

Eléments mathématiques pour la modélisation du myocarde

Annie Raoult

Professeure en mathématiques appliquées à l'université Joseph Fourier de
Grenoble

Le travail présenté résulte d'une collaboration entre trois laboratoires grenoblois : le laboratoire de modélisation et calcul (LMC), le laboratoire de techniques de l'imagerie, de la modélisation et de la cognition (TIMC) et le laboratoire sols-solides-structures (3S). Il a fait l'objet de la thèse d'Ayman Mourad, soutenue en décembre 2003.

Les chercheurs de l'équipe RFMQ (reconnaissance des formes et microscopie quantitative) du laboratoire TIMC ont développé une méthode de mesure en lumière polarisée de l'orientation des fibres myocardiques. Ils obtiennent ainsi un relevé cartographique discret qui fournit l'orientation sous forme de deux angles. Leur objectif était il y a trois ans d'utiliser ces données pour vérifier l'hypothèse émise par Streeter sur l'organisation des fibres myocardiques.

La "conjecture" de Streeter stipule que ces fibres sont organisées en géodésiques fermées de surfaces toroïdales emboîtées. Utilisant l'invariance du nombre de Clairaut sur les géodésiques des surfaces de révolution, nous avons établi que plusieurs conséquences de cette hypothèse sont effectivement vérifiées par les données anatomiques. Prudemment mathématicien(ne)s, nous n'en concluons pas que la conjecture est vraie... L'explication d'une telle organisation pourrait s'obtenir à l'aide d'une modélisation du fonctionnement cardiaque. Nous avons dans cette direction proposé de construire une loi de comportement du myocarde par une technique mathématique d'homogénéisation (un petit paramètre tend vers 0), qui nous permet de passer de l'échelle de la cellule à celle du muscle. De nombreuses pistes de travail restent ouvertes : prise en compte de l'activation électrique, simulation numérique, comparaison avec d'autres modèles biologiques où la même structure géométrique semble être présente.