

Dynamique des populations et Ondes progressives

Violaine Roussier-Michon

24 octobre 2003

Gérer les fluctuations des stocks de pêche, prévoir la dynamique d'une épidémie, comprendre l'évolution d'un génotype au sein d'une espèce..., tels sont les enjeux de la *dynamique des populations*. La *modélisation* et la *résolution* de ces problèmes fait souvent appel aux mathématiques et plus particulièrement aux *Equations aux Dérivées Partielles*.

On se propose dans cet exposé d'expliquer la démarche initiée par Fisher [1] dans les années 1930 qui consiste à modéliser, grâce aux équations de réaction-diffusion, l'évolution d'un gène dominant dans un groupe d'individus. Si on note $u(x, t)$ la densité relative d'un gène au point x de l'espace et au temps $t > 0$, alors u satisfait une équation d'évolution non-linéaire du type

$$\partial_t u = \Delta u + F(u)$$

où $F(u)$ peut être un polynôme de degré trois en u par exemple.

On montrera ensuite comment étudier *qualitativement* ces équations, notamment grâce au *comportement asymptotique* des solutions, c'est-à-dire le comportement de $u(x, t)$ lorsque t tend vers $+\infty$, et à la *stabilité des ondes progressives*. Ces ondes sont, sous certaines conditions, des solutions particulières de l'équation de réaction-diffusion en dimension 1 d'espace. Elles se caractérisent par un profil indépendant du temps en translation uniforme et elles symbolisent un transport d'information. De plus, elles représentent souvent le comportement asymptotique en temps des solutions. En dimension supérieure, une généralisation peut être faite grâce aux ondes planes et sphériques.

On s'attachera à présenter les différents résultats de recherche dans ce domaine depuis 1930 jusqu'à aujourd'hui [2] et à les traduire en terme du problème biologique initial.

Bibliographie

- [1] R.A FISHER, The advance of advantageous genes, *Ann. of Eugenics*, 1937, 7, 355-369
- [2] V. ROUSSIER, Stability of radially symmetric travelling waves in reaction-diffusion equations, *Prépublication de l'Université Paris XI*, 2002, à paraître dans les *Annales de l'IHP, Analyse non linéaire*