

# La structure articuloire d'un graphe

Anne Berry

LIMOS, Campus Scientifique des Cézeaux, BP 10125, 63 173 Aubière  
Cedex. Page web : <http://www.isima.fr/berry/index.html>

Les graphes non-orientés sont utilisés depuis les années 1950 (et même depuis Euler) pour modéliser toutes sortes de problèmes. Un graphe est constitué d'un ensemble de points (appelés des sommets) et de liens entre ces sommets (appelés des arêtes).

Nous nous intéressons à un aspect particulier des graphes, qui sont leurs ensembles d'articulation (appelés également des séparateurs minimaux). Dans un arbre, un point d'articulation est un noeud interne : son retrait définit plusieurs sous-arbres. Ces noeuds sont bien nommés, ils constituent l'articulation du graphe et reflètent sa structure.

La notion d'articulation s'étend à un graphe quelconque, mais on est amené à retirer un ensemble de sommets (le séparateur minimal) dont le retrait définit plusieurs sous-graphes.

Le séparateur minimal a été introduit en 1961 par Dirac pour caractériser un classe de graphes très proche des arbres : la classe des graphes triangulés. Ce n'est que depuis une dizaine d'années que cet outil est utilisé sur un graphe quelconque, essentiellement dans le but de se ramener à un graphe triangulé en ajoutant des arêtes au graphe (un procédé appelé triangulation).

J'ai commencé par examiner les aspects liés à la triangulation, avec en particulier des applications à l'amélioration des données biologiques (phylogénétiques).

J'ai ensuite montré que l'utilité des séparateurs minimaux était loin d'être restreinte aux problèmes de triangulation. Ils constituent par exemple un outil puissant qui consiste à recopier un séparateur dans les différents sous-graphes qu'il définit : cette décomposition respecte la structure articuloire du graphe, puisque tout séparateur minimal d'un des sous-graphes ainsi obtenus était déjà un séparateur minimal du graphe de départ. Nous explorons l'intérêt de cette décomposition sur des données issues du text mining et de la bio-informatique.

La notion de séparateur permet aussi de définir de façon très mathématique l'extrémité d'un graphe quelconque, de la même façon qu'une feuille est l'extrémité d'un arbre. Le séparateur nous a aussi permis de définir des algorithmes très efficaces pour reconnaître plusieurs classes de graphes, comme les graphes faiblement triangulés et les graphes de sonde triangulés.

Finalement, nous utilisons actuellement le séparateur minimal pour explorer les treillis des concepts (treillis de Galois) : ces treillis sont des ensembles ordonnés qui permettent de structurer l'ensemble des motifs que l'on trouve par l'exploration combinatoire des bases de données binaires ; ils sont très étudiés en ce moment dans le cadre du 'data mining', qui vise à exploiter les grosses bases de données.