparation.
- [9] C. Hainzl, M. Lewin, E. Séré, *Self-consistent solution for the polarized vacuum in a no-photon QED model*, J. Phys. A, Math. Gen. **38**, No.20, 4483–4499 (2005).
- [10] C. Hainzl, M. Lewin, E. Séré, *Existence of a stable polarized vacuum in the Bogoliubov-Dirac-Fock approximation*, Commun. Math. Phys. **257**, No.3, 515–562 (2005).
- [11] C. Hainzl, M. Lewin, J.-P. Solovej, *The mean-field approximation in Quantum Electrodynamics. The no-photon case*, Commun. Pure App. Math., in press.
- [12] C. Le Bris, P.-L. Lions, *From atoms to crystals : a mathematical journey*, Bull. Am. Math. Soc., New Ser. **42**, No.3, 291–363 (2005).
- [13] C. Lemaignan, *Science des matériaux pour le nucléaire*, EDP Sciences, (2004).
- [14] J.-P. Solovej, *Proof of the ionization conjecture in a reduced Hartree-Fock model*, Invent. Math. **104** (1991), no. 2, p. 291–311.

Amélie Deleurence

CERMICS-ENPC, 6 et 8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs-sur-Marne,
77455 Marne La Vallée cedex 2.

E-mail : deleurence@cermics.enpc.fr

MODÈLES COMBINATOIRES POUR L'ANALYSE DE STRUCTURES D'ARN

Hélène Touzet

Résumé. — Le but de cet exposé est de montrer comment des questions de biologie moléculaire peuvent faire émerger de nouveaux modèles combinatoires et de nouveaux algorithmes. Nous présentons plus particulièrement le problème de la comparaison de structures d'ARN, qui fait appel à des représentations sous forme d'arbres ordonnés ou de graphes particuliers, appelés séquences arc-annotées.

1. L'ARN

Chez les organismes vivants, les mécanismes de la cellule sont orchestrés par trois grands types de molécules : l'ADN (acide désoxyribonucléique), l'ARN (acide ribonucléique) et les protéines. Schématiquement, l'ADN porte l'information génétique transmise au fil des générations cellulaires, et les protéines expriment cette information à partir de la transcription et de la traduction des gènes. Dans ce scénario, le rôle des molécules d'ARN est multiple et diversifié. L'ARN intervient dans la machinerie de la synthèse protéique. Il existe également de nombreux petits ARN qui ont des fonctions catalytiques ou qui participent à la régulation de l'expression des gènes.

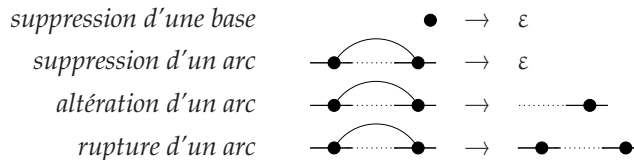
À l'instar de l'ADN, l'ARN est un acide nucléique composé de l'enchaînement de quatre bases, les nucléotides *A*, *C*, *G* et *U*. Sa spécificité est que c'est une molécule simple brin, qui s'organise de manière hiérarchique en une structure tri-dimensionnelle stabilisée par des appariements entre nucléotides. Cela conduit à une configuration spatiale qui conditionne la fonction de la molécule. La capacité des ARN à intervenir dans des processus métaboliques variés est liée à ces facultés de repliement.

2. Modèles d'édition pour l'ARN

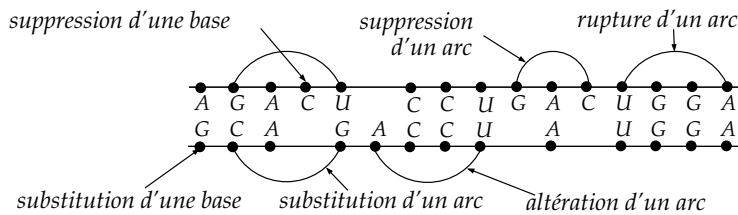
Un des premiers objets de la bio-informatique est de proposer des algorithmes de comparaison. Comparer des molécules permet de les classer en famille, d'identifier les régularités ou les conservations exceptionnelles, d'inférer la fonction par analogie, de retracer le fil de l'évolution. L'ARN n'échappe pas à cette règle. Dans ce cas, la définition d'algorithmes de comparaison passe par le choix d'une représentation combinatoire qui rende compte à la fois de la séquence nucléique et des appariements qui se forment entre les différentes positions. Le modèle le plus expressif est celui des séquences arc-annotées, introduit dans [5].

Définition 2.1. — Soit Σ un alphabet fini. Une *séquence arc-annotée* sur Σ^* est définie par un couple (S, P) où S est un mot sur Σ^* , et P un ensemble d'arcs, c'est-à-dire un ensemble de couples de positions de S .

A partir des séquences arc-annotées, il est possible de définir une ou plusieurs instances en fonction de la complexité des interactions autorisées. Nous nous concentrons ici sur le type le plus simple, qui reste néanmoins biologiquement pertinent, celui où les arcs ne forment ni croisements, ni chevauchements. Le choix des opérations d'édition se déclinent également en de multiples modèles évolutifs. Les opérations de *substitution* permettent le renommage d'un nucléotide, que ce nucléotide soit impliqué dans un appariement ou pas. Aux substitutions, il faut ajouter les *suppressions* qui peuvent porter sur un nucléotide ou sur un arc, et sont donc de quatre types.



Ce schéma illustre ces différentes opérations sur un couple de séquences.



À partir de ces opérations d'édition, on définit trois modèles d'expressivité croissante, le modèle III étant le plus fidèle à la réalité biologique.

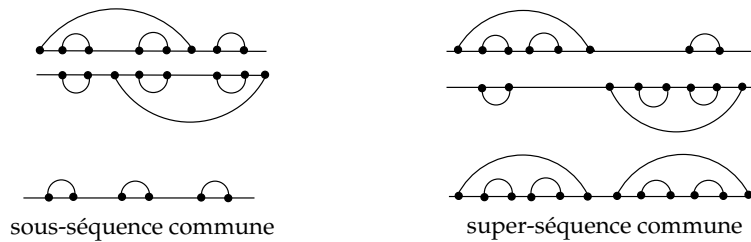
- I : opérations de substitution, de suppression de bases et d'arcs (arbres ordonnés)
- II : I + altération d'arcs (LAPCS, [5])
- III : II + rupture d'arcs (edition generale, [8])

Définition 2.2. — Soient u et v deux séquences arcs-annotées, et soit K un schéma d'édition (I,II ou III). u est une K -sous-séquence de v si u peut être déduit de v par une succession d'opérations de substitution et d'opérations de suppression appartenant au schéma K . Si on associe un poids à chaque opération d'édition, le *coût* de u pour v est la somme des poids de ces opérations. De manière symétrique, v est une K -super-séquence de u , de même coût.

Cette définition conduit à deux approches distinctes pour comparer deux séquences arc-annotées, suivant que l'on raisonne en termes de sous-séquence ou de super-séquence :

- chercher la sous-séquence commune de coût optimal ;
- chercher la super-séquence commune de coût optimal.

Ces deux points de vue sont bien sûr équivalents quand on travaille sur des séquences libres d'annotations, sans arcs. Mais ce n'est plus le cas quand interviennent des appariements. L'exemple ci-dessous en témoigne. Il montre un couple de séquences arc-annotées pour lequel la sous-séquence optimale et la super-séquence optimale induisent des scénarios évolutifs distincts.



3. Résultats de complexité

Les résultats de complexité pour les différents modèles de comparaison sont connus.

	I	II	III
Sous-séquence	$O(n^3 \log(n))$ [10]	NP-complet [11]	NP-complet [2]
Super-séquence	$O(n^4)$ [9]	$O(n^4)$ [3]	$O(n^4)$ [3, 6]

Ce tableau appelle plusieurs commentaires. Il apparait tout d'abord que le choix entre l'approche par sous-séquence et par super-séquence n'est pas anodin en termes de complexité. Dans le premier cas, le problème est réductible dès que le modèle d'évolution est suffisamment expressif, alors que l'approche par super-séquence permet de considérer toutes les opérations d'édition. Les différents algorithmes polynomiaux procèdent par programmation dynamique, comme la distance d'édition de mots. Le problème de la recherche d'une sous-séquence commune pour le modèle d'édition I n'est autre que le problème de la distance d'édition entre arbres ordonnés. Dans ce cas, les meilleurs algorithmes utilisent des propriétés non-intuitives basées sur la disymétrie des arbres à comparer. C'est ce qui est mis en œuvre dans [10, 4].

4. Comparaison d'ARN proches

Si l'on revient à la motivation initiale, la comparaison d'ARN, on se rappelle qu'il s'agit d'analyser des molécules qui partagent une fonction biologique, dérivant d'un ancêtre commun. Dans cette perspective, il est possible d'améliorer les algorithmes de la section précédente en prenant en compte le fait que la distance évolutive, et donc le nombre d'erreurs, est faible. Le nombre d'erreurs s'entend ici comme le nombre de suppressions, qui sont les événements évolutifs qui tendent à modifier la structure de la molécule. Borner le nombre d'erreurs permet, peu ou prou, de restreindre l'espace de recherche des algorithmes de programmation dynamique et donne lieu à des algorithmes exacts plus efficaces.

	I	II	III
Super-séquence avec k erreurs	$O(n \log(n) d^3 k^2)$ [7] d , degré des arbres	inconnu	inconnu
Sous-séquence avec k erreurs	$O(k^3 n)$ [12]	$O(3, 31^k n)$ [1]	inconnu

Références

- [1] J. Alber, J. Gramm, J. Guo et R. Niedermeier, *Towards Optimally Solving the Longest Common Subsequence Problem for Sequences with Nested Arc Annotations in Linear Time* LNCS 2373, p. 99 – 114, 2002
- [2] G. Blin, G. Fertin, I. Rusu et C. Sinoquet, *RNA sequences and the EDIT(NESTED, NESTED) problem*, rapport technique - LINA, Université de Nantes, 2003
- [3] G. Blin et H. Touzet, *How to compare arc-annotated sequences : the alignment hierarchy* a paraître dans les actes de SPIRE 2006, LNCS
- [4] S. Dulucq et H. Touzet, *Decomposition algorithms for the tree edit distance problem*, Journal of Discrete Algorithms, 3(2-4), 2005, p. 448-471
- [5] P. Evans, *Algorithms and Complexity for Annotated Sequences Analysis*, PhD thesis, University of Victoria, 1999
- [6] C. Herrbach, A. Denise, S. Dulucq et H. Touzet, *A polynomial algorithm for comparing RNA secondary structures using a full set of operations*. rapport technique LRI – Université Paris Sud, 2006
- [7] J. Jansson et A. Lingas, *A fast algorithm for optimal alignment between similar ordered trees*, Fundamenta Informaticae 56-1(2), p. 105-120, 2003
- [8] T. Jiang, G. Lin, B. Ma et K. Zhang, *A general edit distance between RNA structures*, Journal of Computational Biology 9(2), p. 371-388, 2002
- [9] T. Jiang, L. Wang et K. Zhang, *Alignment of trees - an alternative to tree edit*, Theoretical Computer Science, 143(1), p. 137-148, 1995
- [10] P. Klein, *Computing the edit-distance between unrooted ordered trees*, 1998, p. 91-102, 6th European Symposium on Algorithms
- [11] G. Lin, Z.-Z. Chen, T. jiang et J. Wen, *The longest common subsequence problem for sequences with nested arc annotations*, J. of Computer and System Sciences, 65, 2002, p. 465-480
- [12] H. Touzet, *A linear tree edit distance algorithm for similar ordered trees*, CPM'05, Lecture Notes in Computer Science, 3537, p. 334-345, 2005

Hélène Touzet

LIFL - UMR CNRS 8022 - Université Lille 1.

E-mail : Helene.Touzet@lil1.fr

PERTURBATION DES PROBLÈMES DE COMMANDE OPTIMALE

Audrey Hermant

Résumé. — Dans cet article, on étudie la perturbation d'un problème de commande optimale avec une contrainte sur l'état. On donne une condition suffisante minimale de stabilité, ainsi qu'un développement au premier ordre des solutions.

1. Introduction

On s'intéresse au problème de commande optimale suivant :

$$(1) \quad (\mathcal{P}) \quad \min_{(u, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{Y}} \int_0^T \ell(u(t), y(t)) dt + \phi(y(T))$$

soumis à l'équation d'état

$$(2) \quad \dot{y}(t) = f(u(t), y(t)) \quad \text{pour presque tout } t \in [0, T], \quad y(0) = y_0$$

et à la contrainte sur l'état

$$(3) \quad g(y(t)) \leq 0 \quad \text{pour tout } t \in [0, T].$$

L'espace des commandes est l'ensemble des fonctions mesurables essentiellement bornées $\mathcal{U} := L^\infty(0, T; \mathbb{R})$, et l'espace d'état l'espace de Sobolev $\mathcal{Y} := W^{1, \infty}(0, T; \mathbb{R}^n)$ des fonctions ayant presque partout une dérivée faible dans $L^\infty(0, T; \mathbb{R}^n)$. Les applications $\ell : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $\phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ et $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ sont supposées de classe C^2 à dérivée seconde lipschitzienne, et la dynamique f lipschitzienne. De plus, on supposera que la condition initiale $y_0 \in \mathbb{R}^n$ satisfait **(A1)** $g(y_0) < 0$. Une trajectoire est un couple $(u, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{Y}$ satisfaisant (2).

Pour résoudre numériquement les problèmes de commande optimale, il existe les méthodes dites *directes*, basées sur une discrétisation de la trajectoire (voir par ex. [2]), et *indirectes* (ou méthodes de tir), basées sur la résolution d'un problème aux

deux bouts (voir par ex. [6]). L'avantage des secondes sur les premières est de fournir la solution avec une précision élevée et une complexité faible. En contrepartie, les secondes nécessitent pour converger une bonne initialisation des paramètres, et en présence de contraintes, une connaissance a priori de la *structure en arcs* de la solution.

Plus précisément, on appelle *arc frontière* (resp. *intérieur*) un intervalle de temps maximal \mathcal{I} tel que $g(y(t)) = 0$ (resp. $g(y(t)) < 0$) pour tout $t \in \mathcal{I}$. Un *point de contact isolé* τ est tel que $g(y(\tau)) = 0$ et $g(y(t)) < 0$ pour $t \neq \tau$ au voisinage de τ . La structure en arcs d'une trajectoire est alors la donnée du nombre d'arcs frontière et de points de contact isolés de la trajectoire, et l'ordre dans lequel ils se produisent. En général, la structure des solutions n'est pas connue. Une façon de remédier à cette difficulté est d'utiliser une méthode d'*homotopie*, voir par exemple [1]. Partant du problème non contraint (1)-(2), plus facile à résoudre, on introduit la contrainte progressivement. Il est donc intéressant d'étudier comment varient les solutions lorsqu'on perturbe les données du problème, ce qui est l'objet de cet article.

On suppose ici la contrainte sur l'état du *premier ordre*, c'est-à-dire que la fonction $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $(u, y) \mapsto g_y(y)f(u, y)$, "dérivée temporelle" de la contrainte (3) le long de la dynamique (2), dépend explicitement de la variable de commande au voisinage de la trajectoire considérée, voir l'hypothèse (A3). Une *paramétrisation* de (\mathcal{P})

$$(4) \quad (\mathcal{P}^\mu) \quad \min_{(u, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{Y}} \int_0^T \hat{\ell}(u(t), y(t), \mu) dt + \phi(y(T), \mu)$$

$$(5) \quad \text{soumis à} \quad \dot{y}(t) = \hat{f}(u(t), y(t), \mu) \quad \text{p.p. } t \in [0, T], \quad y(0) = \hat{y}_0(\mu)$$

$$(6) \quad \hat{g}(y(t), \mu) \leq 0 \quad \text{pour tout } t \in [0, T],$$

où μ est un paramètre appartenant à un espace de Banach M , est appelée *extension* du problème (\mathcal{P}) si (i) les applications $(\hat{\ell}, \hat{f}, \hat{g}, \hat{y}_0)$ sont de classe C^2 , avec $\hat{f}(\cdot, \cdot, \mu)$ uniformément lipschitzienne, et (ii) il existe $\mu_0 \in M$ tel que $\hat{\ell}(\cdot, \cdot, \mu_0) = \ell(\cdot, \cdot)$, etc.

2. Résultat Principal

On définit le *hamiltonien* $H : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n^*} \rightarrow \mathbb{R}$ par

$$H(u, y, p) := \ell(u, y) + pf(u, y).$$

Définition 2.1. — Une trajectoire (u, y) est une *extrémale de Pontryaguine* (normale) du problème (\mathcal{P}) s'il existe une mesure de Radon η et une fonction à variation bornée p (appelé *état adjoint*), telles que :

$$(7) \quad dp(t) = H_y(u(t), y(t), p(t))dt + g_y(y(t))d\eta(t) \text{ sur } [0, T]; \quad p(T) = \phi_y(y(T))$$

$$(8) \quad u(t) \in \operatorname{argmin}_{\hat{u} \in \mathbb{R}} H(\hat{u}, y(t), p(t)) \quad \text{p.p. sur } [0, T]$$

$$(9) \quad 0 \geq g(y(t)) \text{ pour tout } t \in [0, T]; \quad d\eta \geq 0; \quad \int_0^T g(y(t))d\eta(t) = 0.$$

Si une condition de qualification est satisfaite, alors une solution locale de (\mathcal{P}) est une extrémale de Pontryaguine. On supposera que la solution nominale (\bar{u}, \bar{y}) de (\mathcal{P}) et ses (uniques) multiplicateurs associés $(\bar{p}, \bar{\eta})$ satisfont les hypothèses suivantes :

(A2) Uniforme forte convexité du hamiltonien par rapport à la variable de commande :

$$\exists \alpha > 0, \quad H_{uu}(\hat{u}, \bar{y}(t), \bar{p}(t^\pm)) \geq \alpha, \quad \text{pour tout } t \in [0, T] \text{ et tout } \hat{u} \in \mathbb{R}.$$

(A3) Uniforme régularité de la contrainte sur l'état près de l'ensemble de contact $I(\bar{y}) := \{t \in [0, T]; g(\bar{y}(t)) = 0\}$:

$$\exists \beta, \varepsilon > 0, \quad |g_y(\bar{y}(t))f_u(\hat{u}, \bar{y}(t))| \geq \beta, \quad \text{pour p.p. } t, \text{ dist}\{t; I(g(\bar{y}))\} \leq \varepsilon \text{ et tout } \hat{u} \in \mathbb{R}.$$

(A4) La trajectoire (\bar{u}, \bar{y}) a un nombre fini d'arcs, et $g(\bar{y}(T)) < 0$.

(A5) Complémentarité stricte uniforme sur les arcs frontière :

$$\exists \beta > 0 \quad \frac{d\bar{\eta}(t)}{dt} \geq \beta \quad \text{pour tout } t \text{ à l'intérieur des arcs frontière.}$$

(A6) Non tangentialité au second-ordre des points de contact isolés :

$$\frac{d^2}{dt^2} g(\bar{y}(t))|_{t=\tau} < 0, \quad \text{pour tout point de contact isolé } \tau.$$

Il a été montré dans [5] que sous (A2)-(A3), la commande optimale \bar{u} est continue, ainsi que les multiplicateurs \bar{p} et $\bar{\eta}$. Ceci implique en particulier que les points de contact isolés sont *non essentiels* (le saut du multiplicateur est nul), ainsi la complémentarité stricte n'est jamais satisfaite aux points de contacts isolés.

Soient l'espace des commandes (resp. états) linéarisés $\mathcal{V} := L^2(0, T; \mathbb{R})$ (resp. $\mathcal{Z} := H^1(0, T; \mathbb{R}^n)$). On considère le problème linéaire quadratique suivant, en une direction $d \in M$ (omettant la dépendance en t) :

$$(10) \quad (\mathcal{P}_d) \quad \min_{(v, z) \in \mathcal{V} \times \mathcal{Z}} \frac{1}{2} \left\{ \int_0^T D_{(u, y, \mu), (u, y, \mu)}^2 H(\bar{u}, \bar{y}, \bar{p})((v, z, d), (v, z, d)) dt \right. \\ \left. + D^2 \hat{\phi}(\bar{y}(T), \mu_0)((z(T), d), (z(T), d)) + \int_0^T D^2 g(\bar{y}, \mu_0)((z, d), (z, d)) d\bar{\eta}(t) \right\}$$

soumis aux contraintes

$$(11) \quad \dot{z}(t) = D\hat{f}(\bar{u}, \bar{y}, \mu_0)(v, z, d) \quad \text{sur } [0, T], \quad z(0) = D\hat{y}_0(\mu_0)d$$

$$(12) \quad D\hat{g}(\bar{y}, \mu_0)(z, d) = 0 \quad \text{sur les arcs frontière de } (\bar{u}, \bar{y})$$

$$(13) \quad D\hat{g}(\bar{y}(\tau), \mu_0)(z(\tau), d) \leq 0, \quad \text{en tout point de contact isolé } \tau \text{ de } (\bar{u}, \bar{y}).$$

Le résultat principal (prouvé dans [4, 3]) est le suivant. Pour $u \in \mathcal{U}$, on note y_u^μ la solution (unique) dans \mathcal{Y} de (5) et $J^\mu(u)$ la fonction coût (4) au point $(u, y = y_u^\mu, \mu)$.

Théorème 2.2. — Soit (\bar{u}, \bar{y}) une extrémale de Pontryaguine de (\mathcal{P}) satisfaisant (A2)-(A6). Alors les assertions suivantes sont équivalentes :

(i) Pour toute extension (\mathcal{P}^μ) de (\mathcal{P}) , il existe un voisinage (V_u, V_μ) de (\bar{u}, μ_0) , tel que pour

$\mu \in V_\mu$, il existe une unique solution locale (u^μ, y^μ) de (\mathcal{P}^μ) avec $u^\mu \in V_u$ satisfaisant la condition de croissance quadratique : il existe $c, r > 0$ tel que

$$J^\mu(u) \geq J^\mu(u^\mu) + c\|u - u^\mu\|_2^2, \quad \forall u; \|u - \bar{u}\|_\infty < r, \quad g^\mu(y_u^\mu) \leq 0 \text{ sur } [0, T].$$

(ii) La condition suffisante forte du second-ordre suivante est vérifiée : le problème de minimiser (10) pour $d = 0$ sous les contraintes (11)-(12) admet $(v, z) = 0$ pour unique solution.

Si (i) ou (ii) est satisfait, l'application $\mu \mapsto (u^\mu, y^\mu, p^\mu, \eta^\mu) \in \mathcal{U} \times \mathcal{Y} \times L^\infty(0, T; \mathbb{R}^{n^*}) \times L^\infty(0, T; \mathbb{R})$ l'unique solution locale de (\mathcal{P}^μ) et multiplicateurs associés, est lipschitzienne sur un voisinage de μ_0 et Fréchet-directionnellement différentiable dans l'espace $L^r(0, T; \mathbb{R}) \times W^{1,r}(0, T; \mathbb{R}^n) \times L^r(0, T; \mathbb{R}^{n^*}) \times L^r(0, T; \mathbb{R})$ pour tout $1 \leq r < \infty$. La dérivée directionnelle dans la direction d est l'unique solution et multiplicateurs associés de (\mathcal{P}_d) . De plus, les arcs frontière sont stables et les points de contact isolés deviennent inactifs, restent points de contact ou bien se transforment en arcs frontière sur la solution du problème perturbé.

3. Exemple

On considère le problème suivant, pour des paramètres $g, h > 0$:

$$\min \int_0^1 \left(\frac{u(t)^2}{2} + gy(t) \right) dt; \quad \dot{y}(t) = u(t); \quad y(0) = 0 = y(1); \quad y(t) \geq -h.$$

Ce problème revient à déterminer la position d'équilibre d'un fil élastique de masse non nulle, fixé à ses extrémités et soumis à une force gravitationnelle. La contrainte sur l'état du premier ordre $y(t) \geq -h$ représente par exemple le niveau du sol. On considère une perturbation autour de la valeur nominale $(g_0, h_0) = (1, 1/8)$, pour laquelle on a un point de contact isolé en $\tau = 1/2$. La figure 1 montre trois directions de perturbation $d = (\delta g, \delta h)$, pour lesquelles un arc frontière apparaît.

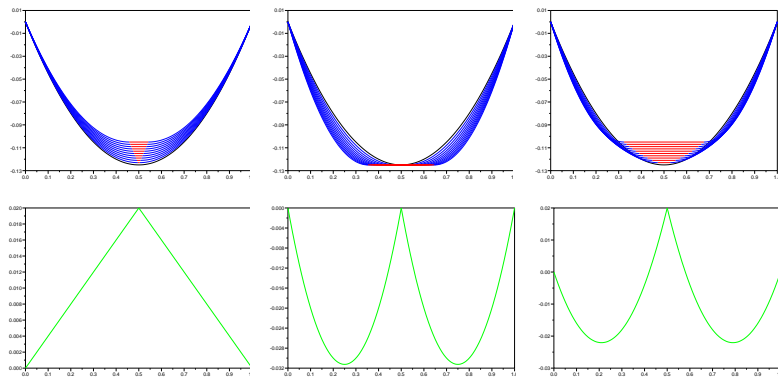


FIGURE 1. Solution du problème perturbé et dérivée directionnelle de l'état dans les directions (de gauche à droite) $d = (0, -0.02)$, $d = (1, 0)$, $d = (1, -0.02)$.

Références

- [1] P. Berkmann et H.J. Pesch. Abort landing in windshear : optimal control problem with third-order state constraint and varied switching structure. *J. Optim. Theory Appl.*, 1995.
- [2] J.T. Betts. *Practical methods for optimal control using nonlinear programming*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2001.
- [3] J.F. Bonnans et A. Hermant. No-gap second-order optimality conditions for optimal control problems with a single state constraint and control, to appear in *Math. Program.*
- [4] J.F. Bonnans et A. Hermant. Stability and sensitivity analysis for optimal control problems with a first-order state constraint. Rapport de Recherche INRIA, Juillet 2006.
- [5] D.H. Jacobson, M.M. Lele et J.L. Speyer. New necessary conditions of optimality for control problems with state-variable inequality constraints. *J. Math. Anal. Appl.*, 1971.
- [6] J. Stoer et R. Bulirsch. *Introduction to Numerical Analysis*. Springer-Verlag, 1993.

Audrey Hermant

INRIA Rocquencourt, BP 105, 78153 Le Chesnay.

E-mail : `audrey.hermant@inria.fr`

PROBLÈMES FAIBLEMENT BIEN POSÉS ET DISCRÉTISATION

Sabrina Petit-Bergez

Résumé. — Nous présentons dans cet article une nouvelle définition de stabilité des schémas numériques pour les problèmes faiblement bien posés. Nous en donnons une caractérisation du type Von Neumann, nous évaluons le taux de convergence et nous le comparons à l'ordre théorique du schéma, basé sur l'erreur de troncature. Nous illustrons nos résultats sur des exemples.

La notion de problème faiblement bien posé remonte probablement à Gårding, mais le manque d'exemples en a ralenti l'étude approfondie (voir cependant [1]). L'introduction des couches PML (Perfectly Matched Layers) pour simuler la propagation des ondes électromagnétiques en milieu non borné [2], et les problèmes faiblement bien posés auxquels elle donne lieu, en a ravivé l'intérêt [3].

En effet, la méthode consiste à modifier l'équation en dédoublant le système et en ajoutant un terme d'ordre 0. Alors que le problème de départ est fortement bien posé, le problème PML n'est que faiblement bien posé.

Le but de cet article est de définir une nouvelle théorie pour la discrétisation des problèmes faiblement bien posés, dans le cas uni-dimensionnel, qui prend en compte la perte de régularité. On appliquera cette théorie à un exemple et on comparera les résultats théoriques aux résultats numériques.

1. Problèmes faiblement bien posés

On considère le problème de Cauchy :

$$(1) \quad \begin{cases} \partial_t U(t, x) + A \partial_x U(t, x) + BU(t, x) = 0 & x \in \mathbb{R}, t \geq 0, \\ U(0, x) = U^0(x) & x \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

avec $U(t, x), U^0(x) \in \mathbb{R}^N$, $A, B \in \mathcal{M}_N(\mathbb{R})$.

Définition 1.1. — Le problème (1) est dit faiblement bien posé de défaut q_1 s'il existe $\alpha \geq 0$, $K > 0$, tels que pour tout $U^0 \in H^{q_1}(\mathbb{R})$, le problème (1) a une unique solution $U \in C^0(\mathbb{R}^+, L^2(\mathbb{R}))$ telle que, $\forall t \geq 0$,

$$\|U(t, \cdot)\|_{L^2(\mathbb{R})} \leq Ke^{\alpha t} \|U^0\|_{H^{q_1}(\mathbb{R})}.$$

Dans le cas où $q_1 = 0$, le problème est dit fortement bien posé.

Pour déterminer si un problème est faiblement bien posé, on étudie le symbole $P(i\xi) = i\xi A + B$. En effet, le résultat suivant [1] permet de se ramener à un calcul d'exponentielle de matrice :

Proposition 1.2. — *Le problème (1) est faiblement bien posé de défaut q_1 si et seulement si*

$$\forall \xi \in \mathbb{R}, \forall t > 0, \quad \|\exp(-P(i\xi)t)\| \leq K e^{\alpha t} (1 + |\xi|^{q_1}).$$

On introduit une nouvelle caractérisation des problèmes faiblement bien posés dans le cas uni-dimensionnel, au moyen du spectre $\sigma(A)$ de A .

Proposition 1.3. — *Le problème (1) est faiblement bien posé si et seulement si, on a les deux conditions suivantes :*

- (i) *les valeurs propres de A sont réelles,*
- (ii) $\exists C > 0, \forall z \in \mathbb{C}, |z| > C, \forall \lambda(z) \in \sigma(P(z)), \lambda(z) = \lambda_0 z + f_\lambda(z)$,
où f_λ est bornée sur $|z| > C$ et $\lambda_0 \in \sigma(A)$.

La preuve de cette proposition est basée sur le développement en série de Puiseux des valeurs propres. Cette caractérisation présente l'intérêt de contrôler les valeurs propres de $P(z)$ et non uniquement la partie réelle.

2. Etude de la stabilité faible

On considère un schéma à un pas en temps que l'on écrit sous la forme :

$$Q_{-1} V^{n+1} = Q_0 V^n,$$

avec $(Q_\sigma V^n)_j = \sum_{\nu=-r}^p A_{\nu\sigma} V_{j-\nu}^{n-\sigma}$ pour $\sigma \in \{-1, 0\}$.

On introduit le symbole du schéma :

$$\widehat{Q} = (\widehat{Q}_{-1})^{-1} \widehat{Q}_0,$$

où $\widehat{Q}_\sigma(\xi) = \sum_{\nu=-r}^p A_{\nu\sigma} e^{i\nu\xi\Delta x}$. On note $\widehat{V}(\xi)$ la transformée de Fourier discrète de $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$:

$$\widehat{V}(\xi) = \frac{\Delta x}{\sqrt{2\pi}} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} e^{-ij\Delta x\xi} V_j.$$

On a alors $\widehat{V}^{n+1} = \widehat{Q} \widehat{V}^n$.

On définit, de manière analogue à la caractérisation de la proposition 1.2, la nouvelle notion de stabilité qui prend en compte la perte de régularité :

Définition 2.1. — *Le schéma est faiblement stable de défaut q_2 si*

$$\exists C, \forall \xi \in \left[-\frac{\pi}{h}, \frac{\pi}{h}\right], \quad \|(\widehat{Q}_{-1})^{-1}\|_2 \leq C, \text{ et}$$

$$\exists K_S, \exists \alpha_S, \forall n, t_n \in [0, T], \forall \xi \in \left[-\frac{\pi}{h}, \frac{\pi}{h}\right], \quad \|\widehat{Q}^n(\xi)\| \leq K_S e^{\alpha_S t_n} (1 + |\xi|^{q_2}).$$

La proposition suivante permet de se ramener à l'étude des valeurs propres de \widehat{Q} :

Proposition 2.2. — Supposons qu'il existe $K > 0$, $\theta \in \mathbb{N}$ tels que pour tout $\xi \in [-\frac{\pi}{h}, \frac{\pi}{h}]$, on ait $\|\widehat{Q}(\xi) - \text{Id}\| \leq K\Delta t(1 + |\xi|^\theta)$. Alors le schéma est stable si et seulement si les valeurs propres $\lambda(\xi)$ de $\widehat{Q}(\xi)$ vérifient

$$\forall \xi \in \left[-\frac{\pi}{h}, \frac{\pi}{h}\right], |\lambda(\xi)| \leq e^{\alpha_s \Delta t}.$$

Cette caractérisation permet, par exemple, d'étudier le schéma de Lax-Wendroff suivant :

$$(2) \quad \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + \left(A - \frac{\Delta t}{2}(AB + BA)\right) \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} - \frac{\Delta t}{2} A^2 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} + \left(I - \frac{\Delta t}{2}B\right) B \frac{u_{j+1}^n + 2u_j^n + u_{j-1}^n}{4} = 0.$$

Proposition 2.3. — Si le problème continu est faiblement bien posé, alors le schéma de Lax-Wendroff (2) est faiblement stable sous condition CFL : $\forall \lambda \in \sigma(A), \left|\lambda \frac{\Delta t}{\Delta x}\right| \leq 1$.

3. Taux de convergence

Le but de cette partie est de donner une estimation du taux de convergence du schéma.

Afin de comparer les résultats théoriques aux résultats numériques, nous évaluons la différence entre la solution approchée et l'évaluée de la solution exacte aux points de la grille. On considère donc l'opérateur d'évaluation E défini par :

$$\forall u \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}), \forall j \in \mathbb{Z}, (Eu)_j = u(x_j) = u(j\Delta x).$$

On a alors le résultat suivant :

Théorème 3.1. — On suppose que le problème de Cauchy (1) est faiblement bien posé et que le schéma est faiblement stable. On prend comme condition initiale $V^0 = EU^0 \in L^2(h\mathbb{Z})$.

On suppose de plus qu'il existe $r > 0$, $\rho \geq 0$, $C > 0$ et $0 \leq \delta < 1$ tels que :

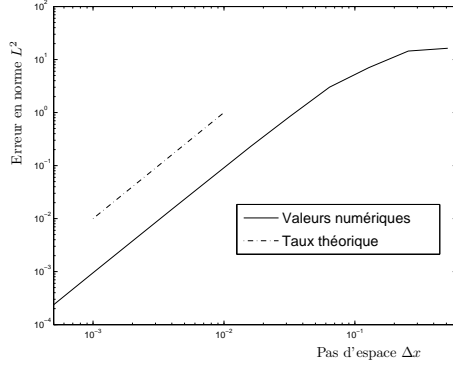
$$\forall |\xi| \leq \frac{\pi}{\Delta x^\delta}, \left\| \frac{e^{P(i\xi)\Delta t} - \widehat{Q}(\xi)}{\Delta t} \right\|_2 \leq C\Delta x^r (1 + |\xi|^2)^{\rho/2}.$$

Alors, il existe $C > 0$, $\alpha' > 0$ et $\theta > 0$ tels que $\forall U^0 \in H^{q_4}$, avec $q_4 \geq \theta$, on ait

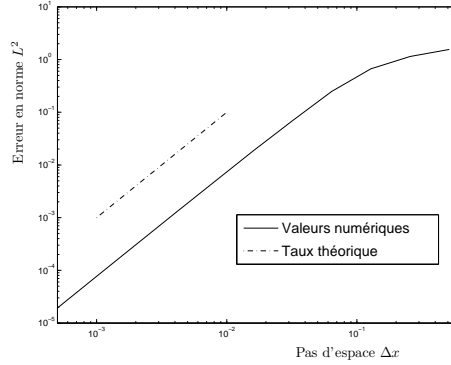
$$\|Eu(t_n, \cdot) - V^n\|_{L^2(h\mathbb{Z})} \leq Ce^{\alpha' t_n} t_n \Delta x^r \|U^0\|_{H^{q_4}(\mathbb{R})}.$$

Ce résultat montre que le comportement dans le cas faiblement bien posé est analogue à celui du cas fortement bien posé : pour une donnée initiale suffisamment régulière, le taux de convergence du schéma est égal à son ordre de convergence.

Les graphiques ci-dessous montrent l'erreur en norme L^2 observé numériquement en fonction du pas d'espace Δx ainsi qu'une droite dont la pente est le taux de convergence théorique soit 2. Dans chacun des deux exemples, A et B sont des matrices de taille 3, A ayant 1 pour seule valeur propre. On choisit $\gamma = \frac{\Delta t}{\Delta x} = 0.9$. Et enfin, le calcul de l'erreur L^2 se fait à l'instant $t = 1$.



$q_1 = q_2 = 2$
Donnée initiale $H^{11/2}$



$q_1 = q_2 = 1$
Donnée initiale $H^{9/2}$

Ces résultats sont en accord avec le théorème 3.1 : pour une régularité suffisamment grande le taux de convergence vaut 2 ce qui est bien l'ordre du schéma de Lax-Wendroff.

Dans le cas de données initiales peu régulières, on peut également évaluer théoriquement le taux de convergence. Pour cela, on pourra consulter [4].

Références

- [1] Kreiss, Heinz-Otto and Lorenz, Jens, *Initial-boundary value problems and the Navier-Stokes equations*, Pure and Applied Mathematics, 136, Academic Press Inc., 1989.
- [2] Berenger, Jean-Pierre, *A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves*, J. Comput. Phys., 114, 1994, 2, 185–200.
- [3] Abarbanel, Saul and Gottlieb, David, *A mathematical analysis of the PML method*, J. Comput. Phys., 134, 1997, 2, 357–363.
- [4] Petit-Bergez, Sabrina, *Problèmes faiblement bien posés : discrétisation et applications*, Thèse de l'Université Paris 13, en préparation .

Sabrina Petit-Bergez

LAGA - Institut Galilée - Université Paris 13, 99, avenue J.B. Clément, 93430 Villetaneuse.

E-mail : spetit@math.univ-paris13.fr

OPTIMISATION DE FORME D'UNE POMPE POUR EFFLUENTS PÉTROLIERS

Séverine Baillet

Résumé. — Les mathématiques trouvent de multiples champs d'application dans l'industrie. On donne ici l'exemple de l'utilisation de techniques d'optimisation dans le cadre de la production pétrolière. On présente les idées générales, ainsi que quelques résultats théoriques et numériques, de la thèse menée à l'IFP sous le titre "Optimisation de forme d'une pompe générique de fond de puits". L'étude porte sur une pompe pour effluents pétroliers et l'objectif est d'optimiser sa forme afin de la rendre plus efficace. La paramétrisation de la géométrie est réalisée à l'aide de B-splines, et une méthode de gradient classique, avec calcul incomplet, est retenue pour l'optimisation.

1. Motivations

L'*optimisation de forme* est un domaine de recherche des mathématiques ayant pour principe d'optimiser la forme d'un objet afin de le rendre le plus efficace possible, ou le plus résistant, ou le plus aérodynamique, ou le plus silencieux, ou le plus léger... ou le moins cher possible. Grâce au développement de la modélisation et du calcul numérique, ce sont des préoccupations auxquelles on trouve maintenant des réponses de plus en plus satisfaisantes.

En optimisation de forme, on cherche à trouver des minima ou des maxima de fonctions, c'est-à-dire à résoudre et analyser des problèmes du type : trouver Ω^* solution de

$$\Omega^* \in \mathcal{O}, F(\Omega^*) = \min_{\Omega \in \mathcal{O}} F(\Omega)$$

où \mathcal{O} est un ensemble de parties de \mathbb{R}^N , dites domaines ou formes *admissibles*, et F est une fonctionnelle définie sur \mathcal{O} à valeurs dans \mathbb{R} , dite généralement *fonction coût* ou encore *fonction objectif*.

Comme le montre la liste non exhaustive, citée ci-dessus, des bénéfices à tirer de l'optimisation de forme, cette dernière peut être mise en oeuvre dans de nombreux domaines (aéronautique, automobile, construction... ou même médecine). C'est dans le cadre de la production pétrolière que l'on s'y intéresse pour la thèse "Optimisation

de forme d'une pompe générique de fond de puits".

L'IFP a développé, il y a un certain nombre d'années, une pompe rotodynamique hélico-axiale pour effluents pétroliers composés d'un mélange de pétrole et de gaz en proportions variables. Cette pompe est constituée de plusieurs étages identiques disposés en série. Chaque étage contient un rotor et un stator. Le rotor donne, par sa rotation, de la quantité de mouvement au fluide. Le stator est fixe et redresse le champ de vitesse du fluide dans la direction de l'axe de rotation. L'objectif d'une pompe est, à débit constant entre l'entrée et la sortie, d'augmenter la pression en transformant une partie de l'énergie mécanique de l'arbre de rotation en énergie hydraulique acquise par le fluide. La partie restante est une perte dégradée en chaleur.

Une particularité de cette pompe est qu'elle est introduite dans le réservoir lui-même, au coeur de la réserve fossile. Ainsi, lorsque la pression en surface est devenue trop faible, au lieu d'abandonner la production du puits, la pompe immergée permet d'en prolonger l'exploitation. Cette nouvelle approche de la récupération a permis d'augmenter sensiblement le niveau des réserves prouvées.

L'objectif de la thèse mentionnée précédemment est, comme son nom l'indique, d'effectuer une optimisation de forme d'une telle pompe : on souhaite en effet maximiser l'augmentation de pression par unité de longueur de la pompe comprenant une succession d'étages identiques.

2. Paramétrisation de la géométrie

On utilise deux types de courbes en deux dimensions pour la paramétrisation de la pompe Poséidon :

- la courbe génératrice des moyeux (qui sont des surfaces de révolution autour de l'axe de rotation)
- le profil des aubes projetées sur un cylindre développé tel que le carter.

Ainsi la paramétrisation de courbes en deux dimensions permet de reconstituer entièrement la géométrie de la pompe en trois dimensions.

Les coordonnées des points de contrôle des B-splines sont soit imposées par les contraintes géométriques, soit libres de varier dans des intervalles eux-mêmes déterminés par les contraintes. Dans ce cas les coordonnées des points de contrôle sont les variables de l'optimisation.

3. Gradient incomplet pour l'optimisation de forme

Le fluide considéré est un hydrocarbure monophasique, de type gasoil. Il est incompressible, homogène, et la modélisation de l'écoulement est stationnaire. Si on

désigne par Ω le domaine d'écoulement de la pompe, par u la vitesse, par p la pression, et par f les forces extérieures, alors les équations de Navier-Stokes s'écrivent :

- conservation de la masse : $\nabla \cdot u = 0$ dans Ω ,
- conservation de la quantité de mouvement : $-\mu \Delta u + \rho u \cdot \nabla u + \nabla p = f$ dans Ω .

Les conditions aux limites sont celles de non-glissement aux parois. Enfin, pour des raisons évidentes d'allègement des temps de calcul, on choisit de ne modéliser qu'un étage rotor-stator de pompe. Il est alors nécessaire de mettre en entrée et sortie d'étage des conditions aux limites de type périodique, de façon à représenter la stabilisation de l'écoulement dans un étage environné d'autres étages (voir section 4).

On rappelle que le but de l'optimisation de la pompe est de maximiser le gain de pression par unité de longueur, et pour cela la fonction coût retenue est

$$F = \frac{\int_S p - \int_E p}{L}$$

où E et S sont les faces d'entrée et de sortie d'un étage, p est la pression et L est la longueur de l'étage. Une méthode d'optimisation classique de type gradient n'est pas envisageable ici dans la mesure où le calcul effectif du gradient de la fonction coût reposerait sur l'écriture d'un problème adjoint qu'il est impossible de simuler numériquement à l'aide d'un logiciel commercial "boîte noire" de modélisation de la mécanique des fluides (CFD). Le recours envisagé est une méthode de *gradient incomplet*, ou encore *gradient approché*, consistant à ne conserver dans l'expression analytique du gradient que les termes que l'on sait déterminer par le calcul ou *via* le logiciel de CFD choisi, et à négliger les termes jugés inaccessibles. En général, ce gradient incomplet fournit néanmoins une direction de descente (montée dans le cas présent) pour un algorithme de minimisation (maximisation). Tout l'enjeu est alors de savoir si cette direction est toujours significative.

Quelques aspects numériques (architecture de la programmation, choix faits pour la modélisation de l'écoulement, premiers résultats...) pourront être développés.

4. Un peu de théorie...

Des études expérimentales ont été menées par l'IFP sur une pompe hélico-axiale, et il a été observé qu'après passage dans plusieurs étages, le comportement du fluide tend à devenir périodique au sens où le gain de pression dans un étage se stabilise, ainsi que les profils de vitesse.

Suite à ce constat, on a réalisé la simulation numérique d'un écoulement de Navier-Stokes dans une pompe à six étages. On observe que le gain de pression dans les étages de la pompe se stabilise après passage dans les premiers étages. Il est

identique dans les quatrième et cinquième étages. De même, les profils de vitesse sont quasiment identiques dans les quatrième et cinquième étages. Ces observations nous ont amenés à rechercher des résultats de convergence pour des problèmes elliptiques (Laplacien, Stokes avec conditions de Navier...) dans une géométrie périodique, résultats que l'on pourra présenter succinctement.

Références

- [1] S. Baillet, J. Brac, A. Henrot, *Première optimisation d'un étage de pompe mince de fond de puits*, Rapport interne 57 846, Institut Français du Pétrole, 2004.
- [2] M. Chipot, Y. Xie, *Elliptic problems with periodic data : an asymptotic analysis*.
- [3] P. Dierckx, *Curve and Surface Fitting with Splines*, Clarendon Press, Oxford, 1993.
- [4] A. Henrot, M. Pierre, *Variation et Optimisation de Formes*, Springer, Berlin/Heidelberg/New York, 2005.
- [5] E. Laporte, P. Le Tallec, *Numerical Methods in Sensitivity Analysis and Shape Optimization*, Birkhäuser, Boston, 2003.
- [6] B. Mohammadi, O. Pironneau, *Applied Shape Optimization for Fluids*, Clarendon Press, Oxford, 2001.

Séverine Baillet

Institut Français du Pétrole, DTIMA, 1&4 avenue de Bois-Préau,
92852 Rueil-Malmaison Cedex.

E-mail : severine.baillet@ifp.fr

LES GRANDS RÉSEAUX D'INTERACTIONS ET LES PETITS MONDES

Emmanuelle Lebhar

Résumé. — On appelle *réseau d'interactions* tout ensemble d'entités interagissant de façon individuelle. On qualifie le réseau de *grand* lorsque le nombre d'entités mises en jeu est de l'ordre du million. Les grands réseaux d'interactions recouvrent ainsi des réseaux aussi divers que le réseau des connexions Internet, le réseau des pages web, le réseau des contacts sociaux entre individus, ou encore le réseau des réactions chimiques entre protéines dans le métabolisme d'un être vivant. Alors que les interactions locales sont généralement bien connues (la communication entre deux ordinateurs, la réaction entre deux protéines), le résultat *global* de l'ensemble des interactions est encore mal compris. La compréhension de ces propriétés globales touche pourtant à des problématiques essentielles : la dynamique des interactions dans un réseau social ou un réseau informatique est par exemple liée à la problématique de la propagation des virus (informatiques ou biologiques), celle d'un réseau de distribution d'électricité, au problème de la robustesse d'un grand réseau. L'augmentation récente des capacités de traitement et de collecte d'un grand nombre de données statistiques sur ces réseaux a permis l'essor des études de ces objets. En particulier, on a observé expérimentalement que ces réseaux, *a priori* éloignés, partageaient des propriétés macroscopiques communes, dont l'effet *petit monde*.

1. Les grands réseaux d'interactions

On appelle *réseau d'interactions* tout ensemble d'entités, ou *nœuds*, interagissant de façon individuelle. On qualifie le réseau de *grand* lorsque le nombre d'entités mises en jeu est de l'ordre du million. Les grands réseaux d'interactions recouvrent ainsi des réseaux aussi divers que le réseau des connexions Internet, le réseau des pages web, le réseau des contacts sociaux entre individus, ou encore le réseau des réactions chimiques entre protéines dans le métabolisme d'un être vivant.

Alors qu'il y a quelques années, on ne disposait pas d'un ensemble de données suffisant sur ces réseaux pour les étudier statistiquement, l'augmentation récente des capacités de traitement et de collecte d'un grand nombre de données statistiques sur ces réseaux a permis l'essor des études de ces objets. L'observation majeure qui a

motivé le développement de ces études a été de constater que ces réseaux, sémantiquement éloignés, partageaient des propriétés communes au niveau de leur comportement global, comme l'existence d'un chemin très court entre toutes les paires d'entités.

L'étude conjointe des propriétés macroscopiques de différents types de réseaux contient plusieurs problématiques. Pour donner un sens à une propriété observée sur plusieurs ensembles de données statistiques, il faut s'assurer de sa pertinence. En particulier, il faut garantir que la méthode de collecte des données n'est pas biaisée et que la propriété est spécifique, c'est-à-dire qu'on ne l'observe pas sur tout ensemble de données arbitraire, ou aléatoire uniforme. Une fois qu'une propriété pertinente est isolée se pose la question de son apparition dans le réseau : est-ce dû à un processus dynamique de construction du réseau ? Comment peut-on la reproduire ? Révèle-t-elle un principe général sous-jacent ? Les réponses à ces questions peuvent avoir des applications intéressantes si la propriété présente un avantage pratique (on peut par exemple penser aux mécanismes de diffusion de rumeurs dans un réseau social pour une entreprise de marketing), mais aussi s'il s'agit d'une propriété cruciale (comme la diffusion rapide des virus) que l'on souhaiterait prédire pour la contrôler. Pour résumer, les études sur les grands réseaux d'interactions ont trois objectifs principaux : isoler les propriétés communes pertinentes, les reproduire, et les expliquer.

De ce point de vue, la modélisation mathématique de ces réseaux est un outil puissant. Elle peut permettre de tester une hypothèse d'explication de la présence d'une propriété en créant un modèle basé sur cette hypothèse et en vérifiant que la propriété macroscopique est présente. Elle peut également permettre de prévoir le comportement d'un réseau, une fois celui-ci correctement reproduit par le modèle.

2. Les propriétés observées

Nous listons dans cette section les trois principales propriétés statistiques qui ont été observées expérimentalement : la distance très courte entre toutes les paires de nœuds (reliée à l'effet petit monde), la distribution des degrés particulière et la forte densité locale des voisins.

1. Distance très courte entre toutes les paires de nœuds. Dans de nombreux réseaux d'interactions, la distance moyenne observée entre deux objets est, de façon surprenante, de l'ordre du logarithme du nombre total de nœuds, donc très faible. Pourtant, le nombre de connexions, ou *liens*, reste très inférieur au carré du nombre de nœuds, ce qui signifie que la densité des connexions est faible. Newman [New01] donne l'exemple d'un réseau de co-auteurs d'articles de biologie de 1 520 251 nœuds et 11 803 064 liens, dans lequel la longueur moyenne d'un chemin est 4,9. Un autre exemple est l'étude du réseau Internet de 10 597 nœuds et 31 992 liens effectuée par Faloutsos et al. [FFF99], où la longueur moyenne d'un chemin est de 3,3.

2. Distribution des degrés. Le degré d'un nœud est le nombre de connexions qui le rattachent au réseau. On dit qu'un réseau présente une *distribution des degrés* suivant une loi de puissance si le nombre de nœuds de degré k est proportionnel à $1/k^\alpha$,

pour une constante $\alpha > 0$. En 1999, Faloutsos et al. [FFF99] ont observé que le réseau Internet présentait cette propriété. Par la suite, elle a également été observée dans des réseaux de pages web, et des réseaux de distribution d'électricité [New03]. Cette découverte a été cruciale pour les travaux sur la propagation des virus dans les réseaux réels.

3. Forte densité locale des voisins. On parle de forte densité locale d'un réseau lorsque les voisins d'un même nœud sont très reliés entre eux. Dans un réseau social, par exemple, cela signifie que les amis d'un même individu ont une grande probabilité d'être amis entre eux. Pour quantifier cette propriété, Watts et Strogatz ont introduit en 1998 la notion formelle de *coefficient de clustering* [WS98] qui donne une mesure formelle de cette densité. Ils observent que ce coefficient s'élève à 0,2 dans un réseau de collaborations entre acteurs de cinéma comprenant 449 913 nœuds et 25 516 582 liens, alors qu'en construisant un réseau purement aléatoire uniforme ayant le même nombre de nœuds et de liens, on obtient un coefficient de l'ordre de 10^{-4} seulement.

3. L'effet petit monde

Nous en venons à présent à la définition de l'effet petit monde. Si ce terme est parfois employé pour décrire la présence de l'ensemble des propriétés citées ci-dessus dans un réseau, nous nous focaliserons sur une caractéristique bien spécifique de l'effet petit monde : le fait que l'on soit capable de découvrir, sans connaître la carte du réseau, les chemins très courts qui relient toutes les paires de nœuds.

L'effet petit monde tient son nom de l'expression populaire *le monde est petit* désignant la surprise de constater que deux connaissances d'un même individu, *a priori* sans rapport, se connaissent entre elles. Stanley Milgram a effectué une expérience sociologique en 1967 [Mil67] en demandant à 300 habitants du Nebraska et de Boston de faire parvenir une lettre à un habitant de Boston dont ils ne connaissaient que le lieu d'habitation et la profession, en ne la retransmettant qu'à une personne qu'ils connaissaient personnellement (et en itérant le processus jusqu'à atteindre la personne cible). Relativement peu de lettres sont arrivées à destination (environ un quart), mais le résultat surprenant fut que la longueur moyenne d'une chaîne de porteurs du message de son origine à sa destination était très faible (5,2) en regard du nombre d'individus et de leur éloignement géographique et social. On pourrait penser qu'il n'est pas vraiment surprenant que les chaînes soient si courtes, puisqu'en supposant que chaque individu ait seulement 10 connaissances, chacun pourrait *a priori* atteindre 10^6 individus en 6 sauts. Mais les réseaux sociaux présentent une forte densité locale, il est donc probable que les connaissances immédiates d'un individu n'aient qu'une seule connaissance étrangère à ce voisinage, et que l'on atteigne seulement 11 individus en 2 sauts par exemple, c'est pourquoi cette propriété est remarquable.

La notion de petit monde n'a pas aujourd'hui de définition formelle ; elle est définie, dans certains articles ([WS98]), comme la combinaison d'un fort coefficient de *clustering* et d'un petit diamètre. C'est seulement récemment que l'on a découvert un aspect supplémentaire fondamental dans l'expérience de Milgram, qui a été mis en valeur par Jon Kleinberg en 2000 [Kle00], il s'agit de la notion de *navigabilité*. Dans l'expérience de Milgram, les individus n'utilisent que leurs contacts locaux pour renvoyer la lettre ; il s'agit donc d'une découverte de chemin qui n'utilise qu'une vue locale du réseau. C'était aussi le cas de la navigation à travers le réseau des pages web il y a quelques années, qui se faisait d'une page à l'autre sans connaître la carte globale du réseau [AJB99]. Par ailleurs, la découverte des chemins de façon décentralisée est une nécessité pour les réseaux d'interactions réels qui comportent un très grand nombre de sommets et où une recherche classique des plus courts chemins n'est pas possible, car très coûteuse en temps.

En mettant en valeur cet aspect, Jon Kleinberg a proposé le premier modèle mathématique de réseau qui reproduisait ce phénomène de découverte décentralisée des chemins courts. L'étude de ce modèle et les recherches sur sa généralisation ouvrent un ensemble de perspectives d'applications pour les grands réseaux de télécommunication actuels (comme les réseaux d'échange de fichiers peer-to-peer).

Références

- [AJB99] R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási. The diameter of the world wide web. *Nature*, 401(130–131), 1999.
- [FFF99] M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos. On power-law relationships of the internet topology. *Computer Communications Rev.*, 29 :251–262, 1999.
- [Kle00] J. Kleinberg. The Small-World Phenomenon : An Algorithmic Perspective. In *Proceedings of the 32nd ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, pages 163–170, 2000.
- [Mil67] S. Milgram. The small world problem. *Psychology Today*, 61(1), 1967.
- [New01] M.E.J. Newman. The structure of scientific collaboration networks. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 98 :404–409, 2001.
- [New03] M. E. J. Newman. The structure and function of complex networks. *SIAM Review*, 45(2) :167–256, 2003.
- [WS98] D. Watts and S. Strogatz. Collective dynamics of small-world networks. *Nature*, 393(440–442), 1998.

Emmanuelle Lebhar

CNRS, LIAFA - Université Paris 7, 2 place Jussieu, Case 7014, 75251 PARIS Cedex 05.

E-mail : elebhar@gmail.com

ALGORITHME EN ARBRE ET THÉORÈME DE RENOUVELLEMENT

Hanène Mohamed

Résumé. — Un réseau de communication à accès multiple est un système distribué de n noeuds, appelés *stations*, partageant un canal commun de transmission ne pouvant transmettre qu'un seul message par unité de temps. Ce canal renvoie une information ternaire, i.e. chaque station envoyant un message au réseau peut simultanément écouter le canal et ainsi détecter une *collision* s'il y a eu au moins deux essais de transmission, un *silence* si aucune station n'a envoyé de messages, ou alors un *succès* si une seule station a transmis son message vers le réseau.

Question : Comment un tel système sans contrôle central peut s'ordonner pour transmettre ses messages en un temps fini ?

On s'intéresse à l'algorithme décrit ci-dessus, appelé *algorithme en arbre* ou *diviser pour régner*, et ce d'un point de vue probabiliste.

1. Algorithme en arbre

Dans un réseau de communication à *accès multiple*, chaque station a pour objectif de transmettre son message. Soit n la taille, inconnue, de ce réseau. On suppose que $n \geq 2$, le cas $n \in \{0, 1\}$ étant trivial. Ci-dessous, l'algorithme en arbre est décrit ;

— Initialisation déterministe : Au début de la première unité de temps, chaque station s'attribue un compteur initialisé à zéro, puis envoie son message via le canal de transmission. Comme $n \geq 2$, toutes les stations détectent une *collision*.

— Processus d'éclatement aléatoire : Chaque station S tire à *pile* ou *face* d'une manière indépendante. Les stations obtenant *pile* gardent un compteur nul. Les autres voient leurs compteurs augmentés de 1.

Pour une station S , il y a deux cas :

(1) Si son compteur $c_S = 0$, la station S est appelée *Active* ; S envoie son message via le canal et ainsi peut détecter

— un *succès* ; la station S a été la seule à essayer de transmettre son message.

L'algorithme est fini pour S .

— une *collision* ; la station S tire à nouveau *pile* ou *face*.

- (2) Sinon, la station S devient *Non Active* ; tant que son compteur est non nul $c_S \neq 0$, elle reste en attente et écoute le canal. Si elle détecte
- un *succès* ou un *silence* ; S diminue alors son compteur de 1 : $c_S \leftarrow c_S - 1$.
 - une *collision* ; elle l'augmente de 1 : $c_S \leftarrow c_S + 1$.

Ainsi, à la fin de l'algorithme, tous les messages seront transmis.

unités temps	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Actives	A B C D	A B		A B	A	B	CD	C	D
Compteur=1		C D	A B	C D	B	CD		D	
Compteur=2			C D		CD				
État du canal	<i>Collision</i>	<i>Collision</i>	<i>Silence</i>	<i>Collision</i>	<i>Succès</i>	<i>Succès</i>	<i>Collision</i>	<i>Succès</i>	<i>Succès</i>

Formellement, l'algorithme part avec un groupe de n objets qui sera divisé en 2 sous-groupes. La probabilité qu'un objet soit mis dans le sous-groupe de gauche est notée p , celle de droite q où $p + q = 1$. Ainsi décrit, l'algorithme présente une structure arborescente, voir Fig1.

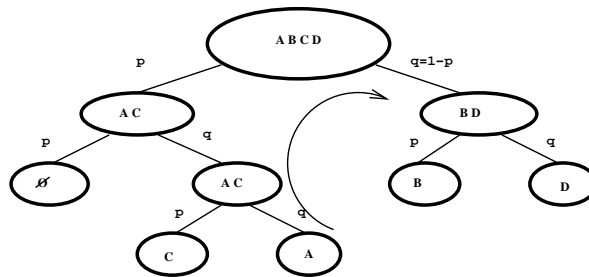


FIGURE 1. Structure d'arbre, cas de 4 stations A B C D ; $R_4 = 9$.

Coût de l'algorithme : C'est le nombre d'étapes nécessaires pour arriver à vérifier la condition d'arrêt sur chaque sous-groupe généré par l'algorithme. On note R_n cette quantité quand le groupe initial est de taille n . C'est aussi le nombre de noeuds dans l'arbre associé à l'algorithme, voir Fig1.

Dans un contexte de réseaux de communication, R_n est le temps (discret) nécessaire pour transmettre n messages. La limite du ratio $\mathbb{E}(R_n)/n$, si elle existe, serait interprétée comme le temps moyen de transmission d'un message. Curieusement, cette limite n'existe pas toujours, d'ailleurs, pour le cas non biaisé $p = q = 1/2$, $\mathbb{E}(R_n)/n$ présente un comportement oscillatoire.

Cet exposé a pour objectif d'établir une formule exacte pour le *coût moyen de l'algorithme* $\mathbb{E}(R_n)$ et d'étudier le comportement asymptotique du ratio $\mathbb{E}(R_n)/n$ en utilisant un résultat de probabilités ; le *théorème de renouvellement*.

2. Coût moyen de l'algorithme

Mesure d'éclatement : On définit la distribution de probabilité W sur $[0, 1]$ comme étant la *mesure d'éclatement de l'algorithme*

$$W = p \delta_p + q \delta_q, \delta \text{ étant la masse de Dirac.}$$

Équation de récurrence : Le caractère récursif de l'algorithme se traduit par une relation de récurrence sur la suite $(R_n)_{n \geq 2}$

$$R_n \stackrel{\text{dist.}}{=} 1 + R_{S(n)} + R_{n-S(n)}, \text{ pour } n \geq 2,$$

où $R_0 = R_1 = 1$, $S(n) = \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{\{A=p\}}$, avec A une variable aléatoire de loi W . Intuitivement, $S(n)$ est le nombre d'éléments mis dans le sous-groupe de gauche, ou encore le nombre des stations tirant pile au premier tirage. Ainsi, pour $n \geq 0$, l'équation de récurrence sur R_n peut être réécrite

$$(1) \quad R_n \stackrel{\text{dist.}}{=} 1 + R_{S(n)} + R_{n-S(n)} - 2 \mathbf{1}_{\{n \leq 1\}}.$$

A ce stade, notre objectif est de déterminer $\mathbb{E}(R_n)$ à partir de l'équation (1), mais la dépendance entre les indices $S(n)$ et $n - S(n)$ rend sa manipulation difficile. Pour ce, on introduit la notion de *processus de Poisson* ;

Processus de Poisson : Soit $(t_n)_{n \geq 1}$ une suite non décroissante telle que $(t_{n+1} - t_n)$ soit une suite de variables *i.i.d.* de distribution exponentielle de paramètre 1. Pour $x \geq 0$, la variable N_x définissant le nombre de t_n dans l'intervalle $[0, x]$ est appelée *processus de Poisson* d'intensité 1.

Poissonisation :

$$(R_n)_{n \geq 0} \xrightarrow{\text{Poisson}} (r(x), x \geq 0)$$

Si on considère un modèle Poissonnien, i.e. la taille du groupe initial à traiter n est aléatoire suivant un processus de *Poisson* $(N_x, x \geq 0)$, on supprime le problème de la dépendance des indices. En effet,

$$(S(n), n - S(n)) \xrightarrow{\text{Poissonisation}} (S(N_x), N_x - S(N_x)) \stackrel{\text{dist.}}{=} (N_{px}^1, N_{qx}^2)$$

où (N_{px}^1, N_{qx}^2) désigne un couple de processus de Poisson indépendants d'intensités respectives p et q .

La relation de récurrence (1) est ainsi transformée en une équation fonctionnelle

$$(2) \quad r(x) = r(px) + r(qx) + 2 \mathbb{P}(N(x) \geq 1),$$

où la fonction r , *transformée de Poisson* du coût de l'algorithme, est définie par

$$r(x) = \mathbb{E}(R_{N_x}).$$

Formulation probabiliste et schéma itératif : L'équation fonctionnelle (2) est simplement réécrite en fonction d'une variable aléatoire A de distribution W

$$r(x) = \mathbb{E} \left(\frac{r(Ax)}{A} \right) + 2 \mathbb{P}(N(x) \geq 1).$$

Ainsi reformulée, la résolution de l'équation fonctionnelle (2) utilisant un schéma itératif simple implique que la *transformée de Poisson* du coût de l'algorithme est donnée par

$$r(x) = 1 + 2 \mathbb{E} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\pi_k} \mathbf{1}_{(t_2 \leq x \pi_k)} \right),$$

où

- $\pi_0 = 1$, et pour $k \geq 1$, $\pi_k = \prod_{i=0}^{k-1} A_i$, avec $(A_i)_{i \geq 0}$ une suite i.i.d. de distribution W .
- t_2 est la somme de deux variables aléatoires indépendantes de distribution exponentielle de paramètre 1.

Dépoissonisation :

$$(R_n)_{n \geq 0} \leftarrow (r(x), x \geq 0)$$

Ayant obtenu une formule exacte pour la *transformée de Poisson* r , reste à déterminer le coût moyen de l'algorithme $\mathbb{E}(R_n)$. Cette transformation inverse est basée sur un argument probabiliste simple. Les points d'un processus de *Poisson* sur un intervalle $[0, x]$, sachant que le nombre de ces points est n , ont la même distribution que n uniformes sur $[0, x]$;

$$(t_1, t_2, \dots, t_n | N_x = n) \stackrel{\text{dist.}}{=} (x U_{1,n}, x U_{2,n}, \dots, x U_{n,n}),$$

où $(U_{i,n})_{1 \leq i \leq n}$ sont n uniformes sur $[0, 1]$. Ainsi, pour le modèle binomial, i.e. de taille n fixée, le coût moyen de l'algorithme est donné par

$$\mathbb{E}(R_n) = 1 + 2 \mathbb{E} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\pi_k} \mathbf{1}_{(U_{2,n} \leq \pi_k)} \right).$$

3. Analyse asymptotique du coût moyen

Marche aléatoire associée : On définit la marche aléatoire de saut $B = -\log A$,

$$S_k = -\log(\pi_k) = B_0 + \dots + (B_{k-1}), k \geq 1.$$

Pour $x > 0$, le temps de dépassement $\nu(x)$ de la barrière x par la marche aléatoire (S_k) est défini par

$$\nu(x) = \inf\{k \geq 0; S_k > x\}.$$

Alors, le coût moyen de l'algorithme est donné par

$$\mathbb{E}(R_n) = 1 + 2 \mathbb{E} \left(\sum_{k=0}^{\nu(-\log U_{2,n})-1} e^{S_k} \right).$$

Théorème de renouvellement. Le théorème de renouvellement appliqué à la marche aléatoire (S_k) dépend de l'arithméticité du saut $B = -\log A$, i.e. s'il existe $\lambda > 0$ tel que $\mathbb{P}(B \in \lambda\mathbb{N}) = 1$. Le plus grand réel λ vérifiant la propriété d'arithméticité définit le *pas* du saut B , ou encore le *pas exponentiel* de la variable aléatoire A .

Remarque 3.1. — Dans notre cas,

$$(-\log A) \text{ arithmétique} \Leftrightarrow \left(\frac{\log p}{\log q} \in \mathbb{Q} \right).$$

— **Cas non-arithmétique :** L'analyse du comportement asymptotique du ratio $\mathbb{E}(R_n)/n$ revient à étudier celui

$$e^{-x} \psi(x) := \mathbb{E} \left(\sum_{k=0}^{\nu(x)-1} e^{S_k - x} \right) = \mathbb{E} \left(\sum_{k=1}^{\nu(x)} e^{S_{\nu(x)-k} - x} \right).$$

Le théorème de renouvellement dans sa version continue établit une limite en loi de la suite $(S_{\nu(x)-k} - x)_{k \geq 0}$ quand x tend vers l'infini. Ainsi, on montre que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \psi(x) = \frac{-1}{\mathbb{E}(\log A)},$$

et par suite, que le ratio $\mathbb{E}(R_n)/n$ est asymptotiquement équivalent à $(-2/\mathbb{E}(\log A))$.

— **Cas arithmétique :** Si $\log p / \log q \in \mathbb{Q}$, alors il existe un couple d'entiers (a, b) ; $b \neq 0$ tel que $b \log p = a \log q$. Notons $\lambda = -\log q / b$ le *pas exponentiel* de la variable aléatoire A , i.e. $-\log A \in \lambda \mathbb{N}$ presque sûrement, alors la marche aléatoire normalisée S_k^*

$$S_k^* := S_k / \lambda \in \mathbb{N}$$

est discrète. Le temps de dépassement associé est défini par

$$\nu^*\left(\frac{x}{\lambda}\right) = \nu^*\left(\left\lceil \frac{x}{\lambda} \right\rceil\right),$$

où $\lceil \cdot \rceil$ désigne la partie entière augmentée de 1; $\lfloor \cdot \rfloor + 1$.

L'analyse du comportement asymptotique du ratio $\mathbb{E}(R_n)/n$ revient alors à étudier celui

$$e^{-\lambda \lceil \frac{x}{\lambda} \rceil} \psi(x) := \mathbb{E} \left(\sum_{k=0}^{\nu^*(\lceil \frac{x}{\lambda} \rceil)-1} e^{\lambda(S_k^* - \lceil \frac{x}{\lambda} \rceil)} \right) = \mathbb{E} \left(\sum_{k=1}^{\nu^*(\lceil \frac{x}{\lambda} \rceil)} e^{\lambda(S_{\nu^*(\lceil \frac{x}{\lambda} \rceil)-k}^* - \lceil \frac{x}{\lambda} \rceil)} \right).$$

En utilisant le théorème de renouvellement dans sa version discrète appliquée à la marche aléatoire normalisée S_k^* et au temps de dépassement ν^* de la barrière $\lceil \frac{x}{\lambda} \rceil$, on obtient que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\lambda \lceil \frac{x}{\lambda} \rceil} \psi(x) = \frac{-1}{\mathbb{E}(\log A)} \frac{\lambda e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}}.$$

En notant la partie fractionnaire $\{z\} = z - \lfloor z \rfloor$, on montre que le ratio $\mathbb{E}(R_n)/n$ est asymptotiquement équivalent à $F(\log n / \lambda)$, où pour tout $z \geq 0$, la fonction F est définie par

$$F(z) = \frac{-1}{\mathbb{E}(\log A)} \frac{\lambda e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}} \int_0^{+\infty} e^{-\lambda(z - \log y / \lambda)} e^{-y} dy.$$

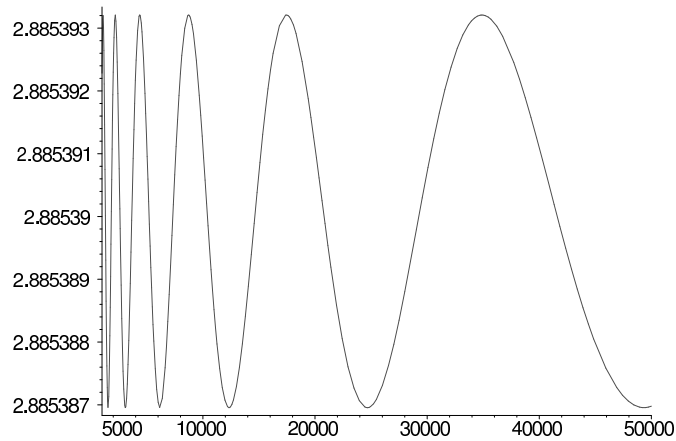
La fonction F est périodique, d'où le comportement oscillatoire de l'algorithme.

Conclusion :

— Si $\log p / \log q \notin \mathbb{Q}$, alors le coût moyen de l'algorithme est de l'ordre de n .

— Sinon, il existe un couple d'entiers (a, b) ; $b \neq 0$ tel que $b \log p = a \log q$. Alors le coût moyen de l'algorithme est de l'ordre de $nF(\log n/\lambda)$, où F est une fonction périodique et $\lambda = -\log q/b$.

Remarque 3.2. — Le cas non biaisé $p = q = 1/2$, est arithmétique avec un *pas exponentiel* $\lambda = \log 2$. Ci-dessous le graphe de la suite : $n \rightarrow \mathbb{E}(R_n)/n$.



Références

- [1] John I. Capetanakis, *Tree algorithms for packet broadcast channels*, IEEE Transactions on Information Theory **25**, 1979.
- [2] B. S. Tsybakov and V. A. Mikhailov, *Free synchronous packet access in a broadcast channel with feedback*, Problems Inform. Transmission **14**, 1978.
- [3] P. Mathys and P. Flajolet, *Q-ary collision resolution algorithms in random access systems with free or blocked channel access*, IEEE Transactions on Information Theory **31**, 1985.
- [4] Philippe Robert, *On the asymptotic behavior of some algorithms*, Random Structures & Algorithms **27**, 2005.
- [5] Hanène Mohamed and Philippe Robert, *A probabilistic analysis of some tree algorithms*, Annals of Applied Probability **15**, 2005.

Hanène Mohamed

INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, B.P. 105, 78153 Le Chesnay Cedex France.

E-mail : Hanene.Mohamed@inria.fr

SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN ÉLECTROCARDIOGRAMME

Muriel Boulakia

Résumé. — L'activité électrique du cœur est usuellement mesurée par un électrocardiogramme (ECG). Cette mesure permet de détecter des pathologies électriques qui sont souvent à l'origine de dysfonctionnements mécaniques. Nous travaillons actuellement sur la simulation numérique d'un ECG. Ce travail repose sur l'implémentation d'un modèle couplant l'activité électrique du cœur et celle du thorax.

1. Introduction

Le cœur a pour fonction de faire circuler le sang dans l'organisme, fonction qui est assurée par la contraction du muscle cardiaque. Cette contraction est engendrée par une onde électrique qui se propage dans le tissu cardiaque. Lorsque le cœur présente des troubles de conduction électrique, cela entraîne des désynchronisations de l'activité mécanique qui perturbent l'efficacité de l'éjection du sang. La propagation de l'onde électrique peut être observée par le champ électrique qu'elle génère à l'extérieur du cœur : en particulier, l'ECG consiste à mesurer le potentiel électrique en certains points de la surface du thorax.

A notre connaissance, seuls quelques travaux récents s'intéressent à la simulation de l'ECG [3], [5]. Ceci est en partie dû au fait que ces simulations sont très coûteuses en calcul et n'auraient pas été envisageables il y a une dizaine d'années. D'autre part, elles nécessitent l'acquisition de données anatomiques précises et de maillages réalistes du cœur et du thorax. Les travaux mentionnés ci-dessus laissent penser que de nombreuses améliorations peuvent être apportées pour obtenir des simulations plus réalistes et aboutir à des ECG plus proches des mesures effectuées par le médecin.

Le travail présenté a été effectué avec M. Fernández, J.F. Gerbeau et N. Zemzemi.

2. Electrophysiologie du cœur

Le signal électrique se propage de cellule en cellule par des jonctions qui relient les cellules cardiaques entre elles. La propagation est initiée dans les cellules du nœud sinusal situé dans l'oreillette droite (voir Figure 1). Le signal se propage ensuite dans

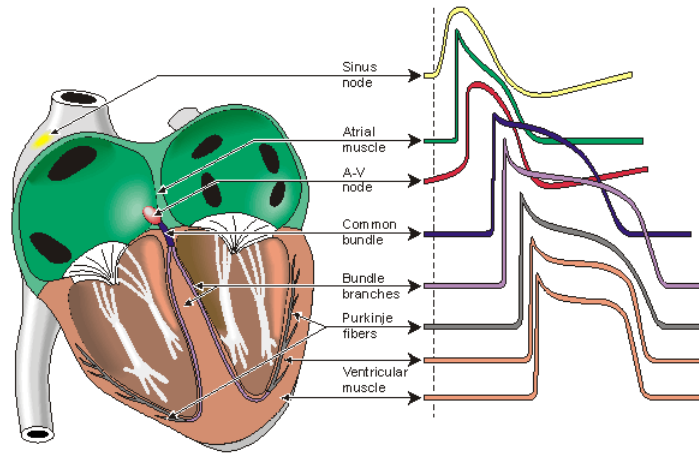


FIGURE 1. Potentiel d'action en différentes régions du myocarde (tiré de Bioelectromagnetism de Malmivuo et Plonsey)

les oreillettes puis gagne les ventricules en passant par le nœud atrio-ventriculaire (AV) puis les fibres de Purkinje.

Le phénomène que nous essayons de modéliser est très complexe. En particulier, il semble important de tenir compte de certaines propriétés anatomiques.

Tout d'abord, la conductivité cardiaque n'est pas homogène : on distingue dans le cœur différentes régions qui ont des conductivités très différentes. Par exemple, la paroi qui sépare les oreillettes des ventricules est isolante et le nœud atrio-ventriculaire par lequel se propage le signal a une conductivité très faible. En revanche, les fibres de Purkinje forment un réseau fortement conducteur. De même, au niveau du thorax, les côtes, les poumons et le tissu musculaire n'ont pas la même conductivité.

D'autre part, les cellules cardiaques sont organisées en fibres et le signal électrique se propage plus rapidement le long des fibres que transversalement. Les tenseurs de conductivité qui interviennent sont donc anisotropes.

On voit aussi, d'après la Figure 1, que les potentiels d'action n'ont pas tous le même profil. Ceci est dû au fait que les cellules du myocarde ont des échanges ioniques de nature différente en fonction de la région.

3. Modélisation

La propagation du signal électrique du cœur est modélisée par le modèle bidimensionnel qui est un système d'équations aux dérivées partielles.

Le modèle bidomaine est établi à partir de bilans électriques effectués au niveau de la membrane d'une cellule cardiaque. Ces bilans prennent en compte les échanges d'ions à travers la membrane cellulaire et le caractère capacitif de la membrane. Un procédé d'homogénéisation détaillé dans [1] permet ensuite de passer d'un modèle microscopique à un modèle macroscopique. Nous obtenons alors des équations de type réaction-diffusion.

Comme nous cherchons à simuler un ECG, nous avons ensuite besoin de coupler l'activité du cœur à celle du thorax. Le thorax est considéré comme un conducteur passif et son comportement est modélisé par une équation de Laplace.

Enfin, des conditions à l'interface cœur-thorax introduisent un couplage entre le problème sur le cœur et le problème sur le thorax. A ce niveau, différentes conditions existent et sont utilisées dans la littérature. Nous avons choisi de considérer des conditions de continuité du potentiel et du courant entre le milieu extracellulaire et le milieu thoracique. Ces conditions nous ont paru les mieux justifiées d'un point de vue théorique [2] et expérimental [4].

Différents modèles permettent de représenter les échanges ioniques transmembranaires. Nous avons considéré successivement deux modèles : le modèle de FitzHigh-Nagumo et le modèle de Djabella-Sorine. Le premier modèle est un modèle simplifié qui approche correctement la forme du signal électrique mais ne s'appuie pas sur une modélisation des échanges ioniques au niveau microscopique. Il a l'avantage d'être rapide à implémenter. Le second modèle repose sur des considérations physiologiques. La forme du potentiel d'action obtenu avec le modèle de Djabella-Sorine est plus proche de la réalité qu'avec le modèle de FitzHigh-Nagumo, en particulier dans la phase de repolarisation.

4. Les simulations numériques

Pour nos simulations, nous avons considéré un maillage représentant le cœur privé des oreillettes. Ainsi, nous nous limitons dans un premier temps aux ventricules. Sur ce maillage, nous disposons de fibres cardiaques et de cette façon, nous prenons en compte l'anisotropie des tenseurs de conductivité (voir Figure 2). Nous ne différencions pas les conductivités dans les différentes régions du cœur, c'est une amélioration qu'il faudra apporter à nos simulations. Le maillage pour le thorax distingue les principales régions (côtes, poumons, tissu thoracique) et permet donc de prendre les valeurs des conductivités obtenues expérimentalement pour ces régions.

Nous considérons le modèle bidomaine avec tour à tour les modèles ioniques de FitzHigh-Nagumo et Djabella-Sorine. Le même modèle ionique est implémenté pour toutes les cellules du myocarde. Ainsi, nous n'obtenons pas différents profils de potentiels d'action (voir Figure 1).

Dans un premier temps, nous essayons de reproduire les principales caractéristiques d'un ECG dans un cas sain. Nous chercherons ensuite à simuler des cas pathologiques : zone infarctée (qui n'est plus conductrice électriquement), tachycardie (augmentation du rythme cardiaque), ischémie (manque en oxygène du myocarde). Tous ces tests nous permettront de valider notre modèle.

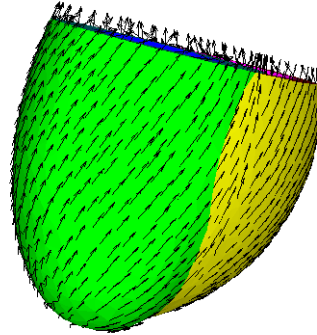


FIGURE 2. Géométrie du cœur avec les fibres cardiaques

5. Conclusion

Une fois cette phase de validation terminée, nous disposerons d'un modèle prédictif. Ceci nous permettra d'apporter une aide à la thérapie. En particulier, les médecins sont intéressés par la question de l'effet de la position d'une électrode sur l'efficacité de la thérapie. Afin de réguler artificiellement la propagation de l'onde électrique, une solution usuelle consiste à implanter une ou plusieurs électrodes. D'un point de vue médical, des questions se posent encore : Y a-t-il des points de stimulation plus efficaces que d'autres ? Quand faut-il stimuler ? En prenant comme critère de thérapie l'obtention d'un ECG normal, nous pourrions faire des tests numériques dans des cas pathologiques pour optimiser la position d'une ou des électrodes.

Références

- [1] W. Krassowska, J.C. Neu, *Homogenization of syncytial tissues*, CRC Crit. Rev. Biomed. Eng., 21(2) (1993) 137-199.
- [2] W. Krassowska, J.C. Neu, *Effective boundary conditions for syncytial tissues*, IEEE Trans. Biomed. Eng., 41(2) (1994) 137-199.
- [3] G. Lines, *Simulating the electrical activity in the heart*, Phd thesis, Department of Informatics, University of Oslo (1999).
- [4] E. Page, *Cat heart muscle in vitro. Part III. The extracellular space*, J. Gen. Physio., 46 (1962) 201-213.
- [5] C. Pierre, *Modélisation et simulation de l'activité électrique du cœur dans le thorax, analyse numérique et méthodes de volumes finis*, Thèse de doctorat, Laboratoire J. Leray, Université de Nantes (2005).

Muriel Boulakia

Lab. J.-L. Lions, Université P. et M. Curie, 175 rue du Chevaleret, 75013 Paris.

E-mail : boulakia@ann.jussieu.fr

SOLITON-WINDKESSEL ARTERIAL MODEL

Emmanuelle Crépeau

Résumé. — In this work, we propose a new model of arterial blood pressure, combining differential equations (windkessel terms) and partial differential equations (Korteweg-de Vries terms). The objective of this study is to define some characteristics of the vessels obtained from non-invasive measurements.

This is a jointed work with Michel Sorine and Taous Meriem Laleg (Inria Rocquencourt).

1. Introduction

The cardiovascular system can be seen as consisting of the heart, a complex double chamber pump, pumping the blood into vessels organized into vascular compartments forming a closed circulation loop. This point of view is useful for building models of the whole system as interconnection of simpler subsystem models. Such reduced mathematical models are usually a set of coupled ordinary differential equations, each of them representing the input-output behaviour of a subsystem : conservation law of the blood quantity for short time-intervals and specific behaviour laws. They can be used for understanding the global hydraulic behaviour of the system during a heartbeat. They can also be used to study the short-term control by the autonomous nervous system [4, 3, 2].

The pulse pressure plays an important rule in the circulatory system. It undergoes an increase in its amplitude and a decrease in its pulse width when it propagates along the arterial tree. These observed phenomena are called "peaking" and "steepening" and are usually explained by the existence of reflected waves. The pulse pressure is decomposed into forward and backward waves associated to some linearized models. In this article we propose to decompose the solution into some nonlinear waves.

2. Governing equations.

In this section, we suppose that for normal space and time scales, the windkessel model predomines but, for small time and small space scales, there appears a boundary layer where the windkessel model is no more convenient. This ansatz is used in

singular perturbation computations to develop a corrector of the motion of the fluid in this boundary layer.

The idea of a boundary layer where a corrector of the motion of the fluid satisfies a KdV equation is a conjecture to represent the wave phenomena rather fast when compared to the windkessel effect. We derive formally the equations satisfied by this corrector. We still need to prove that the solutions converge (in a sense to be defined) to the solutions of equations (1), (2), (3) and (4).

We suppose that the arteries can be identified with an elastic tube, and blood flow is supposed to be an incompressible fluid.

Thus, we consider a one dimensional elastic tube of mean radius R_0 . The Navier Stokes equation can read as

$$(1) \quad A_T + Q_Z = 0,$$

$$(2) \quad Q_T + \left(\frac{Q^2}{A} \right)_Z + \frac{A}{\rho} P_Z + \nu \frac{Q}{A} = 0.$$

where, $A(T, Z)$ is the cross-sectional area of the vessel, $Q(T, Z)$ is the blood flow and $P(T, Z)$ is the blood pressure. Moreover ρ is the blood density and ν a coefficient of viscosity of blood.

Furthermore, the motion of the wall satisfies, (see for example [6])

$$(3) \quad \frac{\rho_w h_0 R_0}{A_0} A_{TT} = (P - P_e) - \frac{h_0}{R_0} \sigma$$

where, R_0 is the mean radius of the tube, ρ_w is the wall density, P_e is the pressure outside the tube, h_0 denotes the mean thickness of the wall. Moreover, σ is the extending stress in the tangential direction.

Remark : Usually the term $\frac{\rho_w h_0 R_0}{A_0} A_{TT}$ is neglected because A_{TT} is small.

This system is completed by a model of the local compliance of the vessels, a state equation

$$(4) \quad \sigma = E \frac{\Delta A}{2A_0}.$$

where $\Delta A = A - A_0$, with A_0 the cross-sectional area at rest, and E is the coefficient of elasticity. By hypothesis, let $\epsilon = \left(\frac{R_0}{L} \right)^{2/5}$.

$$\frac{\rho_w h_0 R_0}{\rho L^2} = \frac{\rho_w}{\rho} \frac{h_0}{R_0} \frac{R_0^2}{L^2} = O(\epsilon^5) = \lambda \epsilon^5.$$

We first adimensionalize the variables to get a quasi 1D Navier-Stokes equation,

$$(5) \quad a_t + q_z = 0,$$

$$(6) \quad q_t + \left(\frac{q^2}{1+a} \right)_z + (1+a)p_z = -\eta \frac{q}{1+a},$$

$$(7) \quad \lambda \epsilon^5 a_{tt} + a = p.$$

Then, we decompose formally the solutions in series with slow and fast terms, namely,

$$\begin{aligned} a^\epsilon(t, z) &= \epsilon a_1(t, z, \frac{t}{\epsilon}, \frac{z-t}{\epsilon^2}) + \dots \\ p^\epsilon(t, z) &= \epsilon p_1(t, z, \frac{t}{\epsilon}, \frac{z-t}{\epsilon^2}) + \dots \\ q^\epsilon(t, z) &= \epsilon q_1(t, z, \frac{t}{\epsilon}, \frac{z-t}{\epsilon^2}) + \dots \end{aligned}$$

In this type of method we introduce the following notations, with $\tau = \frac{t}{\epsilon}$, $\xi = \frac{z-t}{\epsilon^2}$.

$$f(t, z, \tau, \xi) = \bar{f}(t, z) + \check{f}(t, z, \tau, \xi), \text{ with } \bar{f}(t, z) = \lim_{\tau, \xi \rightarrow +\infty} f.$$

We suppose that all the functions \check{f} are rapidly decreasing at infinity in τ, ξ and carries the rapid variations of f^ϵ in the layer $0 \leq t_d = O(\epsilon)$, $0 \leq z'_d - t'_d = O(\epsilon^2)$. The terms \check{f} correspond to the boundary layer and the terms \bar{f} correspond to the outer part.

We get the following pulse pressure model. For the rapid variations, we get a Korteweg de Vries equation in \check{p}_1

$$(8) \quad 2\check{p}_{1\tau} + (2q_1 + p_1)\check{p}_{1\xi} + \lambda\check{p}_{1\xi\xi\xi} = 0.$$

For the slow terms, we get an equation in \bar{p}_1

$$(9) \quad \bar{p}_{1tt} + \eta\bar{p}_{1t} - \bar{p}_{1zz} = 0.$$

A low frequency approximation of (9) gives a 2 or 3-element windkessel system for each position, (\bar{P} is the slow pressure term in initial variables),

$$(10) \quad \frac{d\bar{P}(T)}{dT} + \frac{\bar{P}(T)}{R_p C} = \frac{P_\infty}{R_p C} + \frac{\bar{P}(T, Z_m)}{R_H C}$$

where C and P_∞ are respectively the arterial compliance and the asymptotic pressure, R_H and R_p are the heart and peripheric resistances.

Therefore, we propose to estimate the measured arterial blood pressure as the sum of a N -soliton (\check{P}) describing the fast phenomena and a windkessel model (\bar{P}) representing the slow phenomena.

$$P(T, Z) = \check{P}(T, Z) + \bar{P}(T, Z).$$

The description of the obtention of the model can be found in the detailed article [1].

3. Numerical validation of the model

The pressure P is the sum of a N -soliton (the fast component) and a 2-element windkessel solution (the slow one). The identification is done for a 2 or 3-solitons and a 2-element windkessel. The figure 1 illustrates the rather good results obtained from real arterial blood pressure data measured at the finger level with a FINAPRES sensor.

4. Conclusion

In this article we have proposed a reduced model of the input-output behaviour of an arterial compartment, including the short systolic phase where wave phenomena are predominant. The close form formulae of these non-linear models of propagation in conjunction with windkessel models are rather easy to use to represent wave shapes at the input and output of an arterial compartment. Some very promising preliminary comparisons of numerical results obtained along this line with real pressure data have been shown.

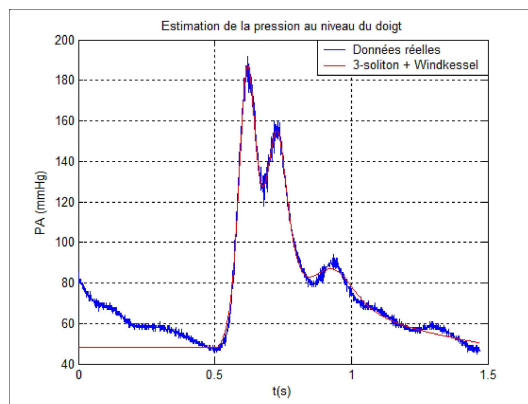


FIGURE 1. Pressure at the finger : real and estimated data

Références

- [1] E. Crépeau and M. Sorine, *A reduced model of pulsatile flow in an arterial compartment*, To appear in *Chaos, Solitons and Fractals*, accepted in March 2006.
- [2] A. Monti and C. Médigue and M. Sorine, *Short-term modelling of the controlled cardiovascular system*, ESAIM : Proceedings, 12, pp115-128, 2002.
- [3] J.T. Ottesen, *General Compartmental Models of the Cardiovascular System*. In *Mathematical models in medicine* Ottesen, J.T. and Danielsen, M. IOS press, pp121-138, 2000.
- [4] C.S. Peskin, *Lectures on Mathematical Aspects of Physiology*, F.C. Hoppensteadt, AMS, 19, 1981.
- [5] G.B. Whitham, *Linear and nonlinear waves*, J. Wiley and Sons, 1999.
- [6] S. Yomosa, *Solitary waves in large blood vessels*, J. of the Physical Society of Japan, 56, pp506-520, 1987.

Emmanuelle Crépeau

UVSQ, Avenue des Etats-Unis, 78035 Versailles.

E-mail : crepeau@math.uvsq.fr

LE POUMON HUMAIN VU COMME UN ARBRE INFINI

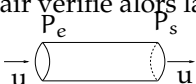
Christine Vannier, Bertrand Maury

Résumé. — Nous nous proposons ici d'étudier théoriquement le poumon humain. Nous utilisons pour cela la modélisation suivante du poumon : le poumon est représenté par un arbre dyadique infini, l'air circulant dans les bronches est supposé vérifier la loi de Poiseuille, chaque arête de l'arbre est donc caractérisée par une résistance. Nous obtenons ainsi un arbre infini résistif sur lequel la pression est définie en chaque noeud et le flux d'air sur chaque arête.

La question que nous abordons ici est alors : quel sens pouvons-nous donner aux champs de pression, de flux sur l'espace des bouts de cet arbre ? Nous décrivons pour cela l'approche qui permet d'obtenir des théorèmes de trace sur l'arbre infini. Nous nous proposons aussi de donner un sens à l'opérateur Dirichlet-Neumann sur cet arbre, c'est à dire à l'opérateur qui, à un champ de pression donné sur l'espace des bouts associe le flux correspondant.

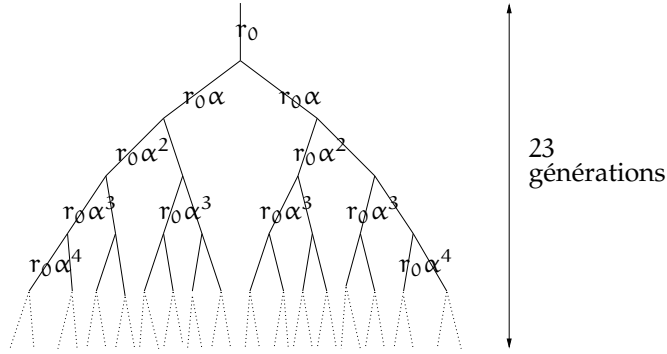
1. Introduction :

Nous proposons un modèle de poumon humain basé sur l'analogie entre un arbre bronchique et un arbre résistif infini dans le but de mieux comprendre certaines maladies. Le poumon humain peut être vu comme un arbre dyadique à 23 générations. L'air traversant chaque bronche lors de la respiration est considéré comme un fluide incompressible dans un régime d'écoulement non inertiel (en réalité cette caractéristique n'est valide qu'à partir de la cinquième génération mais nous la supposons vraie partout). Ces deux hypothèses simplificatrices nous permettent d'établir un lien entre le champ de pression aux points de bifurcation et les débits dans les bronches : en effet, le débit u de l'air vérifie alors la loi de Poiseuille : $P_e - P_s = Ru$:



Chaque bronche du poumon est donc caractérisée par une résistance dont la valeur dépend de sa longueur et de son diamètre. En particulier, lorsque le poumon est sain, celui-ci se comporte comme un arbre homogène (les résistances sont constantes par

génération) et géométrique ($\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in \{0 \dots 2^n - 1\} : r_{n,k} = r_0 \alpha^n$). Un modèle couramment utilisé du poumon est alors $([1, 4])$:



L'étude du fonctionnement du poumon passe en particulier par la connaissance de la quantité d'air sortant de ce dernier c'est à dire par l'étude de l'opérateur linéaire :

$$p \in \mathbb{R}^{2^{23}} \rightarrow u \in \mathbb{R}^{2^{23}}$$

opérateur liant le champ de pression en sortie au flux d'air sortant. Mais il s'agit alors d'étudier une matrice pleine d'ordre 2^{23} , des vecteurs pression et flux du même ordre. Nous proposons ici une approche qui permet de remplacer ces vecteurs par un objet plus concis défini sur un arbre infini. Pour cela, nous considérons plutôt le poumon humain comme un arbre infini résistif, les alvéoles étant alors modélisées par l'espace des bouts de cet arbre. Nous cherchons alors à définir sur cet arbre l'opérateur qui, à un champ de pression sur l'espace des bouts de notre arbre, associe le flux sortant à "l'infini". Il va donc falloir donner un sens à ces deux champs à l'infini et préciser la nature mathématique du problème de Dirichlet non homogène que nous proposons pour modéliser le processus de ventilation, processus qui se traduit (pour l'inspiration) par une circulation d'air induite par une dépression forcée au niveau des alvéoles.

2. Définition du cadre

Un arbre infini T est défini ([2]) par un ensemble de noeuds V et un ensemble d'arêtes $Y \subset V \times V$. Une orientation X est aussi définie par : $[x, y] \in X \Leftrightarrow [y, x] \notin X$. Un arbre infini résistif est un couple (T, r) où r est une fonction définie sur les arêtes et vérifiant : $\forall [x, y] \in Y \quad r(x, y) = r(y, x) > 0$. Nous appelons conductance de l'arête $[x, y]$, le réel $c(x, y) = \frac{1}{r(x, y)}$ et conductance totale en un noeud x , le réel $c(x) = \sum_{y \sim x} c(x, y)$.

Les flux vont être représentés par des fonctions appelées 1-chaînes définies sur les arêtes et vérifiant : $\forall [x, y] \in Y \quad u(x, y) = -u(y, x)$. Elles doivent de plus, pour

pouvoir modéliser un flux d'air réel, être d'énergie finie. Nous définissons donc l'ensemble $\mathcal{L}_{\mathcal{R}}^2$, ensemble des 1-chaînes vérifiant :

$$\mathcal{W}(u) = \sum_{[x,y] \in X} r(x,y)u(x,y)^2 < +\infty$$

C'est un espace de Hilbert muni de la norme $\|u\| = \sqrt{\mathcal{W}(u)}$.

Les pressions sont juste représentées par des fonctions réelles définies sur les noeuds de l'arbre. Là encore, pour être admissibles, elles doivent être d'énergie finie c'est à dire telle que :

$$D(p) = \sum_{[x,y] \in X} c(x,y)[p(x) - p(y)]^2 < +\infty$$

On appelle $H^1(T)$ cet ensemble qui est un espace de Hilbert muni de

$\|p\|_1 = \sqrt{\frac{1}{r_0}|p(0)|^2 + D(p)}$. Nous définissons aussi $H_0^1(T)$ complété dans $H^1(T)$ de l'ensemble des pressions à support fini.

Lors de la respiration, le flux est conservé, il vérifie donc la loi des noeuds. Pour exprimer cela rigoureusement, nous définissons sur l'ensemble des 1-chaînes et à valeur dans \mathbb{R}^V l'opérateur de divergence ∂ par :

$$\forall x \in V \quad \partial u(x) = \sum_{y \sim x} u(x,y)$$

L'ensemble des flux harmoniques est alors défini par $\mathcal{L}_{\mathcal{R}}^2 \mathcal{H} = \{u \in \mathcal{L}_{\mathcal{R}}^2 / \partial u = 0\}$.

La pression vérifie la loi de Poiseuille, ce qui justifie la définition de l'opérateur gradient $\delta^* : \mathbb{R}^V \rightarrow \mathbb{R}^Y$ par :

$$\forall [x,y] \in Y \quad \delta^* p([x,y]) = p(y) - p(x)$$

ainsi que celle de l'opérateur Laplacien : $L = \delta c \delta^*$. Enfin, nous définissons l'ensemble des pressions harmoniques par $H_{\Delta}^1(T) = \{p \in H^1(T) / Lp = 0\}$.

3. Equations vérifiées par le flux et la pression

Ayant défini ces opérateurs, il est alors facile d'exprimer les équations vérifiées par le flux et la pression lors, par exemple, d'une inspiration unitaire. La loi des noeuds nous donne pour le flux le problème suivant à résoudre :

$$(\mathcal{U}) \begin{cases} u \in \mathcal{L}_{\mathcal{R}}^2 \\ \partial u = \delta_0 \end{cases}$$

La pression, elle, doit vérifier :

$$(\mathcal{P}) \begin{cases} p \in H^1(T) \\ Lp = r_0 \delta_0 \end{cases}$$

Il est alors facile de voir que résoudre (\mathcal{U}) est équivalent à résoudre (\mathcal{P}) à une constante près.

4. Existence

Nous montrons que, pour qu'il y ait existence de solution, notre arbre infini résistif doit vérifier certaines propriétés. Pour cela commençons par définir la notion de résistance équivalente à l'infini : sur chaque arbre fini à n générations, on peut définir une résistance équivalente R_n . Nous obtenons ainsi une suite croissante et nous posons comme définition de la résistance équivalente de notre arbre infini :

$$R = \lim_{n \rightarrow +\infty} R_n.$$

Nous obtenons alors le théorème suivant :

Théorème 4.1. — *Existence de solutions* $\Leftrightarrow R < +\infty$

Pour un poumon humain sain, R est bien finie : on peut respirer.

5. Unicité

Nous nous placerons dans toute la suite dans le cas R finie. Le problème de Dirichlet non homogène (\mathcal{P}) que nous cherchons alors à résoudre est mal posé puisqu'il n'y a pas unicité de la solution. Pour récupérer l'unicité, imposons des conditions aux limites c'est à dire des conditions en pression sur l'espace des bouts de notre arbre infini.

Nous définissons abstraitement le champ de pression sur l'espace des bouts (le choix de $H^{\frac{1}{2}}(\Gamma)$ pour désigner cet espace est arbitraire, le $\frac{1}{2}$ n'ayant aucune signification intrinsèque, voir 5.2) par :

$$H^{\frac{1}{2}}(\Gamma) = H^1(\mathbb{T})/H_0^1(\mathbb{T})$$

Muni de la norme classique des espaces quotients, c'est un espace de Hilbert. Nous pouvons alors résoudre le problème de Dirichlet non homogène suivant :

Théorème 5.1. — *Il existe une unique solution au problème :*

$$\begin{cases} p \in H^1(\mathbb{T}) \\ Lp = r_0 \delta_0 \\ \gamma_0(p) = g \end{cases}, \quad g \in H^{\frac{1}{2}}(\Gamma) \text{ donnée}$$

avec γ_0 la surjection canonique.

L'espace abstrait $H^{\frac{1}{2}}(\Gamma)$ est en fait identifiable à l'espace des pressions harmoniques, espace dont on peut construire une base hilbertienne ce qui nous permet ainsi de décrire complètement $H^{\frac{1}{2}}(\Gamma)$.

Remarque 5.2. — Grâce à cette base hilbertienne et en plongeant l'espace des bouts dans $[0, 1]$, nous pouvons, dans le cadre d'un poumon sain, identifier $H^{\frac{1}{2}}(\Gamma)$ à l'espace de Sobolev $H^s([0, 1])$ avec $s \sim 0.15$ ([3]). Cette identification n'est plus valide dans le cas général d'un arbre non homogène.

La construction de l'opérateur \mathcal{R} qui associe à un champ de pression sur l'espace des bouts le flux sortant est alors possible :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{R} & : & H^{\frac{1}{2}}(\Gamma) \rightarrow H^{-\frac{1}{2}}(\Gamma) \\ & & p \quad \rightarrow \quad u \end{array}$$

où $H^{-\frac{1}{2}}(\Gamma) = (H_{\Delta}^1(T))'$ est la définition abstraite de l'espace des bouts sortants à l'infini. Là encore, nous pouvons caractériser cet espace en vérifiant qu'il est bien identifiable à l'ensemble des flux harmoniques $\mathcal{L}_{\mathcal{R}}^2 \mathcal{H}$.

Références

- [1] C. GRANDMONT, B. MAURY, N. MEUNIER, *A viscoelastic model with a non-local dissipation term*, Mathematical Modelling and Numerical Analysis, Vol. 40 No. 1, pp 201-224, 2006.
- [2] P. M. SOARDI, *Potential Theory on Infinite Networks*, Springer-Verlag, 1994.
- [3] P. OSWALD, *On N-term approximation by Haar functions in H^s -norms*.
- [4] E.R. Weibel *The pathway for Oxygen. Structure and Function in the Mammalian Respiratory System*, Harvard Univ Press : Cambridge MA, 1984, 425pp.

Christine Vannier, Bertrand Maury

Laboratoire de Mathématiques, Université Paris XI, Orsay.

E-mail : prénom.nom@math.u-psud.fr

UNE OPÉRATION DE DOCKING CROISÉ À GRANDE ÉCHELLE POUR LA DÉTECTION DE PARTENAIRES PROTÉIQUES POTENTIELS.

Sophie Sacquin-Mora, Richard Lavery, Ladislav Trojan & Alessandra Carbone

Résumé. — Ce travail, qui fait partie des trois projets sélectionnés dans le cadre du programme DECRYPTHON (mis en place par l'Association Française contre les Myopathies, le CNRS et IBM) [1] pour l'année 2005, entend réaliser une étude à grande échelle des interactions protéine-protéine afin de mieux comprendre leur spécificité. En effet, les phénomènes d'association protéique jouent un rôle majeur dans le fonctionnement cellulaire, et leur compréhension représente un problème fondamental de la biologie, où des avancées auraient des conséquences immédiates dans le domaine de l'ingénierie protéique. **Notre objectif est donc de combiner des approches bioinformatiques (mises au point dans le groupe de Génomique Analytique) et de modélisation moléculaire (développées au Laboratoire de Biochimie Théorique), afin de pouvoir localiser les sites d'interaction à la surface des protéines et identifier les partenaires potentiels d'une protéine donnée au sein d'une base de données comprenant des milliers structures (du type Protein Data Bank [2]).**

1. Algorithme de Docking

Les programmes de Docking (ou amarrage) protéique se penchent sur les modalités d'interaction entre deux protéines et ont notamment pour objectif la prédiction de la structure d'un complexe protéique à partir d'informations concernant les partenaires isolés (voir [3] pour une revue récente sur le sujet). Dans un premier temps nous avons développé un algorithme de Docking, permettant de rechercher les géométries d'interaction optimales entre deux partenaires protéiques. À cet effet nous avons repris la description réduite des protéines mise au point par l'équipe de M. Zacharias à Brême [4] où chaque acide aminé est représenté par un à trois pseudo-atomes selon la taille de sa chaîne latérale. Dans le cadre de cette représentation, les interactions protéine-protéine sont décrites via un potentiel simple qui comprend un terme de type van der Waals (reflétant les propriétés physico-chimiques des différents acides-aminés) et un terme de type Coulombien (pour les interactions électrostatiques).

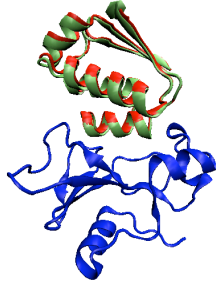


FIGURE 1. Complexe protéique barnase (en bleu)/barstar, avec en rouge la position cristallographique du ligand et en vert sa position prédite par l'algorithme de docking.

Pour un couple récepteur (protéine fixe)/ligand (protéine mobile) donné, l'algorithme de docking génère un ensemble de positions de départ pour lesquelles l'énergie d'interaction va être minimisée en maintenant une contrainte sur l'orientation du centre de masse du ligand par rapport au récepteur et en jouant sur quatre degrés de liberté. La distance ligand-récepteur et les trois angles d'orientation du ligand. **Un calcul complet nous permet alors d'établir une carte de la surface énergétique du récepteur pour un ligand donné et notamment de localiser les zones d'interaction favorables à la surface du récepteur.** Du fait du très grand nombre de positions de départ du ligand nécessaires pour explorer correctement la surface d'interaction (entre 100000 et 500000 points selon la taille du récepteur), l'algorithme a été spécialement développé pour permettre la mise en place de calculs parallèles et l'exploitation de la grille de calcul universitaire DECRYPTHON, et donc réduire grandement les temps de calcul nécessaires.

Cet algorithme va être exploité dans le cadre d'une expérience de "Docking Croisé" sur un jeu-test de 89 complexes protéiques [5]. Le processus de docking sera appliqué non seulement aux partenaires protéiques connus, mais aussi à la totalité des paires de protéines possibles, qu'il s'agisse de partenaires identifiés expérimentalement ou non. Nous allons donc nous intéresser pour la première fois à des protéines qui, *en principe*, n'interagissent pas ensemble, ce qui nous permettra d'établir une base de "decoys" (faux positifs) de bonne qualité et qui pourront être exploités dans l'élaboration de potentiels d'interaction. L'ensemble de ces calculs (soit près de 25000 opérations de docking) sera distribué sur le World Community Grid [6] une grille d'internautes constituée d'ordinateurs personnels et mise en place avec IBM.

Les premiers calculs effectués sur un ensemble réduit de cinq complexes protéiques montrent l'efficacité du programme. Dans chaque cas les cartes énergétiques établies par minimisations multiples mettent en évidence un puits de potentiel au niveau de la position cristallographique du ligand par rapport au récepteur. De plus, l'algorithme permet de retrouver pour chacun des complexes une conformation où les atomes du ligand présentent un écart quadratique moyen par rapport à leur position cristallographique inférieur à 3 Å (voir la figure 1). Néanmoins, certains « faux » complexes peuvent présenter des énergies d'interactions ou des interfaces comparables à celles des complexes expérimentaux, ce qui souligne le problème que pose actuellement l'identification des partenaires spécifiques au sein d'une large base de données protéique.

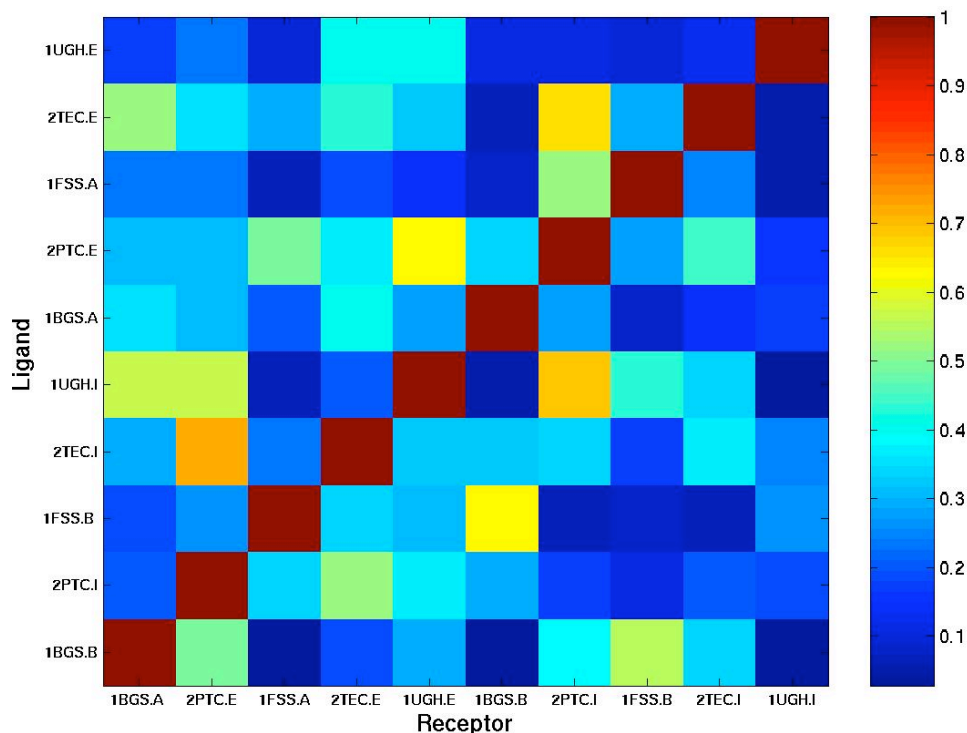


FIGURE 2. Matrice de docking croisé obtenue pour une base réduite de cinq complexes protéiques, soit dix protéines distinctes. Les protéines ont été ordonnées de manière à ce que les partenaires expérimentaux soit placés sur la diagonale, ceux ci présentent systématiquement le meilleur indice d'association.

Dans une seconde phase d'analyse des données issues des calculs de docking croisé, nous avons mis au point un indice d'association qui tient compte à la fois de l'énergie d'interaction obtenue lors d'un calcul de docking et des résidus présents au niveau de l'interface protéique résultante. Pour un couple protéique donné, cet indice est d'autant plus important que l'interaction entre les deux protéines est favorable. Pour toutes les protéines de notre base réduite, le partenaire protéique présentant l'indice d'association maximal correspond systématiquement au partenaire expérimental (voir la figure 2). **Pour la première fois, notre algorithme permet donc de déterminer comment deux protéines vont pouvoir s'associer, mais aussi quelles sont les protéines au sein d'une base de données qui sont susceptibles d'interagir pour former un complexe spécifique.**

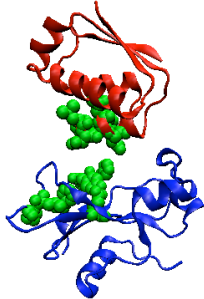


FIGURE 3. *Complexe protéique barnase (en bleu)/barstar(en rouge), les résidus d'interface détectés par JET sont représentés en vert.*

2. Approche phylogénétique

Parallèlement à ces travaux, l'équipe d'A. Carbone travaille à la mise au point d'un programme de détection des sites fonctionnels dans les protéines, appelé Joint Evolutionary Trees (JET), exploitant la méthode "Evolutionary Trace" [7]. À partir d'un ensemble d'arbres phylogénétiques construits pour une famille de protéines donnée, cette approche permet d'extraire des résidus "trace" de la séquence en acides aminés, ces résidus correspondant à des positions conservées dans les différentes branches des arbres. Des études préalables ont montré que les résidus trace ainsi obtenus forment des clusters dans la structure tridimensionnelle de la protéine et sont localisés au niveau des sites fonctionnels ou des interfaces macromoléculaires (voir la figure 3). **Cette méthode peut donc nous apporter des informations concernant les sites d'interaction à partir de la seule structure primaire d'une protéine et sans aucune donnée sur ses partenaires potentiels.**

Contrairement à la méthode ET d'origine qui passe par la construction d'un unique arbre phylogénétique comprenant toutes les séquences homologues obtenues, JET utilise plusieurs arbres, construits chacun à partir d'un sous ensemble de séquences homologues, et obtient donc des valeurs moyennées pour l'extraction des résidus trace. Cette méthode permet alors d'amplifier les signaux de certains sites d'interaction autrement trop faibles pour être détectés par ET et de prendre en compte des protéines de basse homologie (avec moins de 30% d'identité par rapport à la séquence de référence) lors de la construction des arbres phylogénétiques afin d'améliorer la robustesse des prédictions du programme.

3. Conclusion

Après avoir été testées séparément, les deux approches (bioinformatique et modélisation) seront appliquées aux protéines de la base de données de Mintseris et Col. [5]. **Les informations ainsi obtenues sur les interfaces macromoléculaires seront recoupées pour mettre au point une base de données des sites d'interaction protéiques. Les résultats des calculs de docking croisé effectués à grande échelle seront utilisés pour comparer interactions spécifiques (entre partenaires expérimentaux) et non-spécifiques. Les informations obtenues par JET permettront quant à**

elles de réduire le coût des calculs de docking en limitant l'exploration des surfaces protéiques aux sites d'interaction détectés préalablement (ce qui représente une réduction des points de départ nécessaires par un facteur cent). Le gain réalisé en matière de temps de calculs rendra alors possible l'analyse de bases de données protéiques nettement plus large (comprenant plusieurs milliers de structures). **A terme, cette approche pluridisciplinaire sera appliquée à un ensemble de protéines connues pour leur implication dans les maladies neuromusculaires afin d'identifier des partenaires d'association potentiels au sein des bases de données protéiques.**

Références

- [1] <http://www.decrypthon.fr>.
- [2] H. M. Berman, J. Westbrook, Z. Feng, G. Gilliland, T.N. Bhat, H. Weissig, I.N. Shindyalov, and P.E. Bourne, *The Protein Data Bank*, *Nucleic Acids Research*, **28**, 235 (2000).
- [3] R. Mendez, R. Leplae, M. F. Lensink, and S. J. Wodak, *Assessment of CAPRI predictions in rounds 3-5 show progress in docking procedures*, *Proteins* **60**, 150 (2005).
- [4] M. Zacharias, *Protein-protein docking with a reduced protein model accounting for side-chain flexibility*, *Protein Science* **12**, 1271 (2003).
- [5] J. Mintseris, K. Wiehe, B. Pierce, R. Anderson, R. Chen, J. Janin, and Z. Weng, *Protein-protein docking benchmark 2.0 : An update*, *Proteins* **60**, 214 (2005).
- [6] <http://www.worldcommunitygrid.org>.
- [7] O. Lichtarge and M. E. Sowa, *Evolutionary predictions of binding surfaces and interactions*, *Curr. Opin. Structur. Biol.* **12**, 21 (2002).

Sophie Sacquin-Mora

Laboratoire de Biochimie Théorique, UPR 9080, Institut de Biologie Physico-Chimique,
13 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris.

E-mail : sacquin@ibpc.fr

Richard Lavery

Laboratoire de Biochimie Théorique, UPR 9080, Institut de Biologie Physico-Chimique,
13 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris.

Ladislav Trojan

Equipe de Génomique Analytique, INSERM U511, Université Pierre et Marie Curie,
91 Bd de l'Hôpital, 75013 Paris.

Alessandra Carbone

Equipe de Génomique Analytique, INSERM U511, Université Pierre et Marie Curie,
91 Bd de l'Hôpital, 75013 Paris.

MATHEMATICAL MODELS FOR THE STRUCTURE AND SELF-ASSEMBLY OF VIRUSES

Reidun Twarock

Résumé. — Viruses have a protein shell, called the viral capsid, that encapsulates and hence provides protection for the viral genome. The distribution of the proteins in the capsids is highly structured and follows an organisational principle that can be described based on group theory and tiling theory. It provides a basis for mathematical models that address the self-assembly of the capsids from their capsid proteins, and may ultimately be used to assist the design of anti-viral therapeutics.

1. Introduction

Viral capsids are cage structures, formed from proteins, that are used by viruses to protect their genetic material. Most spherical viruses organise their protein subunits in clusters of 3, 5 or 6 proteins, that are called trimers, pentamers and hexamers, respectively, and are distributed with icosahedral symmetry in the capsid. An example is given in Fig. 1(a), with a magnified view in (b) showing a subset of the hexamers.

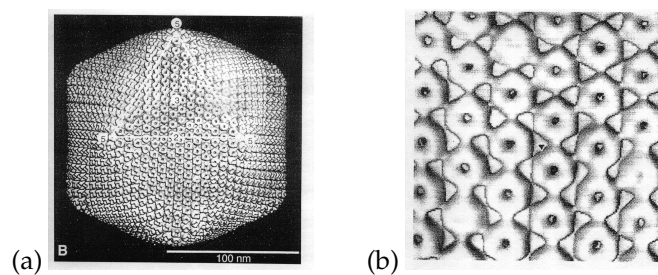


FIGURE 1. Example of a viral capsid (a), with capsomeres shown in magnification in (b). Both figures from the Johnson Lab at the Scripps Research Institute.

In a landmark paper Caspar and Klug have established a theory that predicts the surface structures of viruses in terms of a family of polyhedra [1] that encode the locations and relative orientations of the protein clusters. It is fundamental in virology and has a broad spectrum of applications, ranging from image analysis of experimental data to the construction of models for the self-assembly of viral capsids. Despite its huge success, experimental results have provided evidence for the fact that this theory is incomplete, and in particular cannot account for the structure of viruses in the family of Papovaviridae, which are of special interest for the public health sector because they contain cancer-causing viruses. We have developed a theory based on group theory and tiling theory that closes this gap [2, 3]. It leads to a new series of polyhedra, the triacontahedral series [4], that corresponds to the particles observed during the self-assembly of the major capsid proteins of viruses in the family of Papovaviridae. Among others, the new theory allows to classify the malformations that may occur during self-assembly (e.g. [5]), and it has opened up various areas of application, most importantly the construction of models for the self-assembly of viral capsids.

2. The construction principle

Since all protein clusters in the capsids of Papovaviridae are composed of five individual protein subunits, including in particular also those not located at the 5-fold axes of icosahedral symmetry, the surface structures of these viruses cannot be modelled via hexagonal surface lattices and are hence a priori excluded by Caspar-Klug Theory. A straightforward generalisation of the Caspar-Klug construction to this case is not possible because there are no planar lattices composed only of pentagons which could be used instead of the hexagonal ones. However, appropriate surface lattices with the desired symmetry properties can be induced via projection from lattices in a higher-dimensional space. In particular, by exploiting the concept of symmetry to the full we make use of generalised grids that are determined via the affinisiation of the non-crystallographic Coxeter group H_3 using a method inspired by the projection formalism (see e.g. [6]) known from the theory of quasicrystals [7] and Penrose tilings [8].

By construction, our method leads to finite three-dimensional nested point sets that are subsets of the vertex sets of such generalised lattices and by construction contain the vertices of polyhedra (or tessellations called tilings) that encode the surface structures of the viral capsids. For example, in order to classify the surface structures of Papovaviridae, one has to identify all (not necessarily isometric) polyhedra with vertices in this set that are such that all five-coordinated vertices are uniformly distributed. Each five-coordinated vertex then specifies the location and orientation

of a pentamer as illustrated in the example in Fig. 2. The tessellation in this figure is

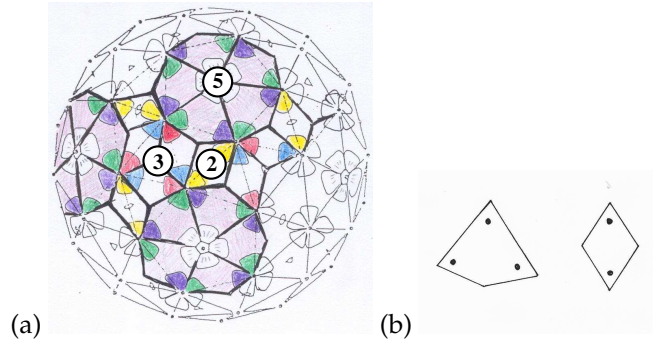


FIGURE 2. (a) The tiling representing the viral capsid of SV40, and (b) the corresponding tiles.

given in terms of two types of shapes, which are called tiles according to terminology in tiling theory. Since we are considering capsids formed from identical proteins their locations are represented by opening angles of equal magnitude on the tile set. There are thus precisely five proteins located around the 72 five-coordinated vertices (of which 12 are located on the five-fold axes of icosahedral symmetry indicated by a 5 in the figure), each specifying the locations of the proteins in a pentamer. A special feature of the theory is the fact that tiles are not only idealised mathematical objects, but have a biological interpretation in terms of interactions between protein subunits : each rhomb tile represents an interaction between the *two* protein subunits represented by that tile (called *dimer interaction*), while each kite tile represents an interaction between the *three* proteins it encodes (called *trimer interaction*).

The new theory is well-suited to the description of the capsid structures of Papovaviridae while still reproducing the tessellations relevant to the viruses covered by the Caspar-Klug classification. Moreover, its predictive power and scope of applications is significantly enhanced with respect to Caspar-Klug Theory because it predicts besides the locations of the proteins also the locations of the intersubunit bonds between them.

3. Applications

Our theory for the structural description of viruses forms a basis for the construction of assembly models, because it specifies the locations of the bonds between the protein subunits that form an essential input in the modelling of the assembly process. In particular, we use this information to derive graphs that encode the structure and order of succession of the intermediate species (partly assembled capsids) that occur during self-assembly of the capsid proteins. These graphs are combinatorial

objects that are used to derive quantities of interest such as the concentrations of the assembly intermediates, and they hence characterize the assembly process [9]. Based on them, we have developed a method to quantify the change in assembly behaviour in dependence on changes in the association constants. Moreover, we have determined the dominant pathways of assembly via a master equation approach, and have analysed the geometric characteristics of the intermediate species represented by them, which has implications on potential strategies of interference with the assembly process for medical purposes [10].

With the same mathematical formalism we have furthermore characterised the additional covalent bonds in the capsids that are responsible for crosslinking, that is for the occurrence of networks of bonds that are organised in a chainmail construction and provide particular stability to the viral capsids [11]. We have shown that our approach can be used to classify these crosslinking structures, and that it provides a theoretical tool to probe whether crosslinking is possible for a given type of virus [12].

Many single-stranded (ss)RNA viruses organise a significant part of their genome in a dodecahedral cage as a RNA duplex structure that mirrors the symmetry of the capsid. We have further developed a model by Bruinsma and Rudnick for the structural organisation of the RNA in pariacoto virus based on results from graph theory and DNA network engineering [13]. We show that it is a representative of a whole family of cage structures that abide to the same construction principle, and derive the energetically optimal configurations.

Références

- [1] Caspar, D.L.D & Klug, A. (1962) Physical Principles in the Construction of Regular Viruses. *Cold Spring Harbor Symp. Quant. Biol.* 27, pp. 1.
- [2] Twarock, R. (2004), A tiling approach to virus capsid assembly explaining a structural puzzle in virology, *J. Theor. Biol.* 226, pp. 477.
- [3] R. Twarock (2005) The architecture of viral capsids based on tiling theory, *J. Theor. Medicine* 6, pp. 87.
- [4] Keef, T. and Twarock, R. (2005) A novel family of polyhedra as blueprints for viral capsids in the family of Papovaviridae, submitted to *J. Math. Biol.*.
- [5] Twarock, R. (2005) Mathematical models for tubular structures in the family of Papovaviridae, *Bull. Math. Biol.* 67, pp. 973.
- [6] Senechal, M. 1996 *Quasicrystals and Geometry*, Cam. Univ. Press.
- [7] Shechtman, D. *et al.* 1984 Metallic phase with long-range order and no translational symmetry. *Phys. Rev. Lett.* 53, 1951-1953.
- [8] Penrose, R. 1974 Pentaplexity. *Bulletin of the Institute for Mathematics and Applications* 10, 266-271.

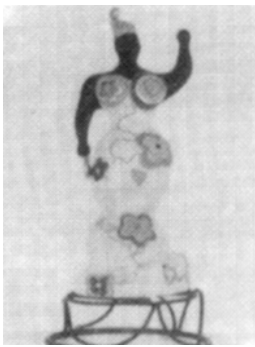
- [9] Keef, T., Taormina, A. and Twarock, R. (2005) Assembly Models for Papovaviridae based on Tiling Theory, *Phys. Biol.* **2**, pp.175.
- [10] Keef, T., Micheletti, C. and Twarock, R. (2005) Master equation approach to the assembly of viral capsids, to appear in *J. Theor. Biol.*
- [11] Helgstrand, Ch. *et al.* 2003 The Refined Structure of a Protein Catenane : The HK97 Bacteriophage Capsid at 3.44Å Resolution. *J. Mol. Biol.* 334, 885-899.
- [12] Twarock, R. and Hendrix, R. (2005) Crosslinking in Viral Capsids via Tiling Theory, *J. Theor. Biol.*, in press
- [13] Jonoska, N. and Twarock, R. (2006) A Note on Genome Organisation in RNA Viruses with Icosahedral Symmetry, in preparation.

Reidun Twarock

Departments of Mathematics and Biology, University of York, York YO10 5DD, UK.

E-mail : `rt507@york.ac.uk`

à propos de femmes



L'OCCIDENT ET SES MYTHES OU LA PROCRÉATION DANS LA SCIENCE-FICTION

Marika Moisseeff

Résumé. — Je vais essayer de montrer ici que la science-fiction doit être appréhendée comme une mythologie, au sens anthropologique du terme, dont le contenu et la fonction ne peuvent être compris qu'en référence à l'aire culturelle au sein de laquelle elle a émergé : l'Occident moderne où les sociétés accordent une place prééminente à la science dans les représentations autant que dans les pratiques.

Je commencerai par définir ce qu'est une mythologie. Puis je présenterai l'analyse d'un ensemble représentatif de productions populaires ayant trait à la reproduction. On verra qu'elle permet d'éclairer les soubassements de l'idéologie occidentale se rapportant à la différence des sexes et des cultures.

Selon Vernant, une mythologie peut être appréhendée comme un cadre formel utilisé « pour exprimer et transmettre, dans une forme narrative différente des énoncés abstraits du philosophe ou du savant, un savoir concernant la réalité, une vision du monde, ce que G. Dumézil appelle une idéologie » (Vernant, 1982 : 245-246). L'idéologie dont il est ici question intègre à la cosmologie propre à une aire culturelle donnée un système de valeurs censé expliciter la hiérarchisation des phénomènes naturels et socioculturels. De fait, une cosmologie est « un ensemble plus ou moins cohérent de représentations portant sur la forme, le contenu et la dynamique de l'univers : ses propriétés spatiales et temporelles, les types d'êtres qui s'y trouvent, les principes ou puissances qui rendent compte de son origine et de son devenir » (Viveiros de Castro, 1991 : 179).

La mythologie exprime et transmet une idéologie d'une manière qui lui est propre. A la différence des sciences, elle ne s'exonère ni de jugements de valeur – elle pousse à s'interroger sur le sens du bien et du mal –, ni d'une spéculation sur les finalités de l'homme et de l'univers. Mais, à la différence de la théologie, elle apporte moins de réponses ou de solutions qu'elle n'incite à les chercher perpétuellement :

Version abrégée de l'article «La procréation dans les mythes contemporains : une histoire de science-fiction.» paru en 2006 dans *Anthropologie et sociétés*, vol. 29, n° 2 : 69-94.

elle prend la forme d'une vérité cachée, d'un message crypté dont la signification se déroberait sans cesse à l'intelligence de l'homme, soulignant ainsi le fossé infranchissable entre accès à la connaissance et accès à la vérité. La vérité renvoie toujours à un type de transcendance. C'est pourquoi, dans un mythe, les « personnages dont les actions déterminent la série des changements qui se produisent entre la première et la dernière séquence de la narration, sont des Puissances de l'au-delà, des agents surnaturels dont les aventures se déroulent dans un autre temps, sur un autre plan et suivant un autre mode d'être que ceux de la vie ordinaire » (Vernant *ibid.* : 210). Pour que les destinataires du mythe se déprennent de la réalité actuelle, son action se doit, en effet, d'être située dans un ailleurs temporel (les temps primordiaux ou, au contraire, futurs) et/ou spatial, renvoyant à des dimensions ordinairement inaccessibles au commun des mortels (sous terre, au ciel, ou dans d'autres galaxies).

Toutefois, le mythe doit être en phase avec la réalité puisqu'il est censé révéler le sens caché de l'événement qui suscite sa narration (au décours d'un accident, d'une mort, d'un rite, d'une catastrophe, d'une découverte scientifique ou technique). Les phénomènes apparents de la réalité actuelle sont rapportés à des principes – originaires, dynamiques et transcendants – qui peuvent prendre l'aspect de divinités ou de forces cosmiques, à l'instar de « l'évolution » ou de l'hélice d'ADN. Les mythes, quoique atemporels et situés « ailleurs », sont censés receler le sens des événements prenant place ici et maintenant, présentés comme les effets de ces puissances invisibles, aux visages multiples selon la cosmologie en vigueur. La dramaturgie du mythe combine le registre de la réalité et celui de l'intelligibilité de cette réalité ou, autrement dit, les effets et leurs causes. Et si la réalité est changeante, les ressorts de son intelligibilité sont censés être immuables.

La mythologie doit être appréhendée comme la représentation imagée et dramaturgique d'une cosmologie qui est elle-même une conception du monde, c'est-à-dire une représentation. De ce point de vue, la mythologie procède d'un travail de méta-représentation : elle ne prétend pas représenter le monde tel qu'il est, mais la représentation correspondant à l'idéologie d'une aire culturelle donnée. Alors que le travail scientifique prétend offrir une représentation du monde cohérente avec la perception de sa physicalité, le travail mythologique a tout autre vocation : donner consistance à une représentation du monde. La science et la mythologie renvoient à deux types de travail de représentation qui, bien que fondamentalement distincts, entretiennent néanmoins des relations d'interdépendance : tous deux visent à fournir une matrice *générale* d'intelligibilité, et chacun peut être source d'inspiration pour l'autre.

1. Logos et *muthos*

Le discours argumenté qui est celui de la science, et qui se dénomma d'abord *logos*, naît en Grèce au moment où la philosophie s'émancipe dans un même élan de

la théologie et du discours mythologique. Dès Aristote, nous dit Vernant, « le dialogue [entre *muthos* et *logos*] est impossible, la coupure consommée. Même lorsqu'ils semblent viser le même objet, pointer dans la même direction, les deux genres de discours restent mutuellement imperméables » (*ib.* : 202). L'autonomisation ultérieure, entre le XVIIe (Newton) et le XIXe siècle, tout d'abord progressive puis accélérée et définitive, de la science vis-à-vis de la philosophie, inaugure l'entrée des sociétés occidentales dans la modernité. On peut parler d'émancipation définitive de la science vis-à-vis de la métaphysique lorsque les sciences humaines – psychologie, sociologie, ethnologie – s'autonomisent à leur tour du tronc commun de la philosophie. Nous sommes alors dans la deuxième partie du XIXe siècle. Je suggérerai ici que l'émergence, à la même époque, d'un nouveau corpus de récits, de forme non introspective, qu'est la science-fiction n'est pas fortuite mais qu'elle exprime la nécessité impérieuse, face à la concomitance du désenchantement du monde et du morcellement extrême de la science, d'une nouvelle alliance entre *muthos* et *logos*. De fait, ce genre discursif va se nourrir des connaissances scientifiques contemporaines pour les extrapoler et les tirer du côté de la réflexion éthique et de la métaphysique.

Les discours scientifiques sont disparates car ils renvoient à des disciplines disjointes entre elles : sciences mathématiques, physiques, biologiques, sciences dites humaines, etc. qui sont elles-mêmes subdivisées en sous-disciplines, elles-mêmes subdivisées en différents champs d'observation et d'application. La mythologie chargée d'exprimer et de transmettre la cohérence de la vision du monde générée par l'universalité de la perspective scientifique, c'est-à-dire l'idéologie de la culture occidentale contemporaine, va avoir pour vocation d'offrir une représentation globalisante d'un ensemble de représentations scientifiques appréhendées, d'ordinaire, à partir de points de vue fondamentalement distincts. Mais elle se doit également de reconnecter cette vision globale des connaissances avec la téléologie, c'est-à-dire avec une perspective sur les finalités de l'humanité. Et, de fait, si la science-fiction s'est donnée pour vocation première la vulgarisation des connaissances scientifiques et l'anticipation de ses futures applications techniques (*cf.* Jules Verne), elle a assez vite été sous-tendue par une réflexion métaphysique et/ou éthique (de H. G. Wells à 2001 *L'Odyssée de l'espace* et *Matrix*, en passant par Huxley et Orwell).

La science-fiction donne corps, au moyen des images concrètes qu'elle élabore, à un ensemble de notions abstraites. Et ces images, parfois horribles et toujours fascinantes, reconnectent le *logos* « au dramatique et au merveilleux », c'est-à-dire au *muthos*, invitant le lecteur ou le spectateur à une participation émotionnelle, toutes choses auxquelles le *logos* a volontairement renoncé depuis son émergence dans l'antiquité grecque (Vernant : *ibid.* 199). Ce faisant, cette nouvelle forme de mythologie apporte une visibilité à l'idéologie des sociétés qui se sont rangées sous les auspices de la science, et les moyens de la questionner. En effet, la science-fiction se nourrira moins, au total, de l'enthousiasme des lumières que du désenchantement

qui s'ensuit, laissant augurer, pour les siècles à venir, des conséquences de la mise en oeuvre de projets scientifiques dans l'ordre du politique. Depuis Wells, l'un de ses premiers auteurs majeurs, la science-fiction est spéculative, éthiquement concernée et réflexive. Ainsi, dans sa *Guerre des mondes*, il établit un parallèle entre les effets dévastateurs du débarquement des Martiens sur terre et ceux des colonisateurs occidentaux sur les autres continents :

« Avant de les juger trop sévèrement, il faut nous remettre en mémoire quelles entières et barbares destructions furent accomplies par notre race, non seulement sur des espèces animales, comme le bison et le dodo, mais sur les races humaines inférieures. Les Tasmaniens, en dépit de leur conformation humaine, furent en l'espace de cinquante ans entièrement balayés du monde dans une guerre d'extermination engagée par les immigrants européens » (1950 [1898] : 14).

Dans ce roman, ce sont les Européens qui subissent une colonisation brutale, catastrophique et imprévue, imposée par des colonisateurs venus d'un ailleurs lointain, personnifiés par des extra-terrestres au savoir scientifique et technologique supérieur.

Le procédé narratif propre à la science-fiction offre aux écrivains la possibilité d'établir des passerelles entre, d'un côté, les différentes disciplines scientifiques, et de l'autre, les sciences et l'ordre politique ou moral. Il nous faut alors remarquer qu'une part très importante de la science et des techniques qui en sont ses émanations concrètes et tangibles, notamment la part devenue la plus accessible au grand public par divers procédés de vulgarisation de ses applications pratiques (PMA, IVG, contraception, clonage etc.), concernent la reproduction. Et cependant la philosophie occidentale, si prompte à s'emparer des problèmes éthiques et ontologiques que lui fournissent les sciences, est demeurée étonnamment peu prolix, depuis ses origines grecques, sur le thème de la reproduction et de l'écart que celle-ci impose entre les sexes. Au contraire, la science-fiction qui fait son apparition corrélativement, d'une part, à l'entrée des sciences dites naturelles dans la modernité et, d'autre part, à l'émergence d'une technologie de plus en plus sophistiquée s'appliquant au cosmos et au vivant, va s'emparer de ce champ apparemment laissé libre par la philosophie. De fait, reproduction et origines de la vie ont partie liée avec la cosmologie. Et si une mythologie, comme je l'ai suggéré au début, intrique cosmologie et questionnements éthiques, on comprendra que la science-fiction apparaisse comme la mythologie des sociétés occidentales contemporaines.

C'est ce que je me propose de montrer en examinant certaines œuvres de science-fiction ayant trait à la reproduction.

2. Direction *Le Meilleur des mondes*

Selon un article humoristique paru fin 1999 (Sorg, 1999 : 13), le fait que des humains technologiquement aussi évolués que ceux de l'an 2000 aient été « enfantés à

l'intérieur de leur mère, comme les animaux » apparaîtrait remarquable aux yeux de l'humanité des temps futurs. Cette équivalence entre grossesse – la nécessité d'être englobé dans un corps de femme avant de naître – et animalité est récurrente dans nombre d'œuvres de science-fiction. Ainsi, dans *Le Meilleur des mondes* (Huxley, 1932), œuvre inaugurale en la matière, les enfants sont fabriqués en flacon et élevés dans des centres spécialisés ; la *viviparité*, terme scientifique utilisé à dessein par Huxley pour signifier l'horrible obligation animale d'en passer par un ventre féminin pour naître, y est perçue comme une infâme chose du passé, ne subsistant plus qu'à l'état de survivance honteuse dans quelques réserves de sauvages. L'apogée de la civilisation correspond dans cette utopie à l'avènement de la stérilisation généralisée.

Dans ce mythe d'anticipation, la pornographie est rattachée, non au sexe, mais à l'enfantement. Alors que les adultes s'adonnent à volonté aux activités érotiques, s'extasiant devant les ébats sexuels des bambins dans les cours de récréation, ils sont offusqués lorsqu'on leur rappelle l'origine vivipare de l'humanité. Dans cet univers sans mère, le sexe est roi. La chasteté apparaît, en revanche, comme l'une des pires perversions car elle prévient l'accession à l'expérience spirituelle la plus noble – l'orgasme – dans la civilisation ayant atteint le plus haut degré d'évolution. Plaisir sexuel et activités reproductrices sont posés comme fondamentalement antithétiques. Pour jouir pleinement, c'est-à-dire pour être des « civilisés » à part entière, il faut être libérés du joug reproducteur. L'érotisme est l'apanage de l'humanité. Il s'inscrit pleinement dans la culture tandis que l'enfantement rabaisse au niveau de la nature et, par là, de l'animalité. C'est pourquoi l'éradication de la maternité indique la voie du progrès : « La civilisation, nous répète Huxley, c'est la stérilisation » (1998 : 130 et 141).

Ce récit d'anticipation reflète admirablement l'évolution des représentations et des pratiques touchant à la sexualité dans les sociétés occidentales où activités érotiques et procréation tendent à être appréhendées comme relevant de domaines distincts et qu'il faudrait séparer à tout prix : les individus sont censés, pour accéder à une sexualité épanouie, se prémunir contre la grossesse. On met donc à leur portée, dès qu'ils sont pubères, des moyens contraceptifs efficaces. La fécondité des femmes est assimilée à une maladie qu'elles doivent traiter de la puberté à la ménopause ; et lorsqu'elles souhaitent enfanter, elles doivent s'adresser à des spécialistes, gynécologues et obstétriciens, qui ont la charge plus ou moins exclusive de la grossesse. La procréation est devenue le domaine réservé du « médicalement assisté » .

Que l'émancipation sexuelle soit redevable aux moyens développés pour contrôler la fécondité, comme Huxley le subodorait dès 1932, nul ne peut en douter. Mettre la grossesse sous contrôle a, en outre, autorisé la possibilité d'instituer l'égalité des sexes. De fait, cette phase de la reproduction sexuée dévolue aux seules femmes

confine à une asymétrie entre les sexes quasi intolérable dans le cadre d'une idéologie qui se fonde sur l'égalité. Dans cette optique, l'égalité entre hommes et femmes doit en passer par la symétrisation des rôles sexuels, masculins et féminins, paternels et maternels. Seul obstacle : la gestation, la nécessité d'en passer par un corps maternel pour naître et pour faire naître. Une solution envisageable ? Faire en sorte que les humains ne soient plus enfantés à l'intérieur d'un corps de femme mais dans un environnement asexué.

Pour devenir l'égale de l'homme, la femme devrait donc sacrifier ce qui était son exclusive : la grossesse, voire l'enfant. Nous ne sommes plus ici au niveau de la seule utopie : pour accéder à un statut social équivalent à celui des hommes, bien des femmes choisissent de ne pas avoir d'enfants, tandis qu'en ex-RDA, à la suite de la vague de chômage qui a suivi la réunification, « des centaines se sont fait stériliser, pour prouver à un éventuel employeur qu'elles n'auraient plus de nouvelles contraintes familiales » (Manier, 1995 : 10). Ces faits entrent en résonance avec le commentaire de Bettina Rheims sur l'une des photos de son exposition *INRI* : « Marie est la nouvelle Eve qui sauve les femmes et le monde en sacrifiant son enfant ». Osons une interprétation des paroles de l'artiste. L'immaculée conception, c'est-à-dire la disjonction entre sexualité et procréation, combinée au sacrifice de l'enfant, libérerait les descendantes d'Eve, la mère originaire, de l'héritage abject qu'elle leur a légué : une forme archaïque de maternité. Eve est coupable d'être une mère à l'ancienne. Marie, la moderne, s'y substitue pour sauver les femmes et racheter ainsi l'humanité toute entière, en assumant une reproduction asexuée, signe précurseur de l'avènement d'un monde meilleur, plus évolué, plus civilisé.

3. *Alien*, une initiation féminine

Dans l'iconographie hollywoodienne, la figure de la Rédemption est incarnée par le lieutenant Ripley, l'héroïne d'*Alien*, une superproduction en quatre épisodes : *Le huitième passager* (Scott 1979), *Le retour* (Cameron 1986), *Alien 3* (Fincher 1993), *La résurrection* (Jeunet 1997). Elle doit, elle aussi, pour sauver l'humanité, sacrifier la progéniture qu'une créature extraterrestre, Alien, la contraint à enfanter. Le seul objectif de ce monstre – une sorte d'insecte géant – est de se reproduire en transformant ses victimes en cocons : le contenu de ses œufs est implanté dans leur poitrine et, au terme d'une gestation rapide, l'accouchement du nouveau-né provoque l'explosion de l'hôte porteur. Pour les militaires de cette saga, Alien – alias la grossesse – apparaît comme l'arme idéale : pour exterminer ses ennemis il suffirait de les faire engrosser par la bête. Dans le domaine de la science-fiction, *Alien* constitue une suite logique du *Meilleur des mondes* : devenue persona non grata sur terre, la viviparité contre laquelle les humains du futur se croyaient définitivement immunisés, se rappellerait à leur bon souvenir en réapparaissant dans les cieux.

L'appropriation de la maternité par l'institution médicale tend à renforcer son caractère sacré et énigmatique. Et la possibilité d'envisager la procréation indépendamment de la sexualité grâce à la biotechnologie (FIV, bébés éprouvette, clonage) tend à focaliser l'objectif des caméras sur le champ obstétrical. La fonction reproductrice féminine peut alors se manifester dans l'imaginaire culturel sous la forme d'une entité autonome, située en dehors du corps de la femme. Elle prend l'aspect d'une bête dont le masque monstrueux recouvre les pouvoirs féminins occultes et mortifères. Et, dans ce monde du futur où règnent la mixité et l'égalité des sexes, seule une femme est à même de combattre cette « survivance » aberrante qu'est la reproduction naturelle. Pandora-Ripley doit exterminer ce qui jaillit de son amphore-utérus : les monstres jaillissent des oeufs pondus par une espèce extraterrestre constituée uniquement de femelles. Cette nouvelle mythologie, en nous faisant assister au face-à-face entre *La* femme et sa fonction procréatrice, fait donc ressurgir de manière dramatique ce qui tend à être occulté dans nos sociétés « égalitaires » : une asymétrie primordiale en faveur des femmes au plan de la reproduction qui permet de leur attribuer des pouvoirs exclusifs.

Je propose donc de voir la saga *Alien* comme l'allégorie d'une initiation féminine au cours de laquelle l'héroïne doit apprendre à juguler sa puissance maternelle. Considérons la trame du scénario d'*Alien* :

Une jeune femme est extraite de son milieu habituel – la terre –, pour être immergée dans un environnement sauvage, non domestiqué – l'espace intergalactique –, où elle doit affronter bon nombre d'épreuves qui la confrontent à la part de la féminité à laquelle elle n'a pas encore accédé : la maternité qui la terrifie et qui revêt, pour elle, la forme hideuse d'un monstre. Elle est toutefois conduite à l'assumer progressivement : au cours des quatre épisodes, elle est successivement mère nourricière d'un chaton, mère adoptive d'une fillette, génitrice d'une femelle puis d'un mâle non humains. Elle finira ainsi par incorporer la part animale qui la consacre femme. Elle devra pour cela subir l'épreuve ultime, la mort, pour renaître de ses cendres totalement métamorphosée, encore plus forte et féminine qu'avant. Elle est alors à même de terrasser définitivement le dragon maternel, ce qui l'autorise à réintégrer la société humaine en revenant sur terre.

Les initiations masculines et féminines qui ont cours dans certaines sociétés bien réelles légitiment l'accession des individus à un rôle procréateur qui les fait passer du statut d'enfant à celui d'adulte habilité à devenir parent (cf. Moisseeff 1992, 1995, 1998). L'initiation de l'héroïne d'*Alien*, en revanche, la conduit à forclure son rôle maternel : elle l'incorpore, certes, mais pour mieux le faire taire en tuant la progéniture qu'elle a elle-même générée. Les objectifs des initiations traditionnelle et utopique sont inversés : dans un cas, il revient aux hommes, les initiateurs masculins, de favoriser l'expression de la maternité, dans l'autre, c'est à la femme de la forclure. Dans les sociétés occidentales du futur, il ne s'agira pas tant pour la femme postmoderne,

personnifiée par la star de cinéma Sigourney Weaver, d'assumer une fonction maternelle imposée par les hommes que de participer, en tant que commandante en chef, à sa maîtrise, en utilisant éventuellement l'ectogenèse, c'est-à-dire l'utérus artificiel (cf. Atlan, 2005).

Le cycle reproducteur de type parasitaire de l'espèce femelle dénommée *Alien* est un prétexte pour décrire la grossesse sous la forme d'une infestation. Condensons les différentes acceptions que recouvre le terme *alien* dans *The concise Oxford Dictionary* : implantation dans un milieu, qui n'était originellement pas le sien mais auquel il s'est acclimaté, d'un spécimen hostile et répugnant venu d'ailleurs. Dans cette optique, il y aurait d'un côté, la femme, tout à fait digne d'être l'égale de l'homme et, de l'autre, la matrice qui, tel un animal archaïque, mue à chacun de ses cycles menstruels, et est susceptible de devenir l'habitable d'un hôte indésirable et létal. Si la femme doit être traitée, de la puberté à la ménopause, c'est que son utérus la rend vulnérable à une infestation induite. La reine pondreuse d'*Alien*, ses oeufs, les cocons-chrysalides gluants qui tapissent ses lieux de nidification renvoient à l'ignominie du processus qui sous-tend l'enfantement naturel.

Dans le premier épisode de la saga, *Alien* est décrit comme un « organisme parfait » « qui a des capacités d'adaptation extraordinaires » et dont la « perfection n'a d'égale que son hostilité », « un survivant qui n'est pas souillé par la conscience, le remords ou les illusions de la moralité ». Selon moi, ce survivant susceptible d'anéantir une humanité ayant atteint le plus haut degré d'évolution technologique est la grossesse, symbole de la viviparité. Elle est perçue comme une force organique à nulle autre pareille qui investit aujourd'hui le corps féminin mais pourrait bien, à l'avenir, être transformée, grâce à la technologie la plus sophistiquée, à savoir la biotechnologie, en arme biologique suprême qui métamorphoserait l'ennemi en esclave reproducteur, sacrifié sur l'autel de la déesse Maternité.

4. Malthus et Darwin : deux précurseurs de la mythologie contemporaine

La théorie darwinienne de l'évolution accorde une importance particulière aux modes de reproduction dans la classification et l'ordonnement des espèces les unes par rapport aux autres : on passe des espèces inférieures – insectes, poissons, etc. – qui pondent des millions d'oeufs, aux mammifères inférieurs engendrant plusieurs individus par portée, puis aux mammifères les plus évolués que sont les primates qui n'ont, en règle générale, qu'un enfant par portée. La propagation de cette perspective dans le grand public autant que dans les milieux scientifiques a conduit les Occidentaux à appliquer le schéma de l'évolution aux classes sociales et aux groupes culturels. La plupart sont aujourd'hui convaincus que le degré d'évolution d'une société est inversement proportionnel à son taux de fécondité : les sociétés les plus riches et les plus développées sur le plan technologique sont aussi les moins fécondes, les plus pauvres et les plus « archaïques » seraient les plus prolifiques. D'où

l'inférence d'une relation mécanique entre la démographie et le degré d'évolution d'une population, et le glissement subreptice d'une hiérarchisation entre classes ou entre ethnies à une hiérarchisation en termes biologiques, voire génétiques.

Dès le XVIII^e siècle, la démographie galopante des pauvres devient, en Occident, un sujet de préoccupation pour les classes privilégiées. En témoigne le célèbre pamphlet de Swift, *Une Modeste proposition pour empêcher les enfants des pauvres de devenir un fardeau pour leurs parents* (1729), où l'auteur suggère avec humour de résoudre la misère de la surpopulation par l'anthropophagie. Mais en témoigne aussi l'émergence, au cours de ce même siècle, de ce que Foucault (1976) appelle « biopolitique de l'espèce humaine » ou mise en place d'un « biopouvoir » consistant à calculer la proportion des naissances et des décès, et le taux de fécondité des populations pour en assurer le contrôle.

Malthus, en publiant différentes versions de son *Essai sur le principe de population en tant qu'il influe sur le progrès futur de la société*, dont la première paraît en 1798, va apporter de l'eau au moulin de ceux que la proliféricité des pauvres inquiète. Son raisonnement est simple : en l'absence de guerre, de famine ou d'épidémie catastrophique du type peste, la tendance des populations est de s'accroître de façon exponentielle, en sorte à épuiser les ressources dont elles ont besoin sur un territoire donné, ce qui les porte à la conquête d'autres territoires. Darwin explique dans son autobiographie que la lecture de Malthus lui a donné la clé de sa théorie de l'évolution. Il en inversera cependant les propositions en accordant une valeur positive à la proliféricité (Serre, 1984) : sur un territoire donné, l'espèce qui est apte à produire le plus grand nombre de descendants tend à éliminer les autres.

La perspective malthusienne va ancrer dans l'imaginaire occidental la croyance selon laquelle les besoins d'une population humaine qui ne cesse de s'accroître finiront par dépasser les ressources terriennes. D'où le succès, dès le XIX^e siècle, des mouvements malthusiens et néomalthusiens qui prônent un contrôle sévère de la reproduction pour assurer la survie de l'humanité et le maintien de sa capacité à progresser. En effet, d'après leurs sympathisants, la prévention des naissances (*birth control*), « accompagne naturellement les progrès du niveau de vie et de la culture » (Faure-Soulet, 1996 : 401). *Le Meilleur des mondes* et *Retour au meilleur des mondes* d'Huxley extrapolent clairement l'optique malthusienne. Le massacre des populations par millions au cours des divers conflits qui ont émaillé la première partie du XX^e siècle voit le problème de la surpopulation passé à l'arrière-plan des préoccupations politiques. Il refait surface dans la conscience occidentale au décours de l'explosion démographique (*baby boom*) des années soixante. Les oeuvres de science-fiction sur ce thème vont se multiplier. Mentionnons, à titre d'exemples, les romans de Brunner, *Tous à Zanzibar* (1968), de Panshin, *Rite de Passage*, (1968), de Card, *La stratégie Ender* (1977) ; les films de Fleisher, *Soleil vert* (1973), et de Anderson, *L'Âge de cristal* (1976).

L'intrication des principes élaborés par Malthus et Darwin est au fondement de l'idéologie occidentale contemporaine. Elle amène les Occidentaux à percevoir les peuples prolifiques comme inféodés aux nécessités de la reproduction biologique : à l'instar des animaux, leurs objectifs principaux seraient de subsister et de perpétuer le groupe. Les peuples supérieurs, « civilisés » ont gravi un degré de plus sur l'échelle de l'évolution en domptant la nature, grâce au développement d'une culture technologique de plus en plus sophistiquée, mais, en contrepartie, ils sont devenus peu féconds. Ce sont les migrants issus de populations jugées, de ce point de vue, inférieures qui leur fournissent les moyens d'assurer le renouvellement de leurs générations. D'où la crainte que le métissage d'individus situés à des paliers différents de l'évolution n'entraîne la régression des sociétés hypofertiles à un stade antérieur, plus animal.

Le mélange des idées de Malthus et Darwin continuent d'ensemencer le terreau fertile que sont les cerveaux des scientifiques, des écrivains et des metteurs en scène.

5. Des humains et des insectes à Hollywood

Dans les films de science-fiction, les humains, c'est-à-dire l'espèce terrienne la plus évoluée, sont personnifiés par les Américains, c'est-à-dire les membres de la société humaine supposée la plus évoluée (la plus occidentale), leurs ennemis sont incarnés par les membres d'une autre espèce, souvent des insectes parasites géants et prolifiques. Cette autre espèce sert à figurer l'Autre, le moins évolué ou, au contraire, celui qui a dépassé le stade évolutif humain, ce qui l'aurait fait chuter à nouveau du côté de la société animale. Dans les deux cas, l'individu constituerait une infime partie de la collectivité à laquelle il pourrait être sacrifié. La supposée tendance des cultures qualifiées d'archaïques ou de primitives à se soumettre aux lois de la nature, et notamment à la reproduction naturelle, les vouerait à la surpopulation, mère de tous les maux. Elle expliquerait leur propension à adopter des régimes totalitaires peu propices à l'expression de la liberté individuelle et sexuelle. Ainsi, pour Huxley (1958) et de nombreux autres auteurs de science-fiction, il y aurait un lien inéluctable entre surpopulation et totalitarisme.

L'organisation des sociétés d'insectes dont les activités sont essentiellement de subsistance et de reproduction va servir de point d'appui à la représentation symbolique de la culture « archaïque » des sociétés « primitives ». Et ce d'autant plus que les nombreux documentaires sur les insectes les décrivent en termes anthropomorphiques – une reine pondreuse, des ouvrières et/ou des guerriers, des nourrices –, donnant l'impression que leur organisation sociale est comparable à celle des hommes. Ils se penchent sur le combat que se livrent les différentes espèces entre elles pour l'occupation d'un même territoire, et sur la capacité des unes à parasiter les autres en introduisant à l'intérieur du corps de leurs ennemis leurs propres

oeufs : les hôtes sont transformés en cocons nourriciers. L'aspect prédateur des femelles, dont la vie est présentée comme essentiellement consacrée à la survie biologique de l'espèce, est encore renforcé lorsqu'on les montre dévorant ou tuant les mâles immédiatement après qu'ils aient joué leur rôle d'inséminateur.

Les insectes renvoient donc, de façon privilégiée, à tout ce qui suscite tant d'effroi chez les Occidentaux : la pullulation, le grouillement, le parasitisme, la prédation maternelle, et l'absence de liberté individuelle. Mais l'effroi sous-tend aussi la fascination. C'est pourquoi les insectes sont les personnages de choix des films qui sont à la fois d'horreur et de science-fiction. Fourmis et abeilles y font merveille comme dans *The Savage Bees* (Geller, 1976) ou *Marabunta, Killer ants* (Charleston et Manasse, 1998). Les scénarios se réfèrent à la capacité des espèces venues d'Afrique ou d'Amérique du sud à envahir les territoires du nord en remplaçant les espèces natives plus pacifiques.

Suivant un schéma mythologique connu, les différences entre espèces vont servir à évoquer les différences (morphologiques et/ou sociologiques) entre groupes humains en compétition pour leur espace vital ; les planètes d'origine de ces espèces ennemies symbolisent, pour leur part, les continents respectifs des envahisseurs-migrants (l'Orient ou les pays du sud assimilés à une même galaxie lointaine) et ceux de leurs territoires cibles (l'Amérique du nord ou l'Europe, c'est-à-dire l'Occident assimilé à la terre). La fécondité des unes les pousse à émigrer car elle tend à appauvrir leurs ressources natives. L'intelligence des autres, les hypofertiles, en est une autre, et son accroissement est proportionnel à la diminution de leur fécondité : elle compense leur handicap démographique et les incite parfois à user d'armes biologiques pour se reproduire au dépens d'espèces inférieures plus prolifiques. Considérons quelques uns de ces mythes.

Au tout début du film *Starship Troopers* (Verhoeven, 1998) dont le scénario a été écrit à partir du roman de Heinlein (1959), un professeur explique à ses élèves que « les insectes sont supérieurs aux humains car ils se reproduisent en grande quantité et n'ont pas de moi ». L'humanité est menacée par les arachnides géants de la planète K qui ont atteint un niveau de surpopulation telle qu'il leur faut conquérir d'autres territoires. Ils envoient, à cet effet, des astéroïdes sur terre qui tuent les populations par millions. Ils sont dirigés par un chef de meute qui a l'allure d'un gigantesque acarien muni d'une bouche-vulve glaireuse d'où sort un dard avec lequel il aspire le cerveau des humains. Fort heureusement, les jeunes soldats vont exterminer cette espèce qui vise à émigrer. Les images du film rappellent à s'y méprendre celles des reportages sur la guerre du golfe... Gageons que Verhoeven s'en est inspiré et a substitué aux soldats irakiens qui avaient envahi le Koweït, des insectes géants colonisateurs.

Dans le film *X-tro* (Davenport, 1983), un père qui a été kidnappé par des extraterrestres revient sur terre pour chercher son fils. Il féconde à nouveau son ex-femme

et transforme la baby-sitter en chrysalide d'où s'échappent des dizaines d'œufs donnant naissance, dans les jours qui suivent, à un bataillon de petits garçons. Lorsqu'il atterrit subrepticement dans la nuit, il a la forme d'un insecte, un genre de phasme ou de grosse sauterelle. Pour reprendre figure humaine il provoque son auto-engendrement en s'inoculant dans une femme qui meurt dans d'atroces souffrances lorsqu'il sort d'elle sous la forme d'un homme adulte. Le héros de *La mutante II* (Medak 1998), dont les gènes ont été infiltrés par de l'ADN martien, lui aussi, ne cesse d'inséminer des femmes ; leurs ventres explosent en donnant naissance à de petits garçons dont la destinée est de se substituer aux humains qu'ils ont vocation à infester en engrossant leurs femmes. Ici encore, les migrants de l'espace évoquent ceux bien plus réels du tiers monde à la fertilité menaçante. C'est pourquoi les organismes internationaux dépensent beaucoup pour inciter les Orientaux et les Africains à maîtriser la fécondité de leurs femmes, en insistant sur les dangers qu'ils leur font encourir en leur refusant la contraception ou la stérilisation que les mâles occidentaux sont obligeamment prêts à leur offrir.

La science-fiction permet de « regarder » autrement l'idéologie occidentale. Elle révèle ses soubassements évolutionnistes et racistes masqués par son apparent humanisme. Les monstres prolifiques mis en scène personnifient les migrants venus de l'Est et du Sud de la planète et leurs descendants, les jeunes de banlieue, perçus comme de potentiels prédateurs. Dans cette perspective, un autre aspect du mode de développement des insectes va jouer en leur faveur sur la scène hollywoodienne : les stades successifs par lesquels ils passent pour atteindre leur forme définitive, œufs, larves, nymphes-chrysalides, insecte adulte proprement reproducteur. Cette métamorphose va servir à symboliser la transformation des adolescents au cours de la phase pubertaire, c'est-à-dire leur passage d'un état stérile à un état fertile. Ainsi, dans *La Mutante* (Donaldson 1995), le scénariste fait correspondre la phase pubertaire d'une alien issue d'un ADN extraterrestre à son passage par un état de chrysalide d'où s'échappe une reproductrice pleinement développée. La petite fille jusqu'alors inoffensive se transforme, lorsqu'elle accède à sa puissance reproductrice, en prédatrice cherchant à avoir des rapports sexuels dans l'unique but de se reproduire ; elle tue ses partenaires sexuels dès qu'ils ont rempli leur office, telle la mante religieuse et la veuve noire. Dans *La Mutante 2*, les enfants du mâle humain dont l'ADN a été infiltré par des gènes martiens se transforment, eux aussi, en chrysalides : ces dizaines de petits garçons, nés en tuant leur maman, s'élèvent vers le plafond grâce à des tentacules qui leur sortent du nez. Ils sont alors transformés en cocons d'où éclosent des prédateurs inséminateurs, fin prêts, comme leur papa, à infester l'humanité.

6. L'enfant venu d'ailleurs et l'homme parasite

La saga *Alien* est un des nombreux avatars hollywoodiens de *La Chose d'un autre monde* (Nyby et Hawks 1951). Dans les années cinquante et soixante, c'est-à-dire au

temps de la guerre froide et en plein Maccarthysme, cette chose répugnante incarne à merveille le péril communiste, l'éventualité d'une invasion par les gens de l'Est. Mais si ce type de monstre venu d'ailleurs refait régulièrement surface, c'est qu'il sert à désigner, plus fondamentalement encore, l'aspect bestial et invasif de la procréation naturelle.

De fait, l'un des enjeux de la recherche médicale contemporaine, et plus précisément de l'immunologie, est de rendre compte du mystère du développement dans le corps maternel d'un corps étranger (*alien*) : le bébé. Cette façon de concevoir le bébé comme *étranger*, parasite prenant possession du corps maternel, transparaît dans bien des oeuvres de science-fiction écrites par des maîtres du genre : *Les Amants étrangers* (Farmer 1961 ; voir aussi Moisseeff 2004) ; *Le village des Damnés* (Rilla 1960, Carpenter 1995, d'après un roman de Wyndham 1957) ; *The Stranger within* (Matheson 1974). Dans *The Puppet Masters*, roman de Heinlein (1951) mis en scène par Orme (1994), des créatures extraterrestres ayant la forme de grosses limaces tentent de subordonner l'espèce humaine en se branchant sur le système nerveux des individus qu'ils prennent pour hôtes afin de contrôler leur corps et leurs pensées, les transformant en marionnettes sans volonté propre.

The Puppet Masters a, sans nul doute, inspiré les séries télévisées à succès *Les Envahisseurs* (Cohen 1967-1968), *X-files* (Carter 1993-2002), *First Wave* (Brancato et Coppola 1998-2001), et est aussi probablement à l'origine de la création des Goa'ulds, les parasites extraterrestres de la série *Stargate SG - 1* (Glassner et Wright, débutée en 1997). Les Goa'ulds utilisent les humains des divers mondes comme hôtes porteurs au travers desquels ils s'incarnent et qu'ils transforment ainsi en esclaves depuis la nuit des temps : leur intelligence supérieure leur aurait permis de développer une technologie extraordinaire dont seraient issues les pyramides d'Égypte et l'art maya...

Dans *The Stranger within* et ses avatars plus récents, tels *Progeny* (Yuzna, 1998) ou l'intrigue qui sous-tend les deux dernières saisons d'*X-Files*, les héroïnes, respectivement Ann, Sherry et Dana Scully, sont inséminées par des extra-terrestres alors qu'il leur était *a priori* impossible d'enfanter : le mari d'Ann a subi une vasectomie ; Dana Scully et le mari de Sherry sont, eux, stériles. Leurs bébés se développent d'une façon accélérée et ont des capacités supranormales dont ils se servent pour communiquer avec leur mère, l'incitant à les défendre contre la malveillance de ceux que ces grossesses anormales inquiètent.

Dans *Le village des damnés*, toutes les femmes en âge de procréer d'un petit village anglais paisible sont mystérieusement inséminées en même temps, y compris les vierges, les stériles et celles dont le mari était absent. Les enfants qui naissent de cette conception asexuée inexplicable sont tous semblables, blonds aux yeux bleus, d'une intelligence supranormale et usent de la télépathie pour communiquer entre eux et pour lire dans les pensées. Ils sont dépourvus de tout affect et punissent sans

vergogne leurs parents adoptifs, de même que les autres adultes cherchant à leur barrer la route. Ils usent alors de leur regard et de leur capacité télékinétique. Ils constituent ensemble une seule et même entité, une sorte d'essaim venu de nulle part dont l'objectif est simple : utiliser les femelles humaines comme mères porteuses car leur espèce a perdu la capacité de se reproduire par elle-même, et supplanter à terme une humanité qu'ils méprisent car ils la jugent très inférieure à eux.

La plupart des auteurs de SF manient superbement la métaphore et l'auto-réflexivité : les mâles occidentaux, au moment de leur expansion vers des territoires dont ils ont indûment pris possession, ont été à même d'engrosser les femmes de « races » qu'ils estimaient inférieures ; de même qu'aujourd'hui la fécondité des pauvres du tiers monde, via l'immigration ou l'adoption de leurs enfants, sert à compenser leur propre infécondité. Une simple transposition permet alors d'imaginer qu'une espèce encore plus évoluée, ayant donc perdu toute capacité à se reproduire par elle-même, pourrait faire subir le même sort aux terriens les plus évolués. Les auteurs de SF suggèrent que le maintien d'un équilibre entre intelligence et affect, l'affectif sous-tendant les processus d'identification avec des semblables, est indispensable pour éviter qu'une humanité ayant atteint les cimes de son évolution ne retombe dans le collectivisme d'une société animale, un péril auquel a succombé la *race nordique des seigneurs* blonds aux yeux bleus. De fait, les nazis ont tenté d'imposer une maîtrise totale de la reproduction. En effet, dans la cosmologie occidentale moderne, si l'évolution des progrès scientifiques et techniques est bien perçue comme linéaire, celle des entités telles qu'individus, sociétés ou civilisations, espèces et astres est, en revanche, conçue comme cyclique : de même que la sénilité et la stérilité suivent l'accession à une maturité féconde chez l'individu, le déclin suivrait irrémédiablement l'apogée de tout phénomène. L'émergence de nouvelles entités est au prix de la disparition de celles qui les ont précédées. 2001, *l'Odyssée de l'espace* illustre admirablement cette perspective quant à l'involution et à la métamorphose que nous sommes voués à subir en tant que véhicules des grandes forces cosmiques et génétiques (Clarke, 1968 ; Dumont et Monod, 1970).

Dans de nombreuses œuvres récentes, les chevaliers de l'Apocalypse susceptibles de hâter la disparition de l'humanité ne sont pas des extraterrestres mais des chercheurs en biotechnologie (voir, par exemple, le roman de Cook, *Mutation*, 1989, ou le film de Hamm, *Godsend, Expérience interdite*, 2004), encore que ces derniers ne dédaignent pas, à l'occasion, l'aide que peuvent leur apporter les extraterrestres (*X-File*).

A ce point de l'analyse, il est utile de rappeler que, dans les plus éminents laboratoires de biogénétique, une nouvelle théorie a vu le jour : les mâles seraient des parasites se servant des femelles pour reproduire leurs gènes car ils en sont, à eux seuls, incapables, tout comme les parasites et les virus (Gouyon, 1995). Il est difficile de ne pas établir un parallèle entre, d'une part, les créatures malveillantes des

films de science-fiction et d'horreur qui se servent d'hôtes porteurs humains pour prendre corps car ils sont inaptes à se reproduire entre eux et, d'autre part, la figure du mâle parasite inoculant ses gènes aux innocentes victimes que seraient les femelles. La science-fiction n'est-elle pas destinée à inspirer à son tour les théories scientifiques ? Nombre de chercheurs affirment être ou avoir été des lecteurs boulimiques de science-fiction.

L'appropriation des pouvoirs féminins par les hommes est une thématique que l'on retrouve au fil des rites et des mythes plus traditionnels. Elle sert alors à justifier la supériorité masculine. Dans la mythologie occidentale contemporaine, en revanche, ceux qui tentent d'accaparer les pouvoirs reproducteurs féminins (les militaires, les biotechnologistes, les extra-terrestres) sont définitivement du côté des méchants.

7. Vivipares ou clones ?

La morale des histoires que je viens de conter est simple : la femme a intérêt à se soumettre à une contraception libératrice, et l'humanité évoluée à développer d'autres modes de reproduction, artificiels, plutôt que de rester subordonnée à mère Nature dont la cruauté peut s'avérer sans égal. Toutefois, la possibilité d'imaginer un monde où la procréation artificielle, *in vitro* ou par clonage, serait généralisée ne participe plus de l'utopie, comme l'illustre l'affirmation du Professeur Weil, immunologiste, dans la revue *Géopolitique* (2004 : 23) :

« Je suis convaincu que, très vite, la reproduction ne se fera plus qu'en laboratoire, *in vitro*. Le mode de reproduction à l'ancienne ne sera plus qu'exceptionnel. C'est inévitable étant donné la façon dont la société évolue : les femmes font des carrières, passent des diplômes et, à 40 ans, veulent un enfant qu'elles n'ont pas eu le temps de faire avant. La solution, c'est de prélever à 18 ans les ovocytes et les spermatozoïdes en prévision de ce désir futur et de les mettre en attente. On aura ainsi des cellules germinales fraîches que l'on pourra utiliser à volonté pour une FIV ».

Certains auteurs de science-fiction prophétisent aussi l'émergence de sociétés humaines matriarcales dans lesquelles les femmes se reproduiraient par clonage et/ou s'accapameraient les réserves spermatiques des hommes : voir, entre autres, *Les Hommes protégés* (Merle, 1974), *La Jeune fille et les clones* (Brin, 1993), *Chroniques du Pays des Mères* (Vonarburg, 1999), *Pollen* (Wintrebert, 2002).

Le mode d'expression de la science-fiction – narratif, imagé, générateur d'émotion – l'oppose aux discours scientifiques alors même que son contenu s'en inspire. Son analyse éclaire les soubassements de l'idéologie des sociétés où elle est née. La culture est, en Occident, essentiellement rattachée aux activités de production artificielles, c'est-à-dire non programmées par le devoir de survie biologique. On tendra donc à qualifier d'archaïque toute espèce, toute société, tout genre, tout individu qui

consacre à la reproduction une part d'énergie estimée, selon ces critères, trop importante. Et on soulignera, par contraste, les vertus de la volupté sexuelle émancipée du joug reproducteur.

Au terme de cette présentation, il devient évident que les œuvres d'anticipation qui ont trait à la reproduction sont nombreuses et qu'elles reflètent l'évolution *contemporaine* des représentations et des pratiques occidentales concernant la différence des sexes et les distinctions culturelles. En les rabattant sur une distinction entre espèces, la puissance des images qu'elles sont à même de construire ou d'inspirer révèle la violence des rapports qui sont en jeu entre les sociétés, et l'idéologie raciste qui les sous-tend. De ce point de vue, elles représentent des supports pour développer une réflexion éthique qui ne concerne pas seulement le devenir des pratiques scientifiques mais aussi celui des relations entre cultures.

Références

- [1] Atlan H. *L'utérus artificiel*. Paris, Editions du Seuil, 2005.
- [2] Brin, D., 1997 [1993], *La Jeune fille et les clones*. Paris, Pocket.
- [3] Brunner, J., 1972 [1968], *Tous à Zanzibar*. Paris, Editions J'ai Lu.
- [4] Card, O. S., 1994 [1977], *La Stratégie Ender*. Paris, Editions J'ai Lu.
- [5] Clarke, A. C., 1968., 2001, *l'odyssée de l'espace*. Paris, Robert Laffont.
- [6] Cook, R., 1989, *Mutation*. Paris, Editions Sylvie Messinger.
- [7] Darwin, C., 1992 [1859], *L'Origine des espèces*. Paris, GF Flammarion.
- [8] Dumont, J.-P. et J. Monod, 1970, *Le Fœtus astral*. Paris, Christian Bourgois Editeur.
- [9] Faure-Soulet, J.-F., 1996, « Malthusianisme et néomalthusianisme » : 400-402, in *Encyclopædia Universalis*. Paris, Encyclopædia Universalis.
- [10] Foucault, M., 1997 [1976], « Du pouvoir de Souveraineté au pouvoir sur la vie » : 213-235, in M. Foucault, *Il faut défendre la société*. Paris, Gallimard/Seuil.
- [11] Gouyon P.-H., 1995, « Sexe et évolution : l'Autre et le Soi génétiques » , *Turbulence*, 1 : 1-8.
- [12] Heinlein, R., 1994 [1951], *The Puppet Masters*. New York, Del Rey.
- [13] Heinlein, R., 1997 [1959], *Starship Troopers*. New York, Ace Books.
- [14] Huxley A., 1998 [1932], *Le Meilleur des mondes*. Paris, Pocket.
- [15] Huxley A., 1978 [1958], *Retour au Meilleur des Mondes*. Paris, Pocket.
- [16] Manier, B., 1995, « Des femmes seules avec enfants » *Les enfants du Monde* (Revue de l'UNICEF), 26 : 9-12.
- [17] Malthus, T. R., 1980 [1798], *Essai sur le principe de population en tant qu'il influe sur le progrès futur de la société*. Paris, Institut National d'Etudes Démographiques.
- [18] Malthus, T. R., 1964 [1803], *Essai sur le principe de population ou exposé de ses effets sur le bonheur humain*. Genève, Gonthier.
- [19] Merle, R., 1974, *Les Hommes protégés*. Paris, Gallimard.
- [20] Moisseeff, M., 2004, « L'amour extraterrestre : une mythologie à méditer » : 325-338, in F. Héritier et M. Xanthakou (dir.), *Corps et affects*. Paris, Editions Odile Jacob.
- [21] Moisseeff, M., 2003, « Une femme initiée en vaut ... deux : De l'île aux femmes polynésienne à l'Alien américaine » : 79-107, in A. Babadzan (dir.), *Insularités. Hommage à Henri Lavondès*. Nanterre, Société d'Ethnologie.

- [22] Moisseeff, M., 1998, « Rêver la différence des sexes : quelques implications du traitement aborigène de la sexualité » : 45-74, in A. Durandeaup et al. (dir.) *Sexe et guérison*. Paris, l'Harmattan.
- [23] Moisseeff, M., 1995, *Un long chemin semé d'objets culturels : le cycle initiatique aranda*. Paris, Editions de l'EHESS (Coll. Cahiers de l'Homme).
- [24] Moisseeff, M., 1992, « Les enjeux anthropologiques de la thérapie familiale avec les adolescents » : 205-227 in C. Gammer et M.-C. Cabié (dir.) *L'Adolescence, crise familiale. Thérapie familiale par phases*. Toulouse, Editions Erès.
- [25] Panshin, A., 1973 [1968], *Rite de passage*. Paris, Editions Opta.
- [26] Serre, J.-L., 1984, « De Malthus à Darwin » : 473-484, in A. Fauve-Chamoux (dir.) *Malthus hier et aujourd'hui*. Paris, Editions du CNRS.
- [27] Sorg, C., 1999, « C'était comment l'an 2000 ? », *Télérama* 2607 : 12-13 (29 décembre 1999).
- [28] Swift, J., 1988 [1729], « Modeste proposition concernant les enfants des classes pauvres », in *Œuvres*. Paris, Gallimard (coll. La Pléiade, éd. E. Pons.).
- [29] Vernant, J.-P., 1982, *Mythe et société en Grèce ancienne*. Paris, François Maspero.
- [30] Viveiros de Castro, E., 1991, « Cosmologie » : 178-180, in P. Bonte, M. Izard et al. (dir.), *Dictionnaire de l'ethnologie et de l'anthropologie*. Paris, PUF.
- [31] Vonarburg, E., 1999, *Chronique du Pays des Mères*. Québec, Editions Alire.
- [32] Weil, J.-C., 2004, « L'homme immortel » *Géopolitique* 27 : 21-26.
- [33] Wintrebert, J., 2002, *Pollen*. Paris, Editions Au diable Vauvert.
- [34] Wyndham, J., 1957, *The Midwich Cuckoos*. Londres, Michael Joseph.

Marika Moisseeff

Laboratoire d'Anthropologie Sociale 267 Bd Voltaire 75011 Paris T (33) (0)1 40 24 11 27.

E-mail : marika.moisseeff@college-de-france.fr

L'AUTOENGENDREMENT DANS LA SCIENCE-FICTION OU FRANKENSTEIN CONTRE LES ROBOTS

Isabelle Collet

Résumé. — La science-fiction permet à ses auteurs de mettre en scène les nombreux fantasmes que sous-tend le progrès scientifique. Les histoires de créatures artificielles, qui commencent dans des mythes très anciens et trouvent leur prolongement avec les robots mettent en avant le thème récurrent de l'auto-engendrement. En comparant deux œuvres majeures science-fiction : Frankenstein de Marry Shelley et Les Robots d'Isaac Asimov, nous verrons deux visions différentes d'un engendrement dépourvu de mère. Le thème a des raisons fortes en informatique et peut même être considéré comme une des raisons de l'engouement des hommes dans cette discipline et en symétrie, du manque de femmes.

1. La science-fiction : l'inconscient de la science

De manière stricte, la science-fiction serait le genre littéraire qui prétend mettre en scène le futur (proche ou lointain) en utilisant comme moteur de l'intrigue ou au moins comme toile de fond de l'univers décrit, une technologie plus avancée que la nôtre ou des découvertes scientifiques qui sont encore à venir. La science-fiction « *paraît parfois une mise en évidence des fondements sociaux de l'existence contemporaine. La saisie des imaginaires qui agencent les orientations collectives à venir trouve dans la science-fiction une voie royale de développement et de projection dans une trame sociale. Elle expérimente les scénarios du futur proche et éclaire déjà les processus en jeu dans le présent* » (Le Breton, 1999) p. 159.

La science-fiction dont nous allons traiter, appelée hard-science, n'est pas celle qui mêle érotisme et aventure dans des décors futuristes. Elle n'a rien d'un genre populaire, au contraire, c'est plutôt une littérature élitiste, par ses fans et par ses auteurs.

La hard-science est peut-être le type de science-fiction le plus connu grâce à des auteurs comme Isaac Asimov ou Arthur Clarke mais aussi Jules Verne et H.G. Wells. Il s'agit de textes à fortes probabilités scientifiques où la science et la technologie

jouent un rôle de premier plan (Barets, 1995). Elles sont souvent à la fois le moteur de l'intrigue et le moyen de sa résolution. La hard-science est le genre idéal pour explorer sur le papier les potentialités du progrès scientifique. De par ses exigences, elle nécessite une qualification scientifique minimum pour être crédible et c'est pourquoi les auteurs de hard-science sont en général des scientifiques : H.G. Wells a étudié les sciences à l'école normale de Londres, Asimov était biochimiste, Clarke est physicien, Verne n'était pas scientifique lui-même mais travaillait avec les plus grands scientifiques de son temps.

2. La proximité avec l'informatique

Science et science-fiction tissent entre elles des liens privilégiés. « La « grande » science-fiction [...] joue [...] un rôle décisif depuis les années 40 [...] dans la constitution des grands mythes fondateurs de notre modernité. Son influence s'exerce de deux façons. En tant que textes porteurs d'idées, ses écrits nourrissent la culture et l'imaginaire social. [...] on note aussi] l'attrait irrésistible qu'elle exerce sur le microcosme des ingénieurs et des créateurs, notamment dans le domaine des nouvelles technologies. L'univers de sens aussi bien que les représentations sociales que les inventeurs des objets techniques peuplant notre quotidien se sont formés sont largement nourris par les thèmes majeurs de la science-fiction » (Breton, 1992) p. 113.

La hard-science a commencé par mettre en scène le mythe informatique sous des dehors merveilleux : il y a bien sûr des histoires d'ordinateurs de science-fiction contrôlant des régimes totalitaires (le célèbre *Big Brother* d'Orwell par exemple), des robots qui se retournent contre leurs créateurs... mais la hard-science mange rarement de ce pain-là. Nous l'avons vu, les auteurs de hard-science sont eux-mêmes des scientifiques pour qui avancée scientifique rime avec progrès : l'Ordinateur, la Machine, l'Intelligence Artificielle (IA), les Robots apporteront à l'humanité paix et prospérité, la déchargeront des tâches fastidieuses, lui permettront d'être encore plus humaine pour le plus grand bonheur de tous. Il y a parfois deux manières de lire un texte de science-fiction, selon qu'on se place dans une perspective technophile ou non. Des textes comme *1984* de Georges Orwell sont absolument clairs : l'ordinateur, *Big Brother* est l'incarnation même du pouvoir totalitaire. Mais d'autres textes permettent des lectures ambivalentes, voire contradictoires, les ordinateurs peuvent y être perçus comme des héros ou des tyrans, selon la vision que le lecteur a des machines et de l'humanité.

Quand est-il du lectorat ? Selon Gérard Klein : « *Le recrutement sociologique des praticiens de l'informatique, jeunes, masculins [...] a rejoint presque exactement celui des lecteurs de science-fiction, si bien que dans mon expérience, tous les informaticiens (au sens large) que j'ai rencontrés étaient des lecteurs de SF.* » (Klein, 1998)

Une enquête ...() x () (Clermont et Lallement, 1998) menée auprès des 120 étudiants de l'UFR de mathématiques et d'informatique de l'université de Nancy II, plus 170 professionnels de l'informatique de cette même université (incluant les enseignants-chercheurs) donne un résultat moins catégorique mais tout de même assez marqué. En additionnant les lecteurs réguliers et les passionnés, 50% des lecteurs classent les récits de science-fiction parmi les cinq lectures les plus importantes (parmi 10 propositions à classer par ordre d'importance).

Sherry Turkle fait une constatation similaire en étudiant un groupe d'informaticiens. Elle leur demande : « *Quels sont vos livres préférés et pouvez-vous dire pourquoi ?* » (p. 191). Voici la réponse d'un étudiant : « *À la première place, la science-fiction. Dans la science-fiction, vous pouvez partir de zéro. C'est comme écrire un programme. [...] Il n'y a aucune contrainte physique, on crée de toutes pièces un monde nouveau qui a ses propres règles* ». Un autre étudiant répond : « *J'aime la science-fiction. J'aime voir comment l'auteur crée des règles et s'y tient. Même quand cela devient vraiment difficile de s'y conformer. C'est une forme d'écriture qui exige beaucoup de discipline.* » (Turkle, 1986)

Sherry Turkle remarque en outre des points communs entre programmer et écrire de la science-fiction : « *Le seul impératif en science-fiction comme en programmation, c'est la cohérence. Une fois que vous avez créé un microcosme en langage informatique ou à l'intérieur d'un livre, il vous faut obéir à des contraintes. Les hackers¹ se sentent attirés par la création de microcosmes, ce sont des univers sûrs, élégants, d'une fantaisie contrôlée. La science-fiction fonctionne selon leur code.* » (p. 191).

Enfin, il faut rappeler que lectorat et auteurs sont des populations constituées très majoritairement d'hommes.

3. Frankenstein contre les robots

3.1. Frankenstein ou le Prométhée moderne. — Sans qu'on puisse tout à fait parler de consensus autour de ce point, plusieurs sources considèrent que le premier roman de science-fiction est *Frankenstein ou le Prométhée moderne* de Mary Shelley publié en 1818. Bien qu'il soit devenu une référence de la littérature fantastique, Mary Shelley avait bien le sentiment d'écrire une spéculation scientifique puisqu'elle commence la préface du livre par ces mots : « *Le fait sur lequel est fondé ce récit imaginaire a été considéré par le Dr. Darwin et par quelques auteurs physiologistes allemands comme n'appartenant nullement au domaine de l'impossible.* » (Shelley, 1818) p. 13.

Puis, le monstre créé par le Docteur Frankenstein a eu une telle popularité qu'il a volé le nom de son créateur (puisqu'on donne souvent à la créature le nom du Docteur), mais il a également volé la célébrité à son auteure. Si le nom de Frankenstein est devenu commun dans le grand public, peu de personnes savent qu'il a été inventé

¹Le terme hacker est utilisé dans tout cet article dans son acception d'origine, au sens de « **virtuose de l'informatique** » . Il ne doit **jamais** être compris dans son sens dévoyé de « pirate informatique »

par une jeune fille de dix-neuf ans. Le récit est passé du stade de roman de la littérature anglaise à celui de conte populaire. Le cinéma s'en est emparé, produisant plus d'une centaine de films et séries télévisées² à travers le monde comportant le mot « *Frankenstein* » dans son titre et trahissant souvent allègrement l'œuvre initiale.

L'histoire, telle qu'elle s'est popularisée, est globalement sur le même thème que celle du Golem de Prague : un savant fou anime une créature à partir de restes humains. Mais cette créature est mauvaise, elle se retourne contre le médecin et sème la destruction autour de lui. Le monstre du Docteur Frankenstein est une créature prométhéenne des plus classiques et nous amène sans surprise à la morale suivante : l'homme ne doit pas outrepasser sa condition et se permettre de créer la vie en combattant la mort.

Le récit original est plus subtil en proposant en fait un tout autre thème. En effet, selon Mary Shelley, qui l'écrit dans sa préface : « *ma principale préoccupation, dans ce domaine, sera [...] de montrer la douceur d'une affection familiale ainsi que l'excellence de la vertu universelle* » ... (p. 14-15). *Frankenstein* est un conte moral et familial.

Tout d'abord, on peut se demander comment ce petit récit paru en 1818 est devenu à la fois un des plus grands mythes de la littérature fantastique et aussi une référence inévitable quand on parle de créatures artificielles.

Certes, *Frankenstein* est une revisitation d'un grand mythe classique (Prométhée) à la lumière de la modernité littéraire et esthétique de son époque (le mouvement romantique) et des préoccupations scientifiques du moment (l'électricité) (Menegaldo, 1998). Néanmoins, la genèse peu banale de ce texte explique certainement en partie sa célébrité.

Mary Shelley est née le 30 août 1797. Sa mère était la célèbre féministe anglaise Mary Wollstonecraft, auteure en 1792 d'un grand traité défendant la cause des femmes : *Vindication of the Rights on Women*. Son père était le non moins célèbre philosophe politique William Godwin, considéré comme un des plus importants précurseurs des pensées anarchistes et utilitaristes, avec son ouvrage écrit en 1793 : *The Inquiry concerning Political Justice, and its influence on General Virtue and Happiness*. Simplement à cause de son nom, Mary Wollstonecraft Godwin ne pouvait qu'être suspectée d'idées politiques radicales. Toutefois, elle ne connut jamais sa mère qui mourut quelques semaines après sa naissance d'un empoisonnement du sang. Après la mort de son épouse, William Godwin publia ses mémoires dans lesquels il décrivit de nombreux aspects de la vie de Mary Wollstonecraft (sa liaison avec un américain qui lui donna une fille illégitime, sa tentative de suicide...) qui choquèrent considérablement la société anglaise et jetèrent des soupçons d'infamie sur la petite Mary avant même qu'elle ait pu avoir conscience de quoi que ce soit.

²source : Internet Movie Data Base 2004

Mary ne reçut pas vraiment de témoignages d'amour de la part de son père. En revanche, il s'occupa avec beaucoup de soin de son éducation. Dès son plus jeune âge, elle fut entourée par des philosophes et poètes tels que Samuel Coleridge ou Charles Lamb. L'ombre de sa mère défunte pesait sur elle, quand par exemple son père lui apprenait à déchiffrer les lettres puis à lire à partir des inscriptions de la tombe de Mary Wollstonecraft. Il n'est pas surprenant que la jeune Mary entretînt un goût pour les contes gothiques doublé d'une constante culpabilité autour de la mort de sa mère.

A l'âge de 16 ans, Mary confirma les prédictions d'infamie qui planaient sur elle en fuyant avec Percy Shelley. Le poète était déjà marié, plus ou moins contre son gré à Harriet Shelley, qu'il abandonna alors qu'elle était enceinte. A court d'argent et poursuivis par le scandale, ils errèrent d'appartement en appartement sans réussir à se fixer. Leur premier enfant naquit prématurément et mourut quelques mois plus tard.

En juin 1816, Percy Shelley, Mary et leur fils âgé de six mois sont invités par Lord Byron, grand ami de Shelley, à la villa Diodati au bord du lac Léman. Byron y séjourne en compagnie de son secrétaire, médecin et souffre-douleur, John Polidori.

Lors des soirées de la villa Diodati, Polidori raconte comment on a pu « *animer* » un cadavre quelques instants avec une pile voltaïque. Mary et Percy sont fascinés par les perspectives scientifiques nouvelles. Le groupe discute également d'un livre de Mme de Staël, intitulé *De l'Allemagne*³, où elle raconte que « *le principe de la vie peut être découvert et où les scientifiques ont pu galvaniser⁴ un corps d'un humanoïde fabriqué par eux.* » (Staël, 1814).

La pluie les confine à l'intérieur de la maison où ils se racontent des contes de fantômes tirés d'un livre allemand appelé : *Fantasmagoriana*. Ils décident alors d'écrire chacun un conte surnaturel.

Seuls deux participants menèrent l'entreprise à bien : Polidori écrivit *Le Vampyre*, mettant en scène le personnage de Lord Rutheven, vampire cruel aux allures de dandy, qui s'inspire du personnage de Lord Byron. Le texte de Polidori est la première histoire de vampire « *moderne* ». L'image de Dracula, vampire aristocratique de Bram Stoker, s'inspirera directement de Lord Rutheven. Quant à Mary Shelley, elle écrivit *Frankenstein*.

Les deux plus grands mythes de la littérature fantastique occidentale sont nés ce même soir...

³Paru en 1814, *De l'Allemagne* contenait une critique implicite de la politique napoléonienne. Napoléon vit le danger, interdit le livre et le fit détruire.

⁴Dans les deux cas, il s'agit bien sûr d'électricité. Galvani a cru mettre en évidence une « *électricité animale* » appelée énergie galvanique mais ses travaux ont été balayés par ceux de Volta, l'inventeur de la pile électrique.

A la lumière de la vie de son auteure et de la genèse de ce récit, voyons quelle histoire raconte en réalité *Frankenstein*. Il s'agit d'abord d'un roman familial, miroir déformé de l'héritage paternel et maternel de Mary, dans lequel on retrouve la culpabilité par rapport à la mort de sa mère et l'abandon de son père.

Depuis la mort de sa mère, Victor Frankenstein est obsédé par l'impuissance du médecin à lutter contre la mort. A l'université, il travaille à découvrir le secret de la vie. Il s'isole, ne voit plus personne et en mélangeant des connaissances d'alchimie et de science, il parvient à son but. A partir de différents morceaux de cadavres, il reconstitue un homme auquel il redonne la vie grâce à l'électricité. Mais quand il voit la monstruosité qu'il a créée, il prend peur et abandonne la créature. Celle-ci ne peut compter que sur elle-même pour comprendre qui elle est. Elle apprend à parler et à lire en observant une famille unie, les De Lacey. Mais au moment où elle tente de se faire connaître du père aveugle, le fils entre dans la maison, l'aperçoit et craignant pour la vie de son père, tente de tuer le monstre. Délaissée par son père, rejetée par la société et par les De Lacey qu'elle croyait être ses amis, la créature veut avoir une compagne à ses côtés et oblige Victor Frankenstein à lui en créer une. Malgré sa promesse, Victor ne peut s'y résoudre. Alors, la créature décide de rejeter toute morale et de se venger. Elle tue le meilleur ami de Victor ainsi que sa fiancée. Puis, elle entraîne Victor très loin dans les glaces du pôle. Quand le médecin meurt finalement, la créature se donne la mort.

Victor Frankenstein incarne un chercheur moderne, prenant en compte dans ses travaux les acquis scientifiques les plus récents. Mais il est l'opposé du bon savant, qui observe la nature et ses mécanismes. En effet, pendant deux ans, il est le savant exalté qui ne sort plus de son laboratoire, perdant le fil des saisons, qui se coupe de sa famille et de la société, travaillant dans l'isolement et la frénésie. Sans aucun doute, on peut donc voir dans Frankenstein un Prométhée moderne car grâce à la science, il vole le pouvoir de Dieu et il est aussitôt puni pour avoir joué avec des forces qu'il ne maîtrisait pas.

Néanmoins, si on suit la piste que nous fournit Mary Shelley, on constate que les thèmes de la famille et de l'enfantement sont centraux dans *Frankenstein*. Pourtant, ils sont totalement oubliés dans les multiples adaptations de ce roman. La trame féminine a été perdue pour réduire le récit à sa dimension prométhéenne : *Frankenstein* est devenu une histoire de monstre et de savant fou.

Tout d'abord, la mort de sa mère Caroline plane sur le livre comme celle de Mary Woodstonecraft a toujours plané autour de Mary Shelley (Jondot, 1994). La mère de Victor est, elle aussi, « tuée » par sa fille. C'est en veillant sur Elisabeth, sa fille adoptive atteinte de la scarlatine que la mère de Victor attrape la maladie et en meurt. Par la suite, son image reste figée comme une figure mortuaire dans la maison. Un tableau d'elle où on la voit penchée sur son propre père mourant est accroché dans le salon. Le petit William, le frère de Victor, porte autour du cou un médaillon avec

le portrait de sa mère quand la Créature le trouve et l'étrangle. La Créature, touchée par la beauté de l'image sur le médaillon, place ensuite ce portrait dans la poche d'une jeune fille endormie qu'il croise dans un bois. Or, cette jeune fille est Justine, une domestique de la famille Frankenstein qui cherchait le petit William disparu. Ce médaillon trouvé dans sa poche l'accuse. Elle est jugée, déclarée coupable et tuée.

La maternité reste fortement liée à la mort dans la vie de Mary. Au moment d'écrire ce livre, Mary Shelley avait déjà perdu une petite fille en bas âge. Elle a ensuite mis au monde un bébé qui est âgé de six mois au moment où elle compose *Frankenstein* et est enceinte de nouveau.

Victor Frankenstein veut pénétrer les secrets de la nature, vaincre la mort, certes, mais surtout créer la vie. En effet, sa créature n'est pas un mort qui ressuscite avec toutes les connaissances de sa vie passée. Tout d'abord, elle est composée d'une multitude de corps différents qui ne servent que de matière première. Elle ne possède aucun souvenir résiduel provenant des morceaux des êtres humains qui la constituent et en particulier, le cerveau de la créature est vierge comme celui d'un nouveau-né au moment où elle prend conscience.

Frankenstein a la particularité rare d'exprimer l'angoisse de l'enfantement, sujet plutôt considéré comme tabou ou de trop mauvais goût pour s'y attarder quand on est un auteur masculin. Cette histoire expose les plus grandes craintes d'une femme enceinte : que se passera-t-il si mon enfant est difforme ? L'aimerai-je quand même ou souhaiterai-je sa mort ? Mon enfant sera-t-il un soutien ou se retournera-t-il contre moi ? Saurai-je l'éduquer ?

Tout d'abord, Mary Shelley insiste sur le fait que Victor Frankenstein a eu une enfance parfaite. « Avec leur profonde conscience de ce qu'ils devaient à l'être auquel ils avaient donné le jour et grâce aussi aux trésors de tendresse qu'ils avaient en eux, il est aisé d'imaginer que durant chacune des heures de ma tendre enfance, je reçus d'eux de continues leçons de patience, de charité et de maîtrise de soi. Ils me guidèrent avec tant de douceur que tout cela me parut n'être qu'une succession de moments joyeux. » (p. 49). Cette enfance est normalement la promesse d'un avenir brillant. Or, son père commit une faute infime, faute qui conditionna le reste de la vie de Victor. A l'âge de treize ans, Victor découvrit par hasard les œuvres alchimiques de Corneille Agrippa. Son père lui dit de ne pas perdre de temps avec ces sottises, mais sans lui expliquer pourquoi. Alors, Victor supposa que son père ne connaissait rien à l'alchimie mais qu'il ne voulait pas avouer son ignorance. Victor s'y plongea. Si son père l'avait arrêté, s'il s'était mieux soucié de ses études, « il est même possible que le cours de mes idées n'eût jamais reçu la fatale impulsion qui allait me conduire à ma ruine. » (p. 58).

Devenu étudiant, Victor Frankenstein passe deux ans à travailler à sa création. Finalement, une nuit de novembre, il est témoin de la naissance. « Je vis la créature entrouvrir des yeux d'un jaune terne. Elle respira profondément et ses membres furent agités d'un mouvement convulsif. » (p. 90). Mais au lieu de prendre son enfant dans ses bras

et de lui donner le même amour parental que celui que lui ont donné ses parents, Victor se précipite hors de la pièce, horrifié par la difformité de sa création. Et quand la Créature le suit, Victor s'enfuit, abandonnant son enfant et souhaitant sa mort.

Tel un bébé, le monstre expérimente seul les premières sensations : « *Une étrange multiplicité de sensations s'empara d'abord de mon être. La vue, le toucher, l'ouïe, l'odorat, tout me fut révélé simultanément. Et il me fallut longtemps en vérité afin d'être à même de faire la distinction entre mes différents sens.* » (p. 169). Il apprend par lui-même à distinguer ces sensations et ce qu'elles signifient. Il apprend à se nourrir, à se vêtir et à trouver un abri. Ensuite, la Créature obtient une éducation morale et intellectuelle en observant la famille De Lacey qui habite dans un cottage près de son abri. Les De Lacey lui donnent l'exemple d'une famille unie, bonne et vertueuse. Grâce à eux, le monstre apprend à parler et même à lire et écrire. Pour augmenter sa connaissance des humains, il lit Plutarque, *La vie des hommes illustres de la Grèce et de Rome* où il apprend la vertu, l'héroïsme et la justice civile. Dans *Ruines ou Analyse de la révolution des Empires* de Volney, il découvre la corruption et le déclin de la civilisation. Dans Milton, *Le Paradis Perdu*, il apprend l'origine du Bien et du Mal ainsi que le rôle des sexes. Dans *Werther* de Goethe, il découvre toute la gamme des émotions humaines, de l'amour au désespoir. Il apprend enfin la morale dans les fables d'Esopé et dans la Bible.

Le monstre constate lui-même qu'un enfant privé de l'amour d'une famille devient inhumain. Il le dit à son créateur : « *Crois-moi, Frankenstein, j'étais bon. Mon âme rayonnait d'amour et d'humanité. Mais je suis seul, affreusement seul. Toi, mon créateur, tu me hais.* » (p. 165). Mary Shelley construit son raisonnement sur *L'Emile* de Rousseau et sur *Le second discours*. Rousseau relie d'ailleurs spécifiquement les défaillances morales à l'absence d'une mère aimante. Malgré l'excellente éducation qu'il s'est donnée, le monstre est perdu. La famille De Lacey l'a rejeté. Son père, un instant touché par sa solitude, se détourne finalement de lui et de son devoir de créateur. Alors, la Créature se tourne vers la vengeance, abandonnant le Bien. A la fin de sa vie, Victor Frankenstein fait le bilan et ne renie pas sa conduite. « *J'ai beaucoup réfléchi à ma conduite passée et tout bien pesé, je n'y trouve rien de répréhensible. J'ai, dans un élan de fol enthousiasme, créé de toutes pièces un être rationnel, et j'avais, il est vrai, la responsabilité d'assurer son confort et son bonheur dans toute la mesure de mes moyens. Tel était assurément mon devoir. Mais j'en avais un autre, infiniment plus important, vis-à-vis de ma propre espèce..* » (p. 369). C'est ainsi qu'il explique pourquoi il a rompu sa promesse de créer à la Créature une compagne et qu'il a plutôt cherché à la tuer.

Victor Frankenstein renverse le cycle de la vie en commençant par la mort et court-circuite le processus biologique de procréation en substituant au corps féminin des procédés artificiels (Menegaldo, 1998). C'est une procréation sans mère, uniquement produite par un « père » qui ne pense pas à aimer son enfant et qui préfère l'abandonner. Ce n'était pas la création qui était mauvaise en soi. La créature est venue au

monde hideuse, certes, mais bonne. C'est parce qu'elle est née sans mère et parce que son père l'abandonne qu'elle deviendra mauvaise. On peut y voir bien sûr l'image du père de Mary qui s'est remarié un an après la mort de Mary Wollstonecraft et qui n'a pas su aimer sa fille et la solitude de cette petite fille qui n'a pas connu sa mère. . . On peut y voir aussi Percy Shelley qui a bien peu soutenu sa compagne au moment de la perte de leur premier enfant, préférant quitter momentanément la maison et se promener avec la demi-sœur de Mary. La vie de Mary Shelley la conforte dans l'idée qu'une procréation sans mère ne peut apporter que malheur et mort, car le père est toujours défaillant. Victor Frankenstein n'est pas puni parce qu'il a volé le secret des Dieux mais parce qu'il n'a pas pu assumer son acte de création. Il a décidé de mettre au monde un enfant sans mère mais sans être capable de pallier ce manque, se contentant de la procréation sans mesurer l'importance de l'éducation et de l'amour parental.

Il est remarquable de constater la façon dont ce roman a été expurgé dans ses adaptations et vulgarisations de tout ce qui le liait au féminin, pour ne plus laisser qu'une banale histoire de créateur poursuivi par sa créature. Mais on peut estimer que c'est bien parce que cette histoire touche au puissant mystère de l'enfantement, de la reproduction humaine qu'elle a acquis ce statut universel. Refoulant les fantasmes d'auto-engendrement de Victor Frankenstein, les futurs écrivains de science-fiction les diffuseront inconsciemment pour les offrir en partage aux informaticiens qui s'empresseront de pardonner au scientifique.

4. Les robots

Le terme « *Robot* » a été initialement inventé par le tchèque Capek en 1920 dans sa pièce *RUR*. Ce récit met en scène des travailleurs mécaniques (« *Robot* » signifiant travailleur) produits par l'entreprise Rossum Universal Robot. Ces travailleurs ont une forme humaine mais on leur a retiré l'envie de tout ce qui est inutile, comme vouloir se promener ou jouer du violon. Or, voilà que l'humanité, servie par les Robots, perd toutes ses motivations et cesse de se reproduire. Les robots finissent par se révolter, détruisent ce qui reste de l'humanité et s'emparent du monde pour fonder une société qui ressemble finalement à l'ancienne. *RUR* est davantage une fable philosophique et politique qu'un récit de science-fiction. Néanmoins, à la fin de ce récit, la question de la frontière entre l'humain et la machine se pose déjà. A la fin, après la révolte des robots, le dernier survivant de l'humanité veut disséquer un robot pour comprendre comment il fonctionne mais en opérant, il a l'impression de commettre un meurtre et est obligé de s'arrêter (Capek, 1920).

Celui qui a le plus fait pour le développement des robots dans la science-fiction est sans conteste Isaac Asimov. D'ailleurs, l'invention du terme de « *Robotique* » lui

est attribuée, ce qui nous montre une fois de plus les liens étroits entre science et science-fiction.

Asimov fait partie de ces écrivains scientifiques qui ont foi dans la science, il en serait même la figure emblématique avec Arthur C. Clarke. Ses robots passent pour être l'antithèse de Frankenstein et il s'en explique dans une des nombreuses préfaces qu'il a pu écrire à ses recueils de nouvelles : « *La fabrication de [créatures artificielles] passe pour être le premier exemple de l'arrogance d'une humanité avide de revêtir grâce à une science mal inspirée, le manteau du divin. Tout être humain qui tentera une telle création ne produira qu'une parodie sans âme, inévitablement vouée à devenir aussi dangereuse que le Golem.* » (Asimov, 1996a). Cette position, qu'il considère comme superstitieuse et rétrograde, sera appelée dans ses nouvelles : « *Complexe de Frankenstein* » .

Les nouvelles et romans de Robots d'Asimov semblent aujourd'hui plutôt naïfs et pleins de facilités, comparés à la production de la science-fiction d'aujourd'hui. Toutefois, leur succès ne faiblit pas. Les raisons en sont multiples : une écriture enlevée et facile à lire (les apports scientifiques minimes⁵ restent globalement plausibles, des scénarios simples (mais pas simplistes) et carrés, un récit sous forme d'enquête policière... et probablement aussi une vision optimiste de notre futur.

Tout d'abord, les robots sont rendus résolument inoffensifs grâce aux Trois Lois de la robotique, gravées au plus profond de leur cerveau artificiel et auxquelles ils ne peuvent déroger. « *Les escaliers possèdent des rampes, les fils électriques sont isolés [...] dans tout ce qu'il crée, l'homme cherche à réduire le danger.* » (Asimov, 1950). Ainsi, les robots suivront les Trois Lois de la robotique. Ces lois, telles qu'elles apparaissent en introduction du premier recueil de nouvelles sur les robots (Asimov, 1950), sont les suivantes :

- Première loi : Un robot ne peut porter atteinte à un être humain ni, restant passif, laisser cet être humain exposé au danger.
- Deuxième loi : Un robot doit obéir aux ordres donnés par les êtres humains, sauf si de tels ordres sont en contradiction avec la première loi.
- Troisième loi : Un robot doit protéger son existence dans la mesure où cette protection n'est pas en contradiction avec la première et la deuxième loi.

Conditionnés par ces Trois Lois⁶, les Robots d'Asimov sont non seulement utiles et sans danger pour l'humanité, mais ils sont aussi secourables, rassurants, réconfortants au besoin, bref, par essence, ils sont bons.

⁵Ce qui n'est pas le cas d'Arthur C. Clarke, par exemple, qui a écrit de vrais livres de hard-science, qui ont beaucoup de succès auprès des physiciens.

⁶Notons tout de même que les trois lois de la robotique seraient profondément inapplicables. Elles sont génératrices de nombreux raisonnements cycliques et de paradoxes (qui fondent une bonne part des intrigues des nouvelles de robots d'Asimov). Une machine « pensante » purement logique ne pourrait s'en accommoder.

4.1. Le paradis scientifique masculin. — La nouvelle d'Asimov *Robbie* (1950) illustre idéalement comment l'âge d'or peut être un monde conçu par des hommes scientifiques dans lequel le féminin a un rôle tellement annexe qu'on pourra très facilement l'oublier.

Robbie est un robot utilisé comme nourrice auprès d'une petite fille nommée Gloria. Il lui a été donné par son papa qui est un scientifique et elle l'adore. La maman de Gloria n'apprécie pas vraiment cette situation et elle obtient que le robot soit enlevé à sa fille. Gloria dépérit pendant un an. Pourtant, sa mère reste inflexible. Finalement, le père trouve un subterfuge pour que Gloria revoie Robbie et là, le hasard fait que le robot lui sauve la vie. Alors, la mère, contrainte et forcée, accepte tout de même que la petite récupère son robot bien-aimé.

Cette nouvelle peut être perçue de deux manières radicalement différentes, selon les représentations du lecteur. Elle représente également une bonne illustration de la double lecture d'un texte de science-fiction. Un nerd pris dans un rêve technophile sera spontanément et de manière enthousiaste du côté de Gloria et de son père. Les lecteurs « *humanistes* » verront plutôt avec horreur comment les machines provoquent une déshumanisation de l'une des tâches les plus humaines qui soit : l'éducation d'un enfant.

Remettons-nous dans le contexte de l'auteur. Quand Asimov écrit *Robbie*, il a 19 ans. Il n'a aucune idée de ce que signifie s'occuper d'un enfant : son propos, c'est plutôt d'opposer la bonne science à l'obscurantisme ignorant et superstitieux. Il peut sembler étonnant qu'il place cette opposition dans le contexte familial (qu'il connaissait peu et qui ne le préoccupait a priori pas plus que ses lecteurs). Néanmoins, dans un exemple extrême, il peut ainsi mettre en opposition les personnes qu'il imagine les plus porteuses du conflit : l'homme scientifique et la mère au foyer. Mais sur le plan inconscient, le « *complexe de Frankenstein* » est probablement plus proche qu'il ne le croit.

Les arguments du père de Gloria sont les suivants : « *Un robot est infiniment plus digne de confiance qu'une bonne d'enfants humaine. [Le robot] n'a été construit en réalité que dans un but unique... servir de compagnon à un petit enfant. [...] Il ne peut faire autrement que d'être aimant et gentil. C'est une machine qui est faite ainsi. C'est plus qu'on en peut dire pour les humains.* » (p. 33). En face, la mère a du mal à exprimer ce qu'elle ressent, pourquoi elle n'aime pas ce robot. Ses seuls arguments sont assez pauvres : « *un enfant n'est pas fait pour être gardé par un être de métal* » ou « *un incident pourrait se produire* » ou encore « *les voisins* » ... (p. 32-33). Elle concentre tout ce que le jeune Asimov rangerait dans l'irrationnel obscurantisme : une peur quasi religieuse des machines « *pensantes* », une attitude traditionaliste volontiers rétrograde, un souci du qu'en-dira-t-on.

Pourtant, des arguments, il y en aurait, quand on regarde la relation exclusive qu'entretient Gloria avec Robbie. La petite ne joue avec aucun autre enfant et son

robot se plie à tous ses désirs, tous ses caprices, bien plus que ne l'aurait jamais fait une nourrice réelle ou un-e camarade de jeu. Robbie lui permet de continuer ses illusions enfantines de toute-puissance. On imagine facilement le petit Isaac, en butte aux brimades de son entourage, rêver d'avoir un tel compagnon de jeu, à la place de ses pairs agresseurs.

Mais que constate-t-on au-delà de cette nostalgie enfantine ? Grâce au travail des scientifiques, on améliore considérablement une tâche jusqu'ici considérée comme féminine. La mère n'est plus la personne la plus apte à savoir ce qui est bon pour élever un enfant. C'est le père scientifique qui voit juste et qui dépossède sa femme de son rôle de mère en lui substituant un robot, faisant le travail d'éducation bien mieux qu'elle, ou bien mieux qu'une nourrice. Les propos tenus par Asimov dans un numéro de *Psychologie aujourd'hui* d'avril 1969, nous éclairent sur sa relation avec son propre père... mais Asimov ne dit pas un mot sur la manière dont sa mère a pu influencer son existence : « *Quand j'ai commencé en 1939 à écrire des histoires de robots, j'avais 19 ans. Je ne plaçais pas la relation père fils sous le signe de la crainte. Peut-être en raison de mes propres relations avec mon père, rien ne me suggérait que la jalousie puisse naître dans le cœur de l'un à l'égard de l'autre, ni que le fils puisse courir un danger. [...]* L'entente était totale et bénéfique. Je vis naturellement une entente similaire entre l'homme et la réalité. »

Finalement, le meilleur des mondes est un monde de scientifiques bienveillants dans lequel les tâches féminines, considérées comme peu intéressantes ou peu importantes, sont exécutées par leurs fils : c'est-à-dire des robots au profil masculin.

Dans certains des premiers récits de science-fiction, comme *L'Homme de sable* (Hoffmann, 1817) et *L'Eve future* (Villiers de L'Île-Adam, 1886) ou dans le film de Fritz Lang *Metropolis* (1927), la créature artificielle est féminine, ce qui inclut automatiquement une dimension érotique dans les relations qui vont se nouer avec son créateur. Même si l'androïde féminin de *Metropolis* n'a pas été créé pour être un objet de désir, puisqu'elle va semer la terreur dans la ville, ses formes hyper-féminines ne laissent aucun doute sur les sentiments qu'il s'agit d'inspirer aux hommes qui la voient.

Les automates suivent cette même logique : si un automate représente une femme, elle se doit d'être féminine. A l'exposition universelle de New York en 1939, on présente divers êtres mécaniques dont un appelé « *la femme bavarde* ». Notons que l'automate n'a pas été simplement nommé « *la femme parlante* », terme neutre qui aurait pu tout aussi bien être accolé à un homme. Représentant une femme, la dénomination de ses capacités avait été revue en tenant compte des présupposés liés à son sexe. *La femme bavarde* répond à n'importe quelle question posée par les visiteurs. Mais il y a un comparse caché derrière qui dispose d'un piano de 50 touches, chacune étant reliée à un fragment de film sonore qui correspond aux syllabes anglaises

les plus usitées. L'homme pianote la réponse, juxtapose ainsi les films qui sont restitués par un haut parleur (Chapuis et Droz, 1949). « *Comparant cette femme robot à la Musicienne* » des Jaquet-Droz, un journaliste déclarait sans ambages que la première « ne contenait pas un centième de la grâce de l'androïde souriante du Musée de Neuchâtel » (p. 391). Peu importe la performance technique : une femme robot doit être séduisante, sinon, on n'y croit pas.

Encore aujourd'hui, les êtres artificiels féminins n'existent que pour mettre en scène le désir et le plaisir masculins. Dans le dernier produit de l'animation japonaise cyberpunk : *Ghost in the shell : Innocence* (2004), on rencontre enfin des êtres artificiels appelés « gynéïdes ⁷ » : elles sont construites pour le plaisir sexuel des hommes. Un corps féminin appelle l'érotisme, un personnage que l'on désire neutre est nécessairement masculin ⁸ dans ces univers strictement androcentrés.

4.2. Comment le robot vient-il au monde?— Les robots d'Asimov ont été créés par deux professeurs en mathématiques : Alfred Lanning et Peter Bogert. Comme le monstre de Frankenstein, les robots ont un (ou plusieurs) père(s) mais pas de mère. Il s'agit toujours de créations sans intervention féminine, mais cette fois, à la différence de Frankenstein, les résultats sont perçus comme bénéfiques. Le troisième personnage important de l'US Robotic, l'usine des robots d'Asimov, est une femme : Susan Calvin. Elle est robot-psychologue et vérifie leur bon fonctionnement une fois qu'ils sont créés. On peut trouver une certaine ironie dans le fait que les femmes, quand elles sont présentes dans cette reproduction purement masculine, ont un rôle d'assistante ou d'enseignante : elles interviennent après le processus de création lui-même.

Susan Calvin est toujours décrite comme une personnalité glaciale, même si c'est un personnage très positif : « *C'était une créature à la séduction nulle, en vérité, et plus conforme à l'idée que l'on se fait généralement d'un robot qu'aucune de mes créations positroniques, mais cela ne m'empêchait pas de l'adorer.* » (Asimov, 1996b). Asimov n'avait de toute manière pas d'autre solution pour Susan Calvin : si elle avait été sexy ou féminine, elle aurait introduit automatiquement une dimension érotique dont l'auteur n'aurait su que faire. Le sexe est une thématique trop angoissante à aborder dans le roman mais le fait d'avoir un personnage féminin incite Asimov tout de même à parler de maternité (alors que les personnages masculins autour de Susan Calvin ne semblent pas préoccupés par leur paternité).

Les robots d'Asimov n'apprennent pratiquement pas. Ils sortent de l'usine « *prêts à l'emploi* ». Toutefois, dans la nouvelle *Lenny* (Asimov, 1964), suite à une erreur de fabrication, un robot, Lenny, vient au monde avec l'esprit d'un nouveau-né. Alors,

⁷Gainoid, en version originale

⁸Il existe quelques robots masculins suscitant l'amour voire le désir chez les femmes : dans le roman *Face aux feux du soleil* d'Asimov (1957), une femme utilise un robot comme partenaire sexuel. Dans le film de Steven Spielberg *I.A.* (2001) on voit l'exemple très rare d'un robot gigolo.

Susan Calvin s'entiché de lui, se passionne pour son apprentissage et lui apprend à parler même si elle sait que son cerveau ne dépassera pas l'intelligence d'un enfant de cinq ans. A la fin de la nouvelle, le robot s'adresse à elle en ces termes : « *Maman, viens près de moi* » . (p. 190). Voilà la façon qu'a trouvée Isaac Asimov de la rendre mère : elle s'empresse auprès « *du seul genre de bébé qui lui serait jamais donné de posséder et d'aimer.* » (p. 190). Que Susan Calvin ressente un amour maternel pour un robot, il n'y a rien de vraiment surprenant dans le contexte des nouvelles d'Asimov. Toutefois, cet amour a un côté pitoyable. Susan Calvin n'est pas la créatrice de Lenny, elle ne l'a pas conçu. Elle est juste la mère adoptive d'un enfant handicapé dont personne ne veut et qui lui permet de compenser sa propre incapacité à être mère.

C'est dans le cas de HAL 9000 (Clarke, 1968) que la métaphore ordinateur/enfant est poussée le plus loin.

Lors d'un voyage dans l'espace, HAL 9000 est chargé d'une mission dont il est le seul à connaître les enjeux. Il décide de supprimer les humains à bord du vaisseau car leurs actes peuvent innocemment entrer en conflit avec la vraie mission qu'il n'a pas le droit de révéler. David Bowman, seul survivant du vaisseau, se débarrasse finalement de HAL en débranchant une à une toutes ses connexions. Dans une scène très célèbre du film de Kubrick, on entend la voix de l'ordinateur qui retombe en enfance au fur et à mesure que Bowman le débranche. Il remonte à ses premières connaissances informatiques puis il récite une comptine que lui a apprise son « *père* » lors des premières heures de sa mise sous tension. Dans le roman suivant, *2010, Odyssée II* (Clarke, 1983), Clarke nous parle davantage des relations qui unissent le Docteur Chandra à son fils artificiel. Tout d'abord, Chandra se situe lui-même entre les hommes et les machines. Depuis qu'il a mis au monde HAL 9000, il ne fait plus tout à fait partie de la race humaine, en particulier au niveau de ses sympathies. « *Ceux de ses étudiants et de ses collègues qui se demandaient souvent si [Chandra] était vraiment un être humain n'auraient pas été surpris d'apprendre qu'il ne pensait jamais aux astronautes qui avaient trouvé la mort. Le Docteur Chandra portait uniquement le deuil de son enfant perdu, HAL 9000* » (p. 27).

Ces fantasmes d'auto-engendrement apportent une solution à ce que Françoise Héritier appelle le privilège exorbitant des femmes à pouvoir se reproduire à l'identique mais aussi au différent. Les femmes sont les seules capables de mettre au monde non seulement leurs filles mais aussi les fils des hommes. Elle raconte qu'on retrouve dans de nombreux mythes des groupes non mixtes vivant séparément et pacifiquement, chacun étant capable de se reproduire à l'identique (Héritier, 2002) p. 23. L'harmonie primitive résidait dans l'absence d'altérité, jusqu'à ce qu'elle soit gâchée par un événement violent (en général : une copulation que (les) dieu(x) ne désirai(en)t pas). Le monde des scientifiques tel qu'il apparaît dans la science-fiction peut être un exemple de ce paradis fantasmagorique. La science-fiction nous remet en

scène les mythes anciens du paradis sans altérité, avec les costumes et décors du futur.

Le monde de l'informatique, d'aujourd'hui très largement masculin, n'est pas très loin de ce fantasme. L'auto-engendrement cybernétique permettrait de faire fonctionner pleinement ce paradis sans altérité strictement masculin, il possède le double avantage de supprimer la différence des sexes en écartant les femmes du processus de reproduction et de permettre aux êtres masculins de se reproduire à l'identique.

4.3. Fantasme d'auto-engendrement chez les informaticiens. — La création est une question centrale en informatique, qu'il s'agisse d'un nouveau logiciel, d'un nouveau langage ou d'un nouveau matériel. Puisque l'ordinateur permet de simuler tout un univers, il est donc capable également de le peupler. Nous allons voir plus précisément à partir d'entretiens réalisés auprès d'informaticiens, comment la programmation de logiciels permet de croire en l'intelligence artificielle.

Commençons par les propos de Maxime, un hacker, une personne réellement compétente en programmation. Il nous raconte que dans ses premières années d'études supérieures, il s'amuse à écrire des virus. Nous lui avons demandé s'il les programmait pour les lâcher sur le réseau dans le but d'infecter d'autres machines.

« Non, no way, c'est pas pour ça que je les écrivais, c'est parce que c'était des programmes « intelligents » / des petites créatures »

Le Breton constate également que *« pour nombre de chercheurs, les virus informatiques sont vivants, formes de vie artificielles créées par l'homme mais équivalentes à une forme biologique et menant une existence propre à l'intérieur de l'espace virtuel. »* (Le Breton, 1999) p. 155.

Paul, de son côté, estime qu'il est un programmeur médiocre, même s'il aime cette activité. Il aurait envie une fois de prendre le temps de réaliser un programme qui lui plairait : ce serait un programme de jeu d'échecs. Il se souvient d'un jeu auquel il jouait, étant plus jeune. Les pièces d'échecs étaient représentées par des personnages, les fous ressemblaient à des magiciens, les cavaliers étaient des chevaliers juchés sur leur monture, les tours étaient des golems de pierre, etc. Quand une pièce en prenait une autre, elles se battaient réellement, jusqu'à la « mort » de la pièce prise.

« Et c'est simple à faire, la partie graphique, après le reste, faut . . . l'intelligence artificielle, c'est plus chaud. En plus de ça, je suis une buse en échecs, ce qui va pas aider.

– Alors pourquoi tu veux faire ce jeu-là ?

– Parce que c'est un jeu. . . à mon avis, je peux le faire, après, il demandera de nombreuses améliorations mais je trouve qu'il est accessible, [. . .] savoir s'il jouera bien aux échecs ensuite ou pas, c'est autre chose, mais c'est des connaissances que je peux piocher à droite à gauche, suffit de dire, de donner les grandes règles. »

Il ne nous a pas été très facile de comprendre pourquoi Paul voulait faire un jeu d'échecs. Ce n'est pas pour le jeu en lui-même, il n'aime pas tellement les échecs. Ce

n'est pas pour le graphisme, il est incapable de dessiner. Ce n'est pas pour la virtuosité en programmation, il s'estime médiocre programmeur et mauvais joueur donc incapable de réaliser un moteur d'échecs brillant. Alors pourquoi un jeu d'échecs ?

L'avantage des échecs, c'est qu'il va falloir se décarcasser pour faire un système qui soit un peu pas con. . .

Le jeu d'échecs est le symbole du jeu « *intelligent* ». Régulièrement, un champion d'échecs russe défie une machine d'IBM et les journaux, spécialisés ou non, glosent à l'infini sur qui, de Kasparov ou de Big Blue, est le plus intelligent, ou si l'intelligence humaine, par son imperfection, reste inimitable et si c'est cette imperfection qui permet de battre la machine. Paul a touché un peu à un langage d'IA lorsqu'il était étudiant, juste assez pour lui donner l'envie d'en voir plus. On voit dans le discours qui suit qu'il n'y connaît pas grand-chose, il est très imprécis, il ne sait pas lui-même ce qu'il cherche mais il sent qu'il y a quelque chose de magique dans ces langages :

« Des trucs d'intelligence artificielle, c'est pas si inaccessible que ça, je crois. Prolog, c'est un truc que j'avais aimé. [...] j'avais vraiment adoré, parce que, en fait, tu as l'impression de ne rien faire, puis au bout d'un moment, c'est génial ! »

Luc, un autre hacker, a un discours similaire :

« C'est l'idée d'une machine qui enchaîne des ordres simples à toute vitesse, l'idée même de l'automate programmable, qui me fascinait. Je ne sais pas exactement pourquoi, sauf que les possibilités semblaient illimitées, ça semblait être un jeu d'enfant de faire des choses très compliquées avec. »

Alors, qu'est-ce que c'est, l'intelligence artificielle, finalement ?

Paul : *« Il suffit de définir des grandes règles pour que tout ça, ça tourne bien et tu as un truc à peu près cohérent. »*

L'intelligence, ce concept si difficile à appréhender, à mesurer, à développer chez les humains . . . chez les machines, finalement, est à la portée de tout informaticien : quelques règles bien posées, de la cohérence . . . et tout au bout peut-être, on affronte Kasparov . . . On joue à un jeu d'enfant et on simule le concept insaisissable de l'intelligence humaine.

Sherry Turkle cite à ce sujet un étrange témoignage de hacker :

« Les hommes ne peuvent pas avoir d'enfants, c'est pourquoi ils essaient d'en avoir par l'intermédiaire de la machine. Les femmes n'ont pas besoin d'ordinateur, elles peuvent avoir des enfants d'une autre manière. » (Turkle, 1986)

Elle citera aussi les propos de chercheurs en informatique du MIT⁹ :

Don Norman : « J'ai le rêve de créer mon propre robot. De lui donner mon intelligence, de le faire mien, de lui donner mon esprit. De me voir en lui. Depuis que je suis tout petit. »

⁹Massachusetts Institute of Technology

Roger Schank : « *Mais qui n'a pas ce rêve ? J'ai toujours eu envie de créer un esprit pensant. De faire quelque chose de ce genre. C'est plus excitant que tout. C'est la chose la plus importante qu'un homme puisse faire.* »

Créer un esprit pensant est pourtant à la portée de tout être humain, en mettant au monde un bébé. Le rêve, dont parle Roger Schank, consiste à maîtriser seul chaque aspect de cette création, sans s'encombrer par ailleurs des responsabilités parentales. Ce sentiment de paternité, très répandu dans le milieu des informaticiens, est illustré par un témoignage que l'on trouve dans une étude de Bozonnet. Il s'agit d'un utilisateur qui prépare l'arrivée de son micro pendant la grossesse de sa femme et qui l'achète la veille de l'accouchement : « *Elle a le bébé, j'ai le micro.* » dit-il (Bozonnet, 1988).

Grâce à ce mythe de l'auto-engendrement, on peut se reproduire seul, sans avoir recours aux femmes. Dans le monde informatique, les femmes deviennent donc accessoires, elles disparaissent. Philippe Breton va même plus loin. Il attribue à ce phénomène une des raisons de l'exclusion des femmes de la tribu informatique : « *Ainsi, mais nous sommes là maintenant au cœur d'une dimension imaginaire, la reproduction au sein de la tribu se fait fantasmatiquement grâce, d'une part à l'union de l'homme et de la machine, et, d'autre part, à l'exclusion des femmes comme « matrices biologiques » . Dans ce sens, l'existence même de la tribu informatique est en partie conditionnée par l'exclusion des femmes qui constituent une concurrence non désirée.* » (Breton 1990) p. 56.

Mais une union suppose une fusion entre deux éléments. Alors que le cas de l'homme et de la machine, on peut voir cette reproduction au sens où l'entendaient les homonculistes du XVIIe. L'homme apporte la substance de vie ET la matière (en écrivant le programme), l'ordinateur sert uniquement de réceptacle. C'est pourquoi nous disions qu'il ne s'agit pas d'une union, mais d'un auto-engendrement car la machine n'est pas un partenaire, mais le support de l'environnement. Néanmoins, nous rejoignons Breton quand il dit que le principe de l'auto-engendrement s'oppose à la création biologique.

La conséquence de cette vision réductrice de l'enfantement biologique est que les femmes sont supposées ne pas avoir besoin de ce fantasme d'auto-engendrement puisqu'elles peuvent procréer « *par elles-mêmes* », dans un processus où le rôle de l'homme peut être vu comme périphérique, un rôle d'assistant. S'il est biologiquement évident que le pouvoir de l'engendrement est aussi bien dans le corps de l'homme que dans celui de la femme, le fait de réduire l'existence des femmes à leur rôle de mère laisse les hommes comme dépossédés de leur capacité à s'engendrer. La vision cybernétique de la reproduction, où il s'agit de se reproduire sur un plan informationnel et non plus fonctionnel (Wiener, 2000), ressemble à un discours de compensation permettant de dévaloriser l'enfantement biologique et de survaloriser la création intellectuelle. Toujours en suivant la logique de la cybernétique, la reproduction biologique que pratiquent les femmes s'effectue au niveau fonctionnel (qui,

selon la cybernétique, n'est pas le niveau pertinent pour appréhender le monde) et ne rapporte aucun mérite. Elle ne permet pas de comprendre un processus, elle ne donne aucune maîtrise sur le monde. C'est au niveau informationnel (niveau supérieur de compréhension du monde) que l'on peut prétendre maîtriser le phénomène. Il y a donc plus de valeur, d'enjeu, de gloire à réussir à s'engendrer au niveau informationnel que biologique (Collet, 2006).

On retrouve dans l'ouvrage de David Noble une remarque au sujet des nouvelles techniques reproductives qui nous rappelle les fantasmes de la cybernétique : « *Dans l'ascétisme clérical, la métaphore maternelle [des sciences] était un ersatz pour simuler la fonction de procréation. Après un millier d'années, la poursuite scientifique obsessionnelle d'un enfant sans mère, à travers les nouvelles techniques de reproduction, reste la préoccupation d'un monde sans femme.* » (Noble, 1992) p. 286¹⁰.

Dans le processus d'auto-engendrement cybernétique, les femmes ont au mieux un rôle d'assistantes, voire disparaissent totalement. On a l'impression d'être en face de deux méthodes différentes de reproduction : l'une supposée féminine, biologique et passive au sens où l'entend Simone de Beauvoir, dans laquelle les femmes restent dépendantes des hommes (Beauvoir, 1949) ; l'autre supposée masculine, logique et active dans laquelle la présence des femmes est inutile.

Pour conclure, il ne faut pas oublier que les termes « *féminins* » et « *masculins* » sont employés ici dans une perspective de genre et non de sexe : même si on a voulu les en exclure, les femmes sont tout à fait capables d'aspirer à de tels actes de création et de les réaliser, malgré tous les obstacles mis sur leur chemin. Rappelons qu'Ada Lovelace, la première programmeuse, a appelé son mémoire : « *mon premier enfant* » (Wooley, 1999), elle qui en avait déjà trois de manière biologique.

Références

- [1] Asimov, I. (1950). *Les robots, Paris, J'ai lu.*
- [2] Asimov, I. (1964). *Un défilé de Robots. Paris, J'ai lu.*
- [3] Asimov, I. (1996a). *Histoire de Robots. Mais le docteur est d'or. Paris, Press Pocket.*
- [4] Asimov, I. (1996b). *Les femmes en Science-fiction. Mais le docteur est d'or. Paris, Press Pocket.*
- [5] Baretts, S. (1995). *Le Science-fictionnaire. Paris, Denoël.*
- [6] Beauvoir, S. d. (1949). *Le Deuxième Sexe. Paris, Gallimard.*
- [7] Bozonnet, J.-P. (1988). *L'acceptabilité sociale de la micro-informatique domestique. PIRTEM CNRS.*
- [8] Breton, P. (1990). *La tribu informatique. Paris, A.M. Métailié.*
- [9] Breton, P. (1992). *L'utopie de la communication. Paris, La Découverte.*
- [10] Capek, K. (1920). *RUR, Edition de l'aube.*

¹⁰Traduction : Catherine Marry

- [11] Chapuis, A. and Droz, E. (1949). Les automates, figures artificielles d'hommes et d'animaux. *Neuchâtel, Le Griffon*.
- [12] Clarke, A. C. (1968). 2001, l'odyssée de l'espace. *Paris, J'ai lu*.
- [13] Clarke, A. C. (1983). 2010, Odyssée deux. *Paris, J'ai lu*.
- [14] Clermont, P. and Lallement, J. (1998). Intelligence et Réseau dans la science fiction : représentation de l'ordinateur dans quelques récits contemporains. 11ème Colloque Européen en Informatique et Société, Informatisation et anticipations, entre promesses et réalisations, *Strasbourg, Centre de coordination pour la Recherche et l'Enseignement en Informatique et Société (Paris VI - Jussieu) Groupe d'Etude et de Recherche sur la Science de l'Université Louis Pasteur (Strasbourg)*
- [15] Collet, I. (2006). L'informatique a-t-elle un sexe. *Paris, L'Harmattan*.
- [16] Héritier, F. (2002). Masculin / Féminin, Dissoudre la hiérarchie. *Paris, Odile Jacob*.
- [17] Hoffmann, E. T. W. (1817). L'homme au sable. *Les contes*.
- [18] Jondot, J. (1994). "De la maman à la momie." *Les cahiers Forell(2) : 199-205*.
- [19] Le Breton, D. (1999). L'adieu au corps. *Paris, Métailié*.
- [20] Menegaldo, G. (1998). Frankenstein. *Paris, Autrement*.
- [21] Noble, D. (1992). A World without Women : the Christian Clerical Culture of Western Science. *New-York, Knopf*.
- [22] Shelley, M. (1818). Frankenstein ou le Prométhée moderne.
- [23] Staël, M. d. (1814). De l'Allemagne. *Paris, Flammarion*.
- [24] Turkle, S. (1986). Les enfants de l'ordinateur. *Paris, Denoël*.
- [25] Villiers de L'Île-Adam, A. (1886). L'Eve future. *Paris, Gallimard*.
- [26] Wiener, N. (2000). God and golem Inc. *Paris, Edition de l'Eclat*.
- [27] Wooley, B. (1999). The Bride of science : romance, reason and Byron's daughter. *McGraw-Hill*.

Isabelle Collet

INT - Département Systèmes d'Information 9 rue Charles Fourier 91 011 Evry Cedex.

E-mail : Isabelle.collet@int-evry.fr

Université Paris X - Sciences de l'Éducation Centre de Recherche en Éducation et en Formation 200 av. de la République 92000 Nanterre.

E-mail : icollet@u-paris10.fr

Url : <http://www.isabelle-collet.net>

FEMMES ET HOMMES, FILLES ET GARÇONS DANS LES MANUELS DE MATHÉMATIQUES. «UN RÉSEAU INTERNATIONAL DE RECHERCHE SUR LES REPRÉSENTATIONS SEXUÉES »

Carole Brugeilles & Sylvie Cromer

Résumé. — Si la discipline mathématique est reconnue comme étant discriminatoire par rapport à la formation et à l'orientation professionnelle des filles, peu de recherches s'intéressent au rôle des manuels scolaires dans ce processus. Or, les manuels scolaires transmettent non seulement des connaissances, mais sont aussi des vecteurs de socialisation qui participent à la construction des identités sexuées et peuvent dès lors avoir des répercussions sur l'investissement dans l'apprentissage des mathématiques. C'est pourquoi un réseau international de recherche s'est constitué pour étudier les représentations sexuées dans les manuels scolaires, lesquelles s'incarnent dans les personnages peuplant les cours et les exercices. L'analyse, grâce à une méthodologie commune, des personnages présents dans les manuels de mathématiques de quatre pays africains fait apparaître une nette domination numérique des éléments masculins, ainsi que des représentations sexuées, source d'inégalités entre les sexes.

1. Les manuels de mathématiques, facteur de discrimination entre filles et garçons ?

La discipline mathématique, dans les recherches menées en France, est souvent désignée comme discriminatoire envers les filles (Jarlégan, 1999), avec un déficit d'orientation des adolescentes dans les voies scientifiques et des difficultés d'accès à des professions valorisées économiquement, socialement et symboliquement pour lesquelles la sélection est fondée sur les capacités en mathématiques. Les raisons expliquant le manque d'investissement en mathématiques des filles sont multiples : faible utilité sociale pour des élèves dont on anticipe la moindre implication professionnelle compte tenu du primat de la famille dans la vie des femmes (Duru-Bellat, Jarlégan, 2001) ; naturalisation des aptitudes intellectuelles qui feraient – du moins à notre époque - que les garçons et les hommes seraient « naturellement » doués pour les disciplines scientifiques et techniques, les filles et les femmes pour les lettres et les sciences sociales. Dès lors, il est intéressant de vérifier si les manuels scolaires de mathématiques relaient ces assertions et par là même contribuent à les légitimer.

En effet, malgré la prolifération et la diversification des supports pédagogiques, le classique manuel scolaire ne saurait être définitivement remisé. Recueil de connaissances, il est aussi, en interprétant et en mettant en forme les savoirs, le vecteur, de manière plus ou moins implicite, de normes, de valeurs et de modèles de comportements sociaux. De fait, il participe non seulement à l'instruction, mais aussi à la socialisation des plus jeunes, préparant la société de demain.

Dans les pays du Sud, le rôle du manuel scolaire est accru : il est un support éducatif primordial et acquiert, par sa rareté, une valeur et un pouvoir de légitimation supplémentaire. Pour de nombreux élèves et leurs familles, le manuel est la seule source d'initiation à l'écrit et au savoir, dans les foyers où le livre est absent. Le manuel joue un rôle crucial pour les enfants les plus pauvres et l'accès aux livres est généralement une des recommandations prioritaires des organismes internationaux tel que l'UNESCO pour favoriser l'éducation pour tous et atteindre les objectifs 2 et 3 du Millénaire¹ (déclaration du 8 septembre 2000), à savoir assurer l'éducation primaire partout dans le monde pour les garçons et les filles et promouvoir l'égalité et l'autonomisation des femmes. En effet, les enfants pauvres ont souvent de plus mauvais résultats que leurs camarades aisés, du fait de la difficulté d'avoir un minimum d'outils favorables à l'apprentissage. Les filles figurent parmi les plus défavorisées : elles possèdent moins de livres que les garçons, en raison de leur faible disponibilité et de leur cherté. Par ailleurs, pour les enseignants, le manuel s'avère une ressource pédagogique fondamentale, parfois unique. Même lorsque les élèves n'en disposent pas personnellement, le manuel est au centre du dispositif pédagogique, le maître pouvant y puiser le cours et des exercices. De plus, le manuel peut participer à l'autoformation et pallier l'insuffisance de qualification. Il est ainsi l'une des variables les plus efficaces pour améliorer la qualité de l'éducation dans les pays en développement, et par conséquent combattre la pauvreté et favoriser le développement économique et social (Montagnes, 2001).

2. Une étude internationale sur les représentations sexuées

C'est pourquoi, lors de la Quatrième conférence africaine de la population (Tunis, décembre 2003), un réseau international de recherche sur les représentations sexuées dans les manuels scolaires, le RIRRS, s'est constitué dans le cadre d'un partenariat entre institutions de recherche africaines et françaises². Ses objectifs sont, d'une part,

¹Cf. site : <http://www.un.org/french/millenniumgoals/index.html>

²Le réseau est soutenu financièrement par le Centre sur la population et le développement (CEPED), l'Institut national d'études démographiques (INED), l'Union pour l'étude de la population africaine (UEPA), l'UNESCO. Il a également bénéficié du soutien du Fonds des Nations unies pour la population (UNFPA) par ses représentations d'Abidjan et de Yaoundé, de l'Unité de recherche démographique de Lomé. Cinq équipes de recherche sont actuellement engagées dans l'analyse de manuels scolaires de mathématiques du cycle primaire : Hélène Kamdem-Kamgno, démographe, IFORD de Yaoundé (Cameroun), Rachelle

de renouveler la connaissance des manuels scolaires en étudiant les représentations sexuées, d'autre part, à partir des résultats obtenus, de faire changer les manuels pour une présentation plus équitable des rapports entre les sexes.

Ce réseau est fédéré autour d'une méthodologie d'analyse commune fondée sur la sociologie des rapports sociaux de sexe et le concept de représentation sociale³ (Brugeilles, Cromer, 2005, 2006). Afin de rendre plus concrets et attractifs les apprentissages, les cours et les exercices proposés dans les manuels mettent en scène des personnages, acteurs d'histoires embryonnaires : des enfants comparent leur nombre de billes, un adulte fait des achats ou s'interroge sur sa consommation d'essence etc. Les représentations sociales s'incarnent dans ces personnages et c'est à travers eux que l'on accède à ce qu'est être une femme, un homme, un garçon, une fille dans une société donnée.

La méthode, quantitative, consiste à recenser de manière exhaustive, dans les textes et les images, les personnages selon des critères classiques du sexe et de l'âge, et à relever plusieurs de leurs caractéristiques considérées comme déterminantes pour saisir les représentations sociales sexuées, comme par exemple :

- les modalités de désignation (prénom, nom, lien de parenté, statut) ou le choix de l'anonymat,
- la mise en scène dans des activités ou des actions, dans des lieux,
- l'imposition d'attributs physiques (vêtements ou de coiffure etc.) ou d'objets, personnels, domestiques, professionnels,
- les interactions entre les personnages.

En combinant ces indices, nous pouvons reconstituer et observer le système de genre produit par les manuels, c'est-à-dire l'ensemble des identités et des rôles sociaux sexués définissant le masculin et le féminin.

Vingt-quatre manuels de mathématiques ont été étudiés grâce à cette méthodologie par des membres du réseau. Ces manuels sont utilisés pour l'enseignement primaire dans trois pays francophones de l'Afrique Subsaharienne, le Cameroun, la Côte d'Ivoire, le Togo et dans un pays d'Afrique du Nord, la Tunisie⁴. Le choix de

Djangone, démographe, FNUAP d'Abidjan et Kalilhou Sy-Savane, Inspecteur de l'Éducation nationale (Côte d'Ivoire), Sine Sarr, INEADE et Fatma N'Diaye du FNUAP de Dakar (Sénégal), Justine Nomenyo et Atavi Etorh, URD de Lomé (Togo), Ibtihel Bouchoucha, statisticienne (Tunisie).

³Denise Jodelet en donne la définition suivante « *Forme de connaissance socialement élaborée et partagée, ayant une visée pratique et concourant à la construction d'une réalité commune à un ensemble social* » (Jodelet, 1989, p.53).

⁴Le corpus est composé pour chacun des pays des manuels des 6 niveaux de l'éducation primaire. Les collections les plus utilisées, voire comme pour la Tunisie l'unique collection, ont été sélectionnées, à savoir :

Cameroun : *Champion en mathématique*, EDICEF-CLE, 1998

Côte d'Ivoire : *Mathématique*, NEI CEDA, collection Ecole et Développement, 1997 à 2001

Togo : *Le nouveau calcul quotidien*, Nathan. 1999 à 2000

Tunisie : *Livre de mathématique*, en arabe. Centre National Pédagogique, 2002-2003.

ces quatre pays ne correspond pas à un échantillonnage scientifique ; il est lié à la participation volontaire de chercheurs de chacun d'entre eux.

Précisons que l'étude porte sur les représentations sexuées contenues dans ces manuels et non sur leur diffusion ou sur leurs conditions réelles d'usage. Envisager ces aspects demanderait de disposer d'autres données, notamment d'observations sur le terrain. Cependant, quelques informations permettent de situer le contexte de leur utilisation⁵. Les trois pays de l'Afrique Subsaharienne présentent de nombreuses similitudes : la scolarité primaire est obligatoire, entre 6 et 11 ans au Cameroun, entre 6 et 15 ans en Côte d'Ivoire et au Togo, mais sa gratuité n'est pas garantie par la loi et le budget consacré à l'éducation par l'Etat est restreint : 3,4% du P.N.B. au Cameroun, 4,9% en Côte d'Ivoire et au Togo⁶. Le déficit d'encadrement est sévère : on compte 1 instituteur pour 61 élèves au Cameroun, 1 pour 44 en Côte d'Ivoire et 1 pour 35 au Togo. Il s'agit très majoritairement d'hommes (64% au Cameroun, 80% en Côte d'Ivoire et 86% au Togo). Enfin, la scolarité primaire n'est pas universelle et les différences filles-garçons sont conséquentes. Le taux net de scolarisation dans le primaire⁷ est de 72,1% pour les garçons et de 53,1% pour les filles en Côte d'Ivoire et respectivement de 81% et 72,6% au Togo⁸. Les données ne sont pas disponibles pour le Cameroun. Dans ces trois pays, les manuels scolaires sont édités par des entreprises privées à partir de programmes fixés par le gouvernement. La situation est différente en Tunisie où l'implication de l'Etat dans l'éducation est plus visible : la gratuité de la scolarité primaire, obligatoire de 6 ans à 16 ans, est garantie par la loi et l'Etat consacre 7,2% du P.N.B à l'éducation. On dénombre un instituteur pour 22 élèves, Le taux net de scolarisation est de 97,1% pour les garçons et de 96,6% pour les filles dans le primaire. De plus, les manuels scolaires sont complètement pris en charge par l'état, de la conception à la diffusion.

3. Des inégalités entre les sexes

L'analyse des quatre corpus fait apparaître d'une part que les personnages sont nombreux dans les manuels et d'autre part que les textes sont nettement plus producteurs de personnages que les images. Dans les textes, le nombre de personnages oscille entre près de 1000 au Togo à presque 1400 en Tunisie ; dans les images, on

⁵Nous invitons les lecteurs intéressés par l'école et la scolarisation en Afrique à consulter des ouvrages d'auteurs tels que Marie-France Lange (Par exemple, Lange, 1998) ou Marc Pilon (par exemple, Pilon, Yaro, 2001).

⁶A titre comparatif, la part du P.N.B consacrée à l'éducation est de 11,4% en France ; on y recense un enseignant pour 19 élèves en primaire, 78% sont des femmes ; le taux net de scolarisation primaire est de 99,6% pour les garçons et 99,7% pour les filles. Les données sont de 2001.

⁷Le taux net de scolarisation est le rapport entre le nombre d'enfants scolarisés du groupe d'âge correspondant officiellement à un niveau d'enseignement donné et la population totale de ce groupe d'âge.

⁸Les taux du Togo sont extraits de l'annuaire de la Direction Générale de la Planification de l'Education du Togo (DGPE, 2003)

compte entre 113 (Togo) et 364 personnages (Cameroun). Ensuite, même s'il n'y a pas de linéarité, ni strict parallélisme entre le texte et l'illustration, le nombre de personnages augmente au fil du cursus scolaire, avec l'accroissement en volume des ouvrages et le resserrement de la typographie, du fait que la lecture est maîtrisée et que l'apprentissage s'intensifie.

La sélection des personnages mis en scène tant dans les parties cours que dans les exercices des manuels n'est pas neutre.

La sur-représentation des hommes et des garçons est flagrante. Dans les textes, ils représentent entre 67,6 % au Cameroun et 76,4% au Togo des personnages. A l'exception de la Côte d'Ivoire, les hommes sont toujours plus nombreux que les garçons : plus d'un personnage sur trois est un homme. Dans les images, on atteint pratiquement les mêmes pourcentages, sauf que le garçon est privilégié sur l'homme adulte. Plus ludiques, les images sont le domaine des enfants.

A l'opposé, le déficit de personnages féminins est manifeste. Filles et femmes représentent, dans les textes, entre 21,4% au Togo et 28% au Cameroun des personnages. A l'exception du Cameroun, où il y a égalité, et du Togo, les filles sont toujours plus nombreuses que les femmes. Les femmes sont les personnages oubliés des concepteurs de manuels : elles représentent entre 6,2% des personnages en Côte d'Ivoire et 11,5% au Cameroun. Là aussi des constats identiques sont faits pour les images.

Les modèles féminins sont donc rares pour les filles, ce qui ne favorise ni l'identification, ni la projection sur un adulte de leur sexe. Quant aux garçons, l'autre sexe leur est « invisible ». Dès lors, les élèves, quel que soit leur sexe, mais aussi probablement les maîtres, perçoivent que la légitimité du savoir, de l'utilisation et de la transmission des mathématiques est du côté masculin et non féminin.

Au-delà du dénombrement selon l'âge et le sexe, qui met en évidence les fortes inégalités numériques entre les sexes, l'organisation sociale sexuée s'examine au travers d'autres caractéristiques relevées, comme par exemple les modes de désignation des personnages et leurs activités.

Quel que soit le pays, quel que soit leur sexe, les enfants sont désignés par leur prénom et pratiquent des activités similaires : l'activité scolaire domine largement pour les unes et les autres, même si elle est légèrement plus fréquente pour les garçons. Il est notable qu'il n'existe pour les enfants aucun domaine d'exclusion : les garçons effectuent, certes dans une moindre mesure, des tâches domestiques. La représentation des enfants principalement dans l'univers de l'école permet donc une neutralisation des représentations entre les sexes.

En revanche, à l'âge adulte, les rôles sociaux sexués se figent. Les hommes sont principalement désignés par leur statut professionnel, et pour eux l'activité professionnelle est prépondérante. Ils sont ainsi inscrits dans la sphère publique. Les femmes sont dénommées par leur lien familial ; les tâches domestiques et l'activité

d'achat leur confèrent une fonction nourricière primordiale. Elles sont assignées à la sphère privée. Quelques différences sont à relever entre les manuels des différents pays. Le corpus du Cameroun montre comment peut se reconstituer une subtile différence des sexes : les femmes comme les hommes y effectuent des activités professionnelles, mais celles-ci sont plutôt dans le secteur informel, rarement désignées par leur rôle professionnel, contrairement aux hommes. Pour l'âge adulte, on assiste donc à une bipolarisation entre les sexes, conduisant, comme l'analyse d'autres indices du sexe social le montrerait, à une hiérarchisation entre les sexes.

4. En guise de conclusion

L'analyse comparative de quatre collections de manuels de mathématiques diffusés en Afrique révèle une double contradiction. Une première contradiction concerne l'écart entre la réalité sociale des pays et le reflet présenté dans les manuels scolaires. Outre le fait que les manuels ne connaissent pas la parité du point de vue numérique, ils sont en retrait par rapport aux évolutions sociales et économiques des sociétés, et en particulier par rapport aux rôles des femmes dans les différentes sphères de vie. Ainsi, le manuel n'est pas tant un reflet qu'une mise en ordre d'une représentation sociale légitimée, où fonctionne la « valence différentielle » des sexes (Héritier, 1996). Apparaît alors une seconde contradiction : les messages transmis par les manuels scolaires contredisent les discours sur l'éducation des filles, objet d'un vaste consensus international dont témoigne la signature de nombreux textes⁹. Dès lors, la question se pose des effets de ces contradictions sur la scolarisation des filles et plus précisément sur leur apprentissage des mathématiques. Ces contradictions ne sont certainement pas propres aux manuels de pays du Sud, aussi un vaste champ de recherches similaires pourrait-il être ouvert sur le matériel pédagogique utilisé en mathématique dans des pays tel que la France.

Références

- [1] A. Boisseau, V. Chauveau, F. Delon, G. Madec, *Du côté des mathématiciennes. Aléas*, 2002.
- [2] C. Brugeilles, S. Cromer, *Analyser les représentations du masculin et du féminin dans les manuels scolaires*, Paris, CEPED, Collection Les Clefs Pour, 2005.
- [3] C. Brugeilles, S. Cromer, « Représentations des rôles sexués dans des manuels de mathématiques diffusés dans l'enseignement primaire en Afrique », Communication à la *Quatrième conférence africaine de la Population*, Tunis 2003, document dactylographié 18 p., 2003.

⁹On peut citer pour mémoire la « Convention concernant la lutte contre la discrimination dans le domaine de l'enseignement » (1960), ou encore la « Convention des Nations Unies sur l'élimination de toutes les formes de discrimination envers les femmes (1979)

- [4] C. Brugeilles, S. Cromer, Les manuels scolaires de mathématiques ne sont pas neutres. Le système de genre d'une collection panafricaine de l'enseignement primaire Autrepart, num 39, 2006.
- [5] Direction Générale de la Planification de l'Education du Togo, Annuaire national des statistiques scolaires : année 2001-2002. Lomé, 2003
- [6] R. Djangone, E. Talnan, M. Irié, Système scolaire et reproduction des rôles sexués : une analyse du manuel scolaire du Cours Préparatoire deuxième année en Côte d'Ivoire Colloque Genre, Population et Développement en Afrique. Abidjan, ENSEA, IFORD, INED, UEPA 16-21 juillet, CD-Rom, www.ined.fr, 2001.
- [7] M. Duru-Bellat, A Jarlégan, Garçons et filles à l'école primaire et dans le secondaire in T. Bloss (dir.) *La dialectique des rapports hommes-femmes*, Paris, PUF, 2001.
- [8] F. Héritier, Masculin/Féminin. La pensée de la différence, Paris, Editions Odile Jacob, 1996.
- [9] A Jarlégan, La fabrication des différences : sexe et mathématiques à l'école élémentaire. Thèse en sciences de l'éducation, Université de Bourgogne, 1999.
- [10] D. Jodelet, Représentations sociales : un domaine en expansion, in Jodelet D. (dir.) *Les représentations sociales*, Paris, PUF, 1989.
- [11] M-L. Lange (dir.), *L'école et les filles en Afrique. Scolarisation sous conditions*, Paris, Karthala, 1998.
- [12] I. Montagnes, Manuels et matériels pédagogiques 1990-1999. Etudes thématiques, Paris, Unesco, 2001.
- [13] A. Ouedrago, Les contenus sexistes des manuels scolaires. Au malheur des filles et des femmes dans les manuels, in Lange M.-F. (ed.) *L'école et les filles en Afrique*, Paris, Khartala, 1998.
- [14] M. Pilon, Y. Yaro (dir.), La demande d'éducation en Afrique : état des connaissances et perspectives de recherches, Dakar, UEPA, 2001.
- [15] Unesco, Genre et Education Pour Tous. Le pari de l'égalité. Rapport mondial de suivi sur l'EPT, Paris, 2003.
- [16] Unesco, Education pour tous. L'exigence de qualité. Rapport mondial de suivi sur l'EPT, Paris, 2004.

Carole Brugeilles

Université de Paris X-Nanterre, Cerpos,, 200 avenue de la République,,
92 000 Nanterre1 rue du Professeur Laguesse 59000 Lille.

E-mail : Carole.brugeilles@u-paris10.fr

Sylvie Cromer

Université de Lille 2, SFP, 1 rue du Professeur Laguesse, 59000 Lille.

E-mail : sylvie.cromer@univ-lille2.fr

Numéro 8

SOMMAIRE

Editorial	p. 1
Vie de l'association	
Discours lors de la remise de la Légion d'honneur à Véronique Slovacek-Chauveau	p.3 à 14
A propos de mathématiques	
Textes des communications mathématiques du Forum des jeunes mathématiciennes, "Mathématiques et interactions", 6 et 7 octobre 2006	p. 15 à 94
A propos de femmes	
Textes des communications non mathématiques du Forum des jeunes mathématiciennes, "Mathématiques et interactions", 6 et 7 octobre 2006	p. 95 à 135



INSTITUT NATIONAL
DE RECHERCHE
EN INFORMATIQUE
ET EN AUTOMATIQUE



MAIRIE DE PARIS



Coordinatrice de rédaction : Catherine Bonnet
Directrice de publication : Véronique Slovacek-Chauveau
Imprimerie : Général Art Impressions (95560 - Monsoult)
Numéro ISSN : 1271-3546
Tirage 200 ex
Dépôt légal : décembre 2006
Prix du numéro : 12 €