PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

DOMINIQUE PY

L'aide à la démonstration géométrique dans le système Mentoniezh

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1989-1990, fascicule 5
« Didactique des mathématiques », , exp. nº 6, p. 1-38
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989-1990___5_A6_0>

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes, 1989-1990, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

L'AIDE A LA DEMONSTRATION GEOMETRIQUE DANS LE SYSTEME MENTONIEZH

Dominique PY

I.R.I.S.A. - Rennes

1 Introduction

Les logiciels d'Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur (E.I.A.O.) visent à proposer aux enseignants des outils pédagogiques sophistiqués et largement paramétrables. Si les premiers systèmes d'E.A.O. étaient limités à des exercices prédéfinis, avec un ensemble limité de réponses acceptables (de type Questionnaire à Choix Multiples), les recherches actuelles se tournent vers des domaines beaucoup plus ouverts, tels que la programmation, la résolution de problèmes d'algèbre ou de géométrie. Une difficulté dans la définition de tels systèmes, outre le fait qu'il existe de multiples solutions à un problème donné, provient de ce que les étapes du travail de l'élève sont interdépendantes, et ne peuvent être analysées séparément. En géométrie, par exemple, la validité d'un pas de preuve est fonction des pas de preuve précédents.

Dans le cadre d'un système d'E.I.A.O. de la géométrie, le projet MENTONIEZH [1], nous nous intéressons particulièrement au suivi et à la correction de la preuve, ainsi qu'à l'aide à la démonstration. Une caractéristique importante de ce système est l'aptitude à reconnaître dès que possible *l'intention* de l'élève (i.e. la solution visée) afin d'adapter la pédagogie en conséquence.

Dans la première partie de cet article, nous faisons un tour d'horizon des systèmes d'E.I.A.O., en examinant plus particulièrement ceux consacrés à la géométrie, dont le projet MENTONIEZH. Dans la seconde partie, nous présentons l'aide à la démonstration, en décrivant le logiciel proposé. En conclusion, nous dégageons les points essentiels, et suggérons des prolongements possibles.

2 Les Tuteurs Intelligents

Les systèmes d'Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur (E.I.A.O), également appelés Tuteurs Intelligents (T.I.), sont apparus dans les années 70. Ils résultent

[1] MENTONIEZH signifie "géométrie" en breton

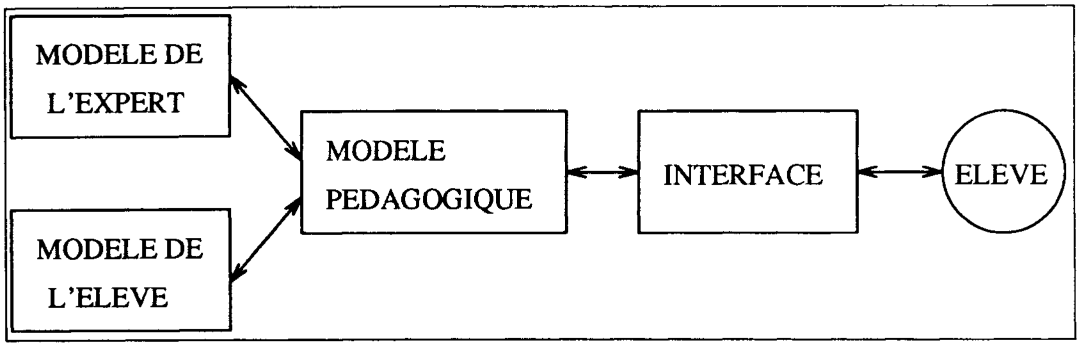


Figure 1 : Les quatre composants d'un T.I.

de l'application de méthodes d'Intelligence Artificielle dans des systèmes d'E.A.O.. En effet, des reproches étaient formulés à l'encontre de l'E.A.O. classique, et en particulier sa trop grande rigidité. Les systèmes d'E.A.O. "première génération" proposent une suite de questions prédéfinies, l'enchaînement de la séquence se faisant en fonction de la réponse donnée (à choisir parmi un ensemble de réponses possibles). L'introduction de méthodes d'I.A. vise à faire manipuler au système des connaissances sur **ce que**, **à qui** et **comment** il enseigne, pour permettre un enseignement individualisé, et une interaction plus souple.

Dans ce paragraphe, nous décrivons les principes généraux des T.I., et l'architecture qui en découle, ainsi que les grandes catégories de tuteurs. Nous présentons ensuite plus spécialement les T.I. de géométrie, et le projet MENTONIEZH.

2.1 Principes et architecture

Les trois objectifs des T.I. (connaître **quoi, à qui** et **comment** enseigner) donnent lieu à trois modules, que l'on retrouve dans la plupart de ces systèmes. Le **modèle du domaine** rassemble les connaissances spécifiques à la matière enseignée. Le **modèle de l'élève** se constitue, au fur et à mesure de la session, des connaissances et méconnaissances de l'apprenant. Le **modèle pédagogique**, indépendant du domaine, regroupe les règles qui déterminent l'attitude du tuteur en fonction du contexte. Enfin, une **interface** ergonomique est indispensable. La figure 1 présente la façon dont ces modules s'organisent entre eux [VIV88].

2.1.1 L'interface

Les premiers T.I. comportent, pour la plupart, une interface de dialogue en langage naturel restreint. Ce type d'interaction semble peu à peu abandonné au profit d'interfaces à base de menus déroulants, utilisant la souris et le multi-fenêtrage. En effet, si le langage naturel constitue un mode de communication très riche, sa compréhension pose encore de nombreux problèmes en soi, et pour des domaines bien structurés (les mathématiques par exemple), il n'apparaît pas indispensable.

2.1.2 Modèle du domaine

Egalement appelée "modèle de l'expert", cette partie regroupe les connaissances sur le domaine enseigné. Elle prend souvent la forme d'un système-expert. En plus des connaissances factuelles, on y trouve des connaissances opératoires, et parfois des méta-connaissances, sous forme d'heuristiques. Il est important que ces connaissances soient accessibles à l'usager, pour que l'expert puisse **expliquer** son raisonnement. On parle alors de système "boîte de verre". Cependant, l'expertise humaine comprend une part d'intuition et d'expérience difficile à expliciter. C'est pourquoi certains systèmes sont de type "boîte noire", mais possèdent un module explicatif de type "boîte de verre".

2.1.3 Modèle de l'élève

Le modèle de l'élève (ou profil de l'élève) détient des informations individuelles sur les élèves qui utilisent le système. Dans l'idéal, il doit permettre non seulement d'adapter l'attitude du tuteur à l'apprenant, mais aussi de prévoir le comportement de ce dernier, et de diagnostiquer les erreurs. Pour remplir ces objectifs, il estime les aptitudes de l'élève dans le domaine considéré (connaissances factuelles et opératoires), mais aussi le niveau d'expérience, le style d'apprentissage préféré, les centres d'intérêt, etc.

La représentation des connaissances de l'élève est souvent liée à la représentation des connaissances de l'expert. Les modèles de type "expertise-partielle" (*overlay*) considèrent les connaissances de l'élève comme un sous-ensemble de celles de l'expert. Les modèles de type "différentiel", variante des précédents, sont obtenus par comparaison de la performance de l'élève avec la performance de l'expert dans la même situation. Le contenu du modèle de l'usager ne se limite pas aux croyances et connaissances : certains systèmes modélisent aussi les plans et buts de l'usager, afin de comprendre sa démarche.

L'analyse des erreurs commises par l'élève a donné lieu à des modèles spécifiques. Les "modèles par perturbation" considèrent que les connaissances de l'usager sont semblables à celles de l'expert, à un certain nombre de "perturbations" près. Les perturbations (ou *bugs*), définies à un niveau de granularité très fin, sont des modifications ou suppressions systématiques dans des connaissances procédurales correctes. D'autres systèmes emploient des bibliothèques de règles incorrectes, définies de la même façon que les règles correctes du modèle de l'expert, c'est le cas de GEOMETRY TUTOR [AND85].

Les principaux obstacles rencontrés lors de la définition d'un modèle de l'usager sont les *données incohérentes*, qui perturbent l'analyse, et *l'évolution des connaissances de l'apprenant*, qui apprend (ou parfois oublie) des notions au fur et à mesure de l'interaction avec le système.

2.1.4 Modèle pédagogique

Le modèle pédagogique doit déterminer la meilleure stratégie d'enseignement à adopter vis-à-vis d'un usager particulier. Dans l'idéal, il devrait être indépendant du domaine, et se définir par des règles explicites. En fait, il est presque toujours implanté de manière procédurale, ce qui lui donne beaucoup de rigidité [VIV88]. Une caractéristique importante du modèle pédagogique est la capacité d'explication. Le tuteur doit savoir **que** dire, **quand** le dire, et **comment** le dire. De nombreux travaux ont proposé une approche intéressante, par exemple dans le système WEST (principes de guidage discret), ou bien dans MENO-TUTOR, où les stratégies pédagogiques sont représentées par une hiérarchie de règles par défaut, ainsi qu'un ensemble de règles d'exception).

2.1.5 Les classes de Tuteurs Intelligents

Les T.I. peuvent être classés en deux grandes catégories (encore que les frontières ne soient pas toujours nettes) :

- Les tuteurs de dialogue. Le tuteur communique ses connaissances au cours d'un dialogue de type Socratique, à initiative mixte : l'élève peut interrompre le tuteur pour lui poser des questions.

- Les tuteurs d'aide à la résolution de problèmes (ou *coachs*). L'initiative est ici détenue par le tuteur, qui guide l'élève au cours de sessions de résolution d'exercices. Le type de connaissances enseigné (connaissances opératoires ou heuristiques) suppose que seule la mise en pratique permet à l'élève d'acquérir de l'expérience et une véritable maîtrise du domaine.

2.2 Les Tutoriels de géométrie

Les T.I. de géométrie se classent sans hésitation dans la catégorie des "coachs". Il s'agit typiquement de la situation où le novice, ayant acquis des connaissances de façon théorique, doit les mettre en pratique dans un grand nombre de cas réels, avant de devenir véritablement expert. Le rôle du Tuteur est ici de permettre au novice de s'entraîner individuellement à la résolution de problème, en lui apportant des corrections immédiates et individualisées.

Le domaine de la géométrie n'a pas, semble-t-il, suscité la réalisation de T.I. achevés jusqu'à l'apparition, en 1985, du GEOMETRY TUTOR, de J. Anderson. Depuis, d'autres travaux ont été poursuivis dans cette voie, et un Workshop a pu se tenir à Grenoble en novembre 89, à propos de "La modélisation de l'élève : le cas de la géométrie". Nous présentons quelques projets de T.I. de géométrie, en commençant par GEOMETRY TUTOR, référence en la matière, et en concluant par celui qui nous concerne plus spécialement, MENTONIEZH.

2.2.1 GEOMETRY TUTOR

L'approche de J. Anderson est particulièrement originale. En effet, lui et son équipe travaillaient initialement à l'élaboration d'une théorie générale de la cognition, dont l'accent portait sur l'acquisition de savoir-faire. C'est seulement en cherchant un champ d'application à leurs théories qu'ils se sont penchés sur sur le développement de Tuteurs Intelligents, comme outils d'expérimentation pour leurs affirmations théoriques. Le groupe de recherche, qui rassemble psychologues et informaticiens, a réalisé deux T.I. : l'un pour la démonstration en géométrie, GEOMETRY TUTOR, l'autre pour la programmation en LISP, LISP TUTOR [AND85] . Tous deux sont conçus comme des guides individuels pour la résolution de problèmes, et mettent en œuvre les principes de la même théorie cognitive, ACT (*Adaptive Control of Thought*). La première hypothèse de cette théorie affirme que les fonctions cognitives peuvent être modélisées par un ensemble de *règles de production*. En conséquence, le tuteur doit disposer d'un tel ensemble de règles, correctes et incorrectes ("*Ideal and Buggy Rules*"), définies pour le domaine concerné. Une règle correcte correspond à un granule de connaissance de l'expert, et une règle incorrecte à une variante erronée d'une règle correcte. L'expertise encodée par ces règles est utilisée pour analyser le comportement de l'élève. Au cours d'une démonstration, le tuteur génère à chaque étape toutes les possibilités, correctes et incorrectes, dont dispose l'élève. Celles-ci sont comparées à son choix effectif. La règle qui correspond est retenue comme l'interprétation du comportement de l'élève. Si le tuteur ne réussit pas à reconnaître, selon le modèle, le choix de l'élève, il ne tente pas de réviser son analyse et de recommencer son interprétation depuis le départ. Au lieu de cela, après un certain nombre d'essais infructueux de la part de l'élève, le tuteur fournit directement la prochaine meilleure étape, selon le modèle idéal. Cette forme de modélisation du comportement est appelée par Anderson "modélisation par trace" (*model tracing*), pour exprimer le fait que l'élève est supposé rester très proche du modèle du système. De fait, cette appellation exprime bien l'approche dirigée par le modèle qu'emploient le diagnostic et l'aide à la démonstration [WEN87].

L'interface maintient un grand nombre d'informations à l'écran. La figure géométrique, fournie par le système, est affichée en permanence, avec les égalités de distances et d'angles déjà démontrées. L'arbre de preuve se construit à l'écran, au fur et à mesure que la démonstration progresse. Ceci présente par ailleurs l'intérêt de faire visualiser à l'élève la **structure** de la preuve. Enfin, différentes touches de fonction donnent accès à des récapitulatifs (sur le problème à résoudre, les faits démontrés, etc.). L'hypothèse sous-jacente est qu'une interface aussi complète permet à l'élève de se concentrer sur les problèmes de fond.

Le tuteur de géométrie a été utilisé par un groupe d'élèves, de niveaux différents. Les résultats de ces évaluations sont très encourageants, puisque les élèves ont non seulement progressé, mais aussi affirmé par la suite qu'ils aimaient la géométrie. L'attitude très directive du tuteur ne dérange pas les novices, mais gêne par contre les élèves plus expérimentés. Cette directivité est essentiellement due à la méthode de modélisation de l'élève, qui, si elle se révèle bien adaptée pour enseigner à des novices un domaine très structuré, est trop contraignante dans d'autres situations. D'ailleurs, le projet vise actuellement à assouplir l'attitude du tuteur.

2.2.2 GEO-PROOF et TRICON

Les tuteurs GEO-PROOF (Preuves en Géométrie) et TRICON (Construction de Triangles) font partie d'un projet de recherche sur le développement et l'évaluation de T.I. d'aide à la résolution de problèmes en géométrie [BAR89]. Les principaux buts du projet sont :

- Développer des T.I. sur des ordinateurs personnels, afin de pouvoir les utiliser en réelle situation de classe.
- Etudier les réactions des élèves et des enseignants face à l'E.I.A.O.
- Identifier les fonctions que doit remplir un système tuteur pour enseigner les mathématiques.
- Développer un module expert, utilisable en classe par un enseignant.
- Etudier les possibilités et les difficultés qui surgissent lors de la définition et la réalisation d'un modèle de l'élève.

Chacun des deux systèmes se compose d'un module Expert, apte à résoudre tout problème sur son domaine respectif, et d'un module Tuteur, qui contrôle le travail de l'élève et fournit de l'aide lorsque demandée. Cependant, aucun des deux ne dispose d'un modèle de l'élève qui puisse enregistrer les connaissances de ce dernier, et permette d'adapter individuellement le tuteur.

Le système GEO-PROOF traite les problèmes qui peuvent se résoudre à l'aide des théorèmes de congruence pour les triangles. Le module expert emploie une dizaine de théorèmes. La stratégie de preuve est soit le chaînage avant, soit le chaînage arrière (mais non les deux à la fois). Le dialogue élève/tuteur se fait au moyen d'une interface, qui maintient en permanence à l'écran l'énoncé du problème, la figure géométrique (fournie par le système), et l'état de la preuve. L'élève rédige sa démonstration sous la forme d'une suite d'étapes "liste de prémisses, théorème, liste de conclusions". Le tuteur vérifie les données de l'élève, corrige les erreurs immédiatement, et fournit de l'aide si nécessaire. Pour cela, il invoque l'expert, qui produit tous les faits démontrables en un pas, à partir de l'état courant. Les commentaires, en cas d'erreur, portent sur la validité des prémisses ou du théorème fourni. L'aide indique la liste des théorèmes applicables, ou le théorème permettant de prouver un fait spécifié. En cas de blocage, le prochain pas de preuve est donné à l'élève.

Le système TRICON traite les problèmes de construction de triangles qui peuvent se résoudre à la règle et au compas. Trois modes d'interaction sont possibles. En mode démonstration, le tuteur développe et commente une ou plusieurs solutions au problème, sans que l'élève intervienne. En mode monitorat, le système contrôle pas à pas le cheminement de l'élève, et fournit de l'aide si demandée. Enfin, en mode observation, le tuteur attend que l'élève ait terminé sa construction pour l'approuver (ou non) et pour la commenter de façon détaillée. Dans ces deux derniers modes, l'élève ne construit pas véritablement la figure avec règle et compas, mais donne les étapes de la construction dans un langage symbolique simple.

Pour ces deux systèmes, des évaluations ont été menées avec des élèves de différents niveaux. Les historiques des sessions et les questionnaires remplis par chaque élève après les tests sont analysés en détail. De manière générale, les élèves apprécient de travailler avec les tuteurs, et trouvent les aides et corrections plutôt utiles et adaptées. Il est difficile d'évaluer leur progression, étant donné le nombre encore trop faible de sessions. Mais il apparaît déjà des préférences pour tel ou tel type de guidage, selon les niveaux des élèves. Par exemple, pour le tuteur TRICON, les élèves ayant les meilleurs résultats préfèrent le mode observation, tandis que les élèves plus faibles préfèrent le mode monitorat, où le tuteur réagit après chaque étape.

Ces deux tuteurs présentent des similitudes avec celui d'Anderson, même si, étant plus récents, ils couvrent un domaine plus restreint et sont moins achevés. Comme pour Geometry Tutor, les principaux modules sont une interface très informative, un Expert sous forme d'un ensemble de règles, et un Tuteur qui dirige le dialogue suivant une stratégie fixe. L'interprétation des actes de l'élève se fait localement à chaque étape, par comparaison avec les productions de l'expert. Parmi les points distinctifs, il faut noter que la phase préliminaire de tracé de la figure est ici prise en compte (par le tuteur TRICON). Par contre, le chaînage mixte n'est pas autorisé dans la démonstration, et surtout il n'existe pas de **règles erronées** qui permettraient d'analyser les erreurs de l'élève, à la manière de Geometry Tutor.

2.2.3 DEFI

Le logiciel DEFI (Démonstration et Exploration de la Figure Interactives) est développé par Italo Giorgiutti en collaboration avec le GRECO "Didactique et acquisition des connaissances scientifiques" [GRA88]. Il s'agit d'un système d'aide à la démonstration de géométrie en classe de quatrième, qui met l'accent sur l'exploration de la figure (i.e. la démonstration en chaînage arrière, à partir du but).

Au cours de la phase d'exploration, c'est le tuteur qui dirige le dialogue : il propose successivement les décompositions possibles du problème en sous-problèmes, parmi lesquelles l'élève retient celle qui lui paraît juste. Puis il réitère sur ces sous-problèmes, jusqu'à ce que l'élève se dise capable de prouver les sous-buts obtenus, mais sans le réaliser effectivement. Au cours de la phase de démonstration, en chaînage avant, l'élève est libre de ses stratégies. Un pas de démonstration consiste pour l'élève à désigner le sous-but visé, ainsi que les hypothèses et le théorème adéquats. Le va-et-vient entre les deux modes d'interaction est possible, notamment lorsque l'élève s'est affirmé, à tort, capable de démontrer un sous-but donné.

Des expériences ont été menées à plusieurs reprises par des enseignants du GRECO, en classes de quatrième et de seconde. Ces expériences soulignent que la contrainte de la démonstration à un pas oblige à une construction rigoureuse de la preuve et diminue la charge d'implicite qui, d'habitude, brouille la rédaction. De plus l'intérêt de la sanction immédiate procurée par l'ordinateur apparaît clairement. Enfin, l'amélioration de la qualité des rédactions fournies par les élèves, après l'expérience, témoigne de l'effet positif du guidage dans l'exploration de la figure, de la distinction nette entre faits établis et faits à établir, et de la clarification de la forme de preuve attendue.

2.2.4 Deux Systèmes Experts utilisant une Représentation Orientée Objet

L'approche de Chouraqui, Inghilterra et Veronis d'une part, Guin et Rousselot d'autre part, diffère des précédentes. En effet, elle se base sur l'utilisation d'un système expert, qui détient les connaissances géométriques. Dans les deux projets, c'est une représentation orientée objet qui est adoptée.

Le projet ARCHIMEDE a pour but de réaliser un système expert d'E.A.O. pour l'apprentissage de la démonstration géométrique en classe de quatrième [CHO87]. Il posséde les caractéristiques d'un Tuteur Intelligent, et en particulier :

- Aptitude à résoudre les problèmes qu'il propose
- Evaluation et mémorisation des acquisitions de l'apprenant.
- Agencement d'une progression pédagogique de l'apprentissage

La partie actuellement étudiée est la base de connaissances du système. Les objets géométriques sont organisés en un réseau hiérarchique de classes, construit sur une relation de filiation. Ainsi, chaque objet hérite des propriétés de ses ancêtres (par exemple, le triangle isocèle hérite des propriétés du triangle). Les connaissances procédurales, à savoir ici les théorèmes, sont exprimées par un ensemble de règles. La résolution est dirigée par le but. Le contexte permet de sélectionner et de déclencher les règles susceptibles de prouver le but visé.

Le projet inclut également une interface en langage naturel, basée sur le même principe de découpage de l'univers en classes d'objets. Cette interface intervient dans différentes parties du système : saisie de la connaissance (théorèmes), saisie des problèmes, dialogue au cours des démonstrations. Elle permet de traiter des problèmes liés à la compréhension du langage naturel sur le domaine de la géométrie. Par exemple, la vérification de la cohérence du discours, la distinction du faux et de l'absurde, la détection de phrases tautologiques ou contradictoires.

Dans un esprit assez proche, le projet de Guin et Rousselot [GUI87] possède les objectifs suivants :

- Réaliser un Système Expert apte à résoudre les problèmes de géométrie de quatrième et à mémoriser les essais infructueux.
- Simuler le travail d'un élève en situation de résolution de problème.
- Réaliser un système d'E.A.O. qui contrôle le travail de l'élève, diagnostique ses erreurs, et propose de l'aide en cas de blocage.

Actuellement, le premier de ces objectifs est atteint. Le système expert réalisé manipule les connaissances sous forme d'un réseau de relations liant des objets. A l'issue de l'acquisition d'un énoncé en langage naturel (pour l'instant simulée), le système a créé les objets qui composent la figure, ainsi que le réseau de relations entre ces objets. La démonstration est réalisée par un cycle d'essai de règles de démonstration, sélectionnées par des règles heuristiques.

2.2.5 Le projet MENTONIEZH

L'objectif principal du projet MENTONIEZH est de fournir aux enseignants de collège un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie [NIC89]. Deux remarques sont à l'origine de ce projet. Les élèves se trouvent parfois en situation de blocage face à un exercice, alors qu'ils s'avèrent capables d'en comprendre la démonstration quand l'enseignant la leur présente : la rédaction des preuves en chaînage arrière (à partir du but) peut restreindre la recherche aux observations pertinentes, et éviter aux élèves de se disperser. Par ailleurs, la plupart des logiciels de géométrie existants se focalisent sur la phase de démonstration et les aides appropriées. Or, la résolution d'un problème de géométrie ne se limite pas à l'énoncé de sa solution : en classe, les élèves commencent par tracer la figure décrite par l'énoncé, avant de répondre à la question posée. La saisie et la correction de cette figure permettent de s'assurer que l'élève a bien compris les hypothèses du problème. Pour respecter ce découpage (figure, puis preuve), le projet comprend quatre parties :

Construction de la figure : l'élève trace la figure sur tablette graphique, de façon interactive

Manipulation de la figure : l'élève déplace ou supprime des éléments de la figure, et observe les résultats de ces modifications

Exploration de la démonstration : l'élève décompose le problème en sous-problèmes, selon les propriétés qu'il pense savoir démontrer

Rédaction de la démonstration : l'élève établit la preuve pas à pas, guidé par le système

La seconde partie, qui ne figure pas dans la résolution classique avec papier et crayon, a été ajoutée pour assurer une bonne liaison entre construction de la figure et établissement de la démonstration. La troisième partie présente son intérêt lorsque l'élève ne voit pas comment démontrer directement la conclusion. Elle lui permet de ramener un problème complexe à un ensemble de sous-problèmes simples.

Deux personnes interagissent avec le tuteur : le professeur et l'élève. Dans un premier temps, le professeur fournit **l'énoncé** du problème à résoudre, ainsi que des **consignes** spécifiques à certaines étapes (pour la phase de manipulation, les propriétés qui peuvent être supprimées, et pour la phase de démonstration, le style de pédagogie à adopter). Puis, l'élève résoud le problème en suivant les quatre étapes.

Notre travail étant consacré aux troisième et quatrième parties, nous ne détaillons ici que les deux premières.

Construction de la figure Pour vérifier la bonne compréhension des hypothèses par l'élève, la géométrie offre un moyen privilégié, qui consiste à demander à l'élève de tracer la figure correspondante. Cela permet également de vérifier l'habileté d'un élève à construire une figure à l'aide des instruments classiques (règle, équerre, compas). De plus, l'élève doit pouvoir récapituler, à côté de la figure, les hypothèses extraites du texte. Ces trois points constituent les trois objectifs de la première partie.

Une session se déroule de la façon suivante : il est demandé à l'élève de "paraphraser" les hypothèses du problème, en donnant le mode de construction d'une figure répondant à ces hypothèses. Pour cela, l'élève utilise une tablette graphique, et une interface graphique, sous forme de menus. A l'aide des instruments classiques d'une table à dessin (crayon, règle, équerre, compas) fournis par le système, il trace des objets et leur donne des propriétés en fonction des objets déjà construits. La figure s'affiche à l'écran au fur et à mesure. Le professeur a fourni auparavant, dans un langage logique (proche du formalisme utilisé dans les livres de mathématiques), la description du problème à résoudre. Dès que l'élève a terminé sa construction, le système vérifie que la figure proposée correspond logiquement aux hypothèses fournies par le professeur.

Deux interfaces sont nécessaires, avec leurs langages de description spécifiques. L'interface du professeur est destinée à recevoir les hypothèses du problème, dans un langage mathématique appelé C.D.L.[2], très proche du formalisme utilisé dans les manuels scolaires. La représentation interne adoptée pour ces hypothèses est une représentation basée sur la logique du premier ordre, afin de permettre l'emploi de la négation, et la vérification automatique de propriétés. L'interface de l'élève est destinée à recevoir la "paraphrase" de l'énoncé. Le langage doit être différent de celui du professeur, pour éviter que l'élève ne recopie le texte sans le comprendre. Ce second langage, appelé S.C.L.[3], est graphique et logique, graphique puisque l'élève trace la figure sur une tablette graphique, logique pour les mêmes raisons que ci-dessus. Il possède un pouvoir d'expression semblable à celui du langage du professeur. Il permet de vérifier la maîtrise qu'a l'élève des instruments, de fournir les hypothèses dégagées du texte, et d'empêcher l'élève de construire une figure irréalisable du point de vue géométrique.

Avant de comparer les deux représentations des hypothèses, celle du professeur et celle de l'élève, il est indispensable de s'assurer de leur cohérence géométrique. Il est nécessaire de vérifier l'absence d'incohérences dans la figure de l'élève, bien que le langage choisi en élimine la majeure partie. Par exemple, l'élève peut tracer deux droites distinctes parallèles, passant par un même point : ceci se produit lorsque les droites sont très proches, en raison de la tolérance graphique. En ce qui concerne le professeur, comme il n'y a pas de vérification graphique, il est indispensable de contrôler logiquement cette cohérence.

[2]Classroom Description Language
[3]Student Construction Language

Pour rendre comparable les deux spécifications, un troisième langage est défini, le L.D.L.[4], ainsi que les mécanismes de traduction permettant de passer du C.D.L. au L.D.L, et du S.C.L. au L.D.L.. Enfin, il reste à comparer les deux représentations des hypothèses. Cette comparaison ne se ramène pas à une stricte équivalence. En effet, l'élève peut tracer des objets supplémentaires, en vue de découvrir de nouvelles propriétés de la figure. La comparaison permet de vérifier deux propriétés que l'on peut attendre d'une figure correcte vis-à-vis d'une spécification donnée :

- La figure contient toutes les hypothèses fournies par le professeur
- Elle n'est pas un cas particulier de l'énoncé

Par exemple, le professeur demande de tracer un triangle isocèle.

- Si l'élève trace un triangle sans préciser que deux côtés sont égaux, la figure ne contient pas toutes les hypothèses
- Si l'élève trace un triangle à la fois isocèle et rectangle, la figure est un cas particulier de l'énoncé.

Manipulation de la figure Ce deuxième composant du système donne à l'élève la possibilité de déformer la figure qu'il a construite, en déplaçant des objets, tout en respectant les contraintes logiques. Ceci permet de dégager les propriétés invariantes de la figure, et de supprimer les tracés particuliers. En second lieu, l'élève peut demander au système de construire des figures dans lesquelles des propriétés ont été supprimées (démarche pédagogique appelée "rupture d'hypothèses"). Le but de cette activité est de décomposer en différents sous-problèmes le problème à résoudre. Le professeur fournit au préalable les propriétés qui peuvent être supprimées, et l'ordre dans lequel elles le sont, afin de montrer les hypothèses pertinentes dans le cas d'une démonstration en chaînage arrière.

Réalisations dans le cadre de MENTONIEZH Diverses maquettes ont été réalisées dans le cadre des deux premières parties du projet. En ce qui concerne le tracé de la figure, les trois modules (interface de l'élève, interface du professeur et équivalence) sont implémentés. La réalisation de l'interface élève comprend trois phases : connecter une tablette graphique à un ordinateur, puis écrire les procédures d'affichage des menus et de correction des positions des objets à l'écran, et enfin définir le programme qui vérifie que les interactions sont conformes au S.C.L.. Les deux premières sont écrites en langage Pascal, et la troisième en Prolog. L'interface du professeur et l'équivalence sont développées en Prolog. Comme le langage utilisé par le professeur se décrit par une grammaire hors-contexte, cette partie ne pose pas de difficultés. Au cours de la phase d'équivalence, tous les objets et propriétés déductibles en un seul pas sont produits :

[4]Logical Description Language

l'équivalence se ramène alors à l'inclusion de la spécification du professeur dans la figure de l'élève [NIC89].

En ce qui concerne la manipulation de la figure, une maquette a été réalisée avec les langages Prolog et Pascal. Dans la phase "déformation de la figure", l'élève choisit sur la tablette graphique l'objet qu'il souhaite déplacer, et le trace à un nouvel endroit. Le système affiche alors à l'écran une nouvelle figure, déformée, mais dans laquelle les propriétés sont conservées. La nouvelle figure est calculée à partir des coordonnées des anciens objets, et des propriétés logiques de ceux-ci. Dans la phase "rupture d'hypothèses", le professeur doit fournir au préalable les hypothèses à supprimer et l'ordre dans lequel elles doivent l'être. Comme il n'existe pas actuellement d'interface avec l'enseignant pour cette phase, on se contente de fournir directement les formules restreintes. A l'aide d'un mécanisme de reconstruction de figure, le système affiche alors la figure correspondante.

Enfin des premiers tests, portant sur l'ergonomie et la compréhension du logiciel, ont été réalisés avec des élèves de quatrième. Ils sont satisfaisants, dans la mesure où ces élèves ont atteint l'objectif de construction de la figure, et doivent être poursuivis de façon plus approfondie, en liaison avec la démonstration, pour vérifier que les hypothèses ont bien été comprises.

2.3 Eléments de comparaison entre les Tuteurs de géométrie

En conclusion, nous donnons des points de comparaison entre les différents Tuteurs de géométrie décrits dans ce chapitre.

Les tuteurs basés sur un système-expert ([CHO87] et [GUI87]) se classent à part, puisque leur réalisation n'est pas achevée, et qu'ils n'ont donc pas encore été utilisés par des élèves. Notons cependant que le projet ARCHIMEDE est le seul à inclure une interface élaborée en langage naturel.

Le GEOMETRY TUTOR, d'Anderson, est un système complet qui a pu être validé auprès d'étudiants. Rappelons qu'il se base sur une théorie psychologique et cognitive, alors que MENTONIEZH, GEO-PROOF et TRICON utilisent une représentation purement descriptive des règles correctes et des erreurs.

La phase de **tracé de la figure**, qui nous paraît essentielle en géométrie, est absente de Geometry Tutor. Dans les travaux de Barz et Holland, elle est prise en compte par le tuteur TriCon. Ce tuteur peut agir en "observateur" (le travail de l'élève est commenté une fois qu'il est achevé), ou en "moniteur" (le travail de l'élève est commenté au cours de la construction), alors que Mentoniezh n'agit qu'en observateur. Mais la principale différence concerne le contrôle de la validité du résultat : Mentoniezh compare deux *spécifications logiques*, celle du professeur et celle de l'élève, tandis que TriCon compare deux *algorithmes de construction*, l'algorithme "idéal" du système, et celui de l'élève. La première méthode est plus générale, elle laisse davantage de liberté à l'élève dans le choix de son algorithme de construction, autorise le tracé d'**objets supplémentaires**, et détecte les cas de **figure particulière**.

La phase de **démonstration** est traitée par Geometry Tutor, Geo-Proof et Mentoniezh. L'interface de Geometry Tutor possède l'avantage de construire la *graphe de preuve* au fur et à mesure, ce qui permet à l'usager de mieux appréhender la structure logique de la preuve.

Les méthodes de modélisation de l'élève ne sont pas identiques. Geometry Tutor et Geo-Proof réalisent un "modèle par trace", c'est-à-dire que l'interprétation des actes de l'élève se fait **localement** à chaque étape, par comparaison de la production de l'élève avec les productions du système dans le même contexte. Au lieu de cela, Mentoniezh cherche à reconnaître le plan de l'élève. L'interprétation se fait **globalement**, par comparaison de la démonstration partielle de l'élève avec les démonstrations complètes. Ainsi, les étapes correctes mais inutiles peuvent être distinguées et signalées avant que l'élève ne s'engage dans une preuve anormalement longue, et les stratégies incorrectes peuvent être reconnues.

Enfin, la pédagogie de Geometry Tutor et Geo-Proof est statique, et assez directive. Par exemple, si Geometry Tutor ne peut reconnaître, deux fois consécutives, ce que fait l'élève, il fournit automatiquement la prochaine "meilleure" étape. Dans Mentoniezh, les consignes que précise l'enseignant en début de session permettent une relative souplesse de l'attitude du tuteur.

3 L'aide à la démonstration dans le système MENTONIEZH

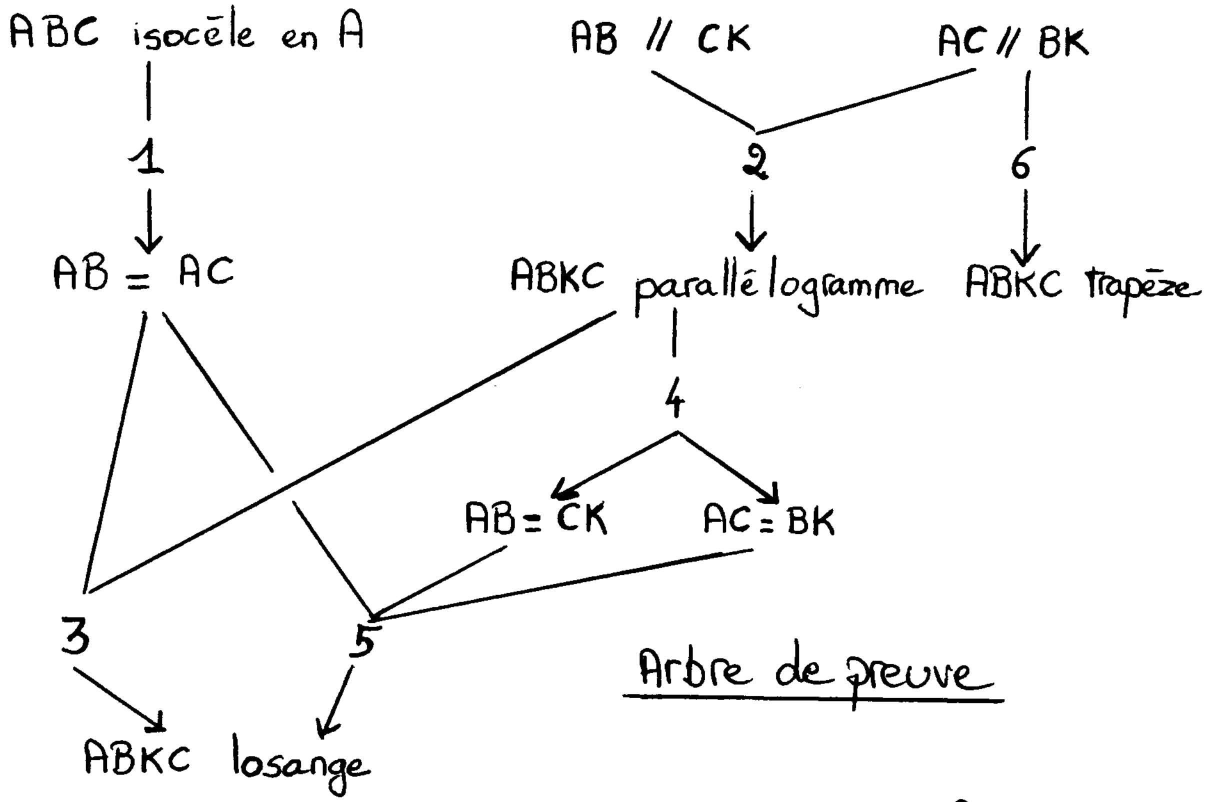
L'élaboration de la démonstration constitue la seconde grande étape de la résolution d'un problème de géométrie. Elle a donné lieu, dans le projet MENTONIEZH, à la réalisation d'un logiciel d'aide à la démonstration [PY90].

Dans cette seconde partie, nous commençons par quelques rappels sur la démonstration, à partir d'un exemple simple. Puis, nous décrivons la conception globale du tuteur, et détaillons les différents modules qui le composent. Enfin, nous présentons les résultats des premières évaluations.

3.1 La démonstration en géométrie

De manière informelle, un problème de géométrie se présente sous la forme d'un énoncé en langage naturel (ici le français), composé d'un ensemble d'hypothèses, considérées comme vraies, et d'une conclusion (ou but) à démontrer. Considérons l'exemple suivant, où les deux premières phrases indiquent les hypothèses, et la troisième indique la conclusion :

> Soit ABC un triangle isocèle en A. La parallèle à (AB) passant par C coupe la parallèle à (AC) passant par B en un point K. Montrer que ABKC est un losange.



1 Définition du triangle isocèle
2 Définition du parallélogramme
3 Premiere définition du losange
4 Propriété du parallélogramme
5 Seconde définition du losange
6 Définition du trapèze

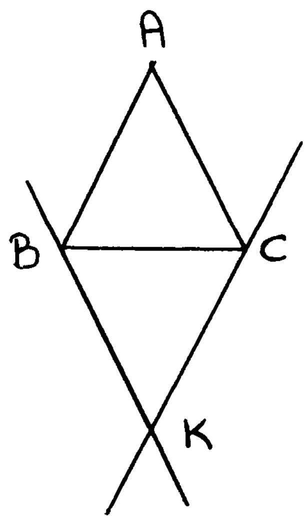


Figure 2 : Exemple

Les outils disponibles pour la résolution consistent en un ensemble de théorèmes et de définitions, par exemple :

> **Définition du triangle isocèle :** Un triangle isocèle est un triangle dont au moins deux côtés ont la même longueur.

Ces définitions et théorèmes s'appliquent à des faits vérifiés, pour produire de nouveaux faits.

De manière plus formelle, **l'espace de recherche** associé à un problème peut être vu comme un **graphe**, dont les nœuds sont, aux niveaux impairs, des faits, et aux niveaux pairs, des théorèmes (cf. figure 2). Une démonstration est alors un **arbre solution** pour ce graphe. Un tel arbre a pour feuilles les hypothèses du problème, et pour racine la conclusion à démontrer. L'exemple décrit ci-dessus, même très simple, appelle déjà plusieurs remarques.

D'une part, il peut exister plusieurs démonstrations acceptables pour un même problème, c'est-à-dire plusieurs arbres solutions pour un même graphe. Sur l'exemple, la preuve comprenant les théorèmes (1), (2), (3) est la plus courte, mais la preuve obtenue en remplacant (3) par (4) et (5), bien que plus longue d'un pas, est également correcte.

D'autre part, une même démonstration peut être réalisée de diverses manières :

-Depuis les hypothèses vers la conclusion, c'est-à-dire en appliquant des théorèmes à des faits déjà prouvés, afin d'en prouver d'autres. On parle alors de démonstration en chaînage avant. Par exemple, "ABC est isocèle en A, donc AB = AC, d'après la définition du triangle isocèle".

-Depuis la conclusion vers les hypothèses, c'est-à-dire en appliquant des théorèmes à des buts pour les décomposer en sous-buts. On parle alors de démonstration en chaînage arrière. Par exemple, "Pour prouver que ABKC est un losange, sachant qu'un losange est un parallélogramme dont deux côtés adjacents sont égaux, il suffit de démontrer que ABKC est un parallélogramme et que AB = AC".

-Par une combinaison de ces deux méthodes. Certaines étapes sont réalisées en chaînage avant, d'autres en chaînage arrière. On parle alors de démonstration en chaînage mixte.

Enfin, certains pas de preuve, bien que géométriquement corrects, ne sont pas utiles à la démonstration. Sur l'exemple, il est possible de démontrer que ABKC est un trapèze, mais cette propriété ne pourra être réutilisée dans la démonstration.

Ces remarques montrent bien le grand nombre de degrés de liberté qui sont laissés à l'élève dans l'accomplissement de sa démonstration. Il est clair qu'une simple correction étape par étape (une réponse "juste" ou "faux") ne suffit pas pour suivre avec précision le travail de l'élève. C'est pourquoi une analyse *globale* de la démarche de preuve nous paraît primordiale. A cette fin, nous avons utilisé une méthode de *reconnaissance de l'intention*, qui cherche à déterminer dès que possible la stratégie de l'usager, à partir des éléments de preuve déjà fournis. Cette méthode constitue l'originalité principale du Tuteur Intelligent dont nous allons maintenant décrire les différents constituants.

3.2 Architecture globale du tuteur

Mise à part l'utilisation de la reconnaissance de plan pour synthétiser le modèle de l'élève, l'architecture du tuteur correspond à l'articulation classique décrite par Vivet (cf. figure 1).

L'élève dialogue avec le tuteur au moyen d'une interface à base de menus. Le tuteur consulte différents types de connaissances (cf. figure 3) :

-Des connaissances sur le problème de géométrie à résoudre, regroupées dans le modèle de la démonstration. Ce modèle comprend l'ensemble des propriétés vérifiées par la figure, ainsi que l'ensemble des preuves valides. Il est élaboré, préalablement à la session, par un démonstrateur automatique.

-Des connaissances sur l'élève, regroupées dans le modèle de l'élève. Il s'agit ici de la démonstration visée par l'élève (ou des démonstrations successivement envisagées). La reconnaissance de plan élabore ce modèle à partir des pas de preuve fournis par l'élève, et l'affine (ou le remet en cause) au fur et à mesure.

-Des connaissances sur les catégories d'erreurs les plus fréquentes, regroupées dans le modèle des erreurs. Le processus d'analyse des erreurs consulte ce modèle pour effectuer un diagnostic précis en cas de production incorrecte.

-Des connaissances sur l'attitude pédagogique à adopter, regroupées dans les consignes pédagogiques. Ces consignes, fournies par l'enseignant en début de session, permettent de paramétrer et d'adapter la pédagogie du tuteur.

Nous allons détailler ces différents modules au cours des prochains paragraphes.

3.3 Le démonstrateur automatique

Dans un système d'aide à la résolution de problèmes, le démonstrateur n'est pas tout à fait comparable à un démonstrateur classique. En effet, il ne vise pas à déterminer une preuve optimale, mais plutôt à approcher le raisonnement humain, de façon à pouvoir d'une part suivre et comprendre le raisonnement de l'élève, d'autre part fournir en cas d'échec des explications aisément compréhensibles. Il doit donc utiliser les mêmes règles que celles dont dispose l'élève, et ne pas s'en tenir à la première preuve exhibée. En particulier, si l'on désire laisser à l'élève une grande liberté dans le choix de sa démonstration, il est important de pouvoir reconnaître qu'une inférence est correcte, même si elle présente peu d'intérêt.

Le langage de description des hypothèses est un langage logique, assez proche du langage naturel. Ce langage est appelé H.D.L., pour *Hypotheses Description Language*, Langage de Description des Hypothèses. Il permet d'exprimer directement des propriétés complexes. Ainsi, la phrase "ABC est isocèle en A" sera représentée par "isocèle(A,B,C)", et non par "AB = AC", car cette dernière traduction reviendrait à faire un pas de démonstration à la place de l'élève.

Exemple L'énoncé suivant :

Soit ABC un triangle rectangle en A. Le point D est le milieu du segment

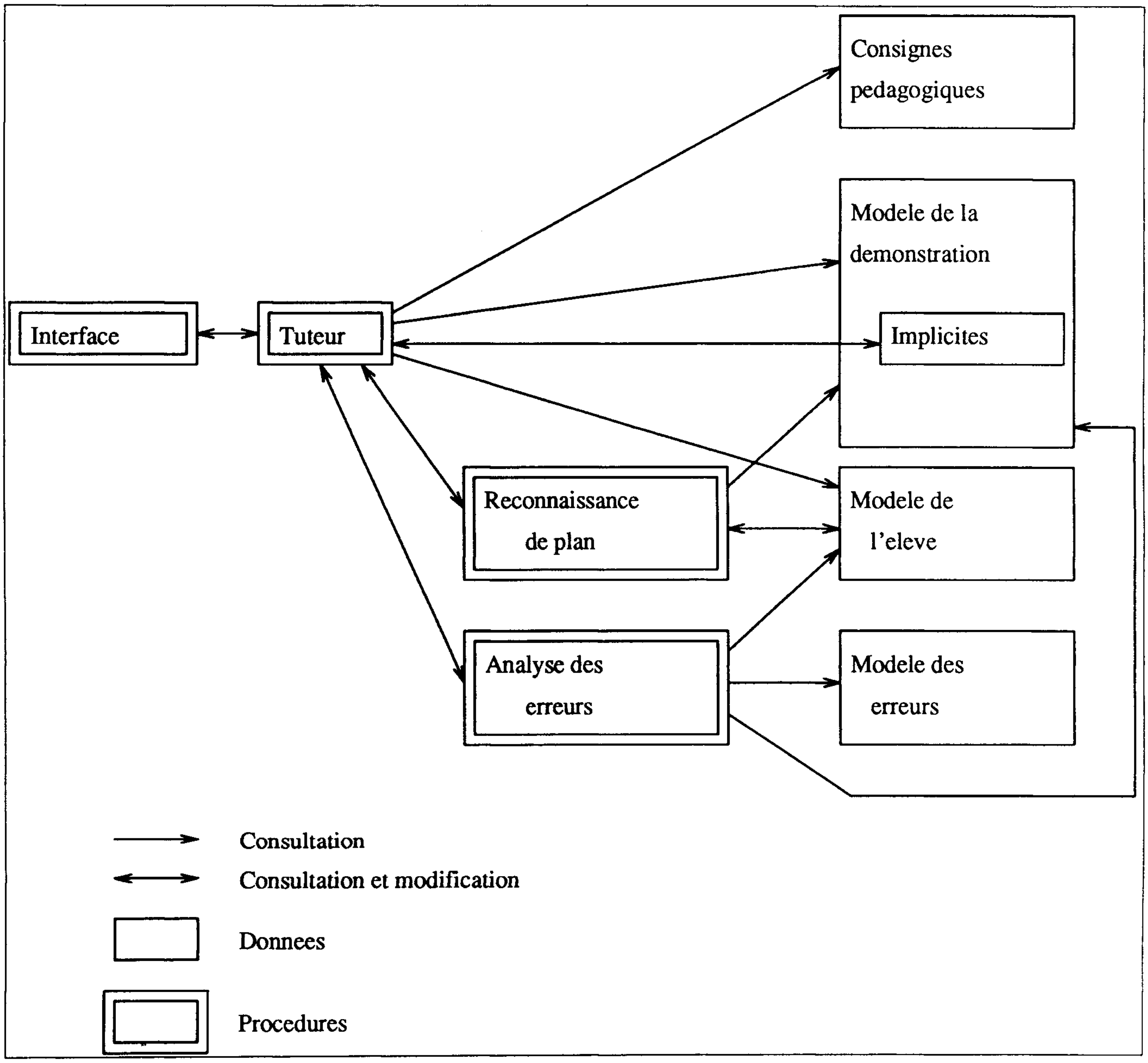


Figure 3 : Architecture du tuteur

AB, le point H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC. La droite E est la parallèle à (AB) passant par C.

sera représenté ainsi :

trirect(A,B,C), milieu(D,A,B), pied(H,A,B,C),
app-droite(C,E), parall(E,AB)

Les règles du démonstrateur correspondent directement aux définitions et théorèmes de géométrie du programme scolaire. Un ensemble de règles supplémentaires, les règles implicites, exprime des propriétés indispensables à la démonstration, mais que l'élève n'aura pas à spécifier explicitement (telles que la transitivité de l'égalité). Chaque règle est exprimée par une formule logique

Exemple : la définition du carré

$$\forall w, x, y, z, carre(w, x, y, z) \Leftrightarrow losange(w, x, y, z) \land rectangle(w, x, y, z)$$

Le démonstrateur travaille en deux étapes. Dans un premier temps, il construit l'espace de recherche (le graphe) associé au problème, par application systématique des théorèmes. Dans un second temps, il énumère l'ensemble des preuves (les arbres solution) en parcourant le graphe obtenu. Pour des problèmes d'une certaine complexité, il n'est pas envisageable de calculer l'ensemble de toutes les preuves. On se limite alors à un ensemble de preuves optimales, c'est-à-dire dont la longueur n'excède pas une borne supérieure fixée au départ.

3.4 La reconnaissance de plan

La modélisation de l'élève est définie par Wenger comme "les activités pédagogiques visant à collecter et inférer des informations sur l'élève et ses actions".[WEN87] La technique de modélisation retenue ici se base sur l'utilisation d'une méthode de reconnaissance de plan. Nous allons définir le vocabulaire lié à la notion de plan, puis présenter les principes de cette technique.

Un **plan** est un enchaînement d'actions, visant à atteindre un but donné, l'accomplissement de chaque action étant conditionné par l'effet des précédentes. Le raisonnement à propos d'actions et de plans est un thème important de l'intelligence artificielle. Il se partage en deux thèmes. La **génération de plans** consiste à élaborer la suite d'actions qui permet de réaliser le but souhaité. La **reconnaissance de plan** (ou reconnaissance de l'intention) est le processus réciproque. Elle consiste à découvrir, à partir de l'observation de quelques actions, le plan mis en œuvre par le sujet observé.

De quelle manière la reconnaissance de plan peut-elle s'appliquer à la modélisation de l'élève ? Dans certains domaines, l'activité de l'apprenant se ramène à la synthèse et l'exécution d'un plan. C'est le cas de la résolution de problème en géométrie. La tâche de résolution consiste à mettre sur pied des plans (les démonstrations) puis à en exécuter les actions (les pas de démonstration). Reconnaître le plan de l'élève permet alors de suivre son raisonnement. Par exemple, les erreurs de planification peuvent être distinguées des erreurs de calcul, et l'aide proposée peut porter sur la solution choisie par l'élève, plutôt que sur une solution "optimale" déterminée par le tuteur.

Les formalismes de reconnaissance de plan sont peu nombreux. Nous avons retenu celui de H.A. Kautz, qui possède l'avantage d'être assez général, et de bien s'adapter ici. Ce formalisme étant assez complexe, nous en présentons seulement les grandes lignes [KAU 87].

La méthode se base sur la connaissance des actions susceptibles d'être observées, des plans que celles-ci peuvent composer, et des liens entre ces actions et ces plans. Son principe essentiel est de *minimiser* le nombre d'explications aux actions observées. Ainsi, lorsque le sujet exécute une série d'actions, on cherche en priorité à expliquer ces actions par un seul et même plan, plutôt que de rattacher chaque action à un plan différent. On pose ainsi l'hypothèse de la *cohérence* du sujet, qui est supposé agir avec une certaine logique.

Toutefois, la technique de Kautz n'aborde pas le problème particulier des changements de plan. En effet, il suffit théoriquement d'un seul plan (une preuve) pour atteindre le but (résoudre le problème). Cependant, il arrive que l'élève commence puis abandonne un plan, ou revienne à un plan laissé en suspens. Il est important de repérer ces modifications de la stratégie le plus tôt possible. A cette fin, nous avons défini des notions de plan principal (le plan suivi le plus fréquemment) et de plan courant (le plan suivi le plus récemment) qui permettent de repérer les changements d'intention, et d'écarter les observations incohérentes.

3.5 Les interfaces

Deux personnes dialoguent avec le tuteur. Tout d'abord, le professeur, qui fournit l'énoncé du problème et les consignes pédagogiques, puis l'élève, qui résoud le problème. Cela suppose deux interfaces spécifiques.

L'interface du professeur Dans l'état actuel du système, le professeur doit fournir l'énoncé en H.D.L., le langage logique du démonstrateur. L'idéal serait que le professeur puisse donner directement les énoncés en français, tels qu'ils sont proposés dans les manuels scolaires. A cet effet, un module de traduction est en cours de réalisation. En ce qui concerne les consignes pédagogiques, une interface simple à base de menus se révèle suffisante.

L'interface de l'élève Pour permettre à l'élève de se focaliser sur la structure de la preuve, une partie des manipulations (que l'on suppose maîtrisée) est effectuée par le système. En particulier, l'ensemble de paramètres à faire préciser par l'élève pour déterminer un pas de preuve peut être réduit au minimum. En effet, la saisie successive des hypothèses, du théorème et des conclusions amène des redondances. Pour éviter cette sur-spécification, il est simplement demandé le théorème ou la définition, les objets géométriques auxquels l'appliquer, et le sens (avant ou arrière). Les variables dans les hypothèses et conclusions du théorème sont ensuite remplacées automatiquement par ces objets.

Exemple

- Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu
- Objets : le parallélogramme ABCD, le milieu O
- Hypothèses après remplacement : parallélogramme(A,B,C,D)
- Conclusions après remplacement : milieu(O,A,C), milieu(O,B,D)

Ce type d'interaction permet de vérifier que l'élève sait appliquer correctement un théorème général à des faits particuliers. La connaissance des théorèmes en soi est un préalable à la démonstration, et la vérification de cette connaissance n'est pas ici notre propos (elle est l'objet de logiciels tels que PremiersPas et MultiPas [GRE88]).

En dehors des fonctions de démonstration proprement dites, l'interface propose certaines aides :

- Rappel des hypothèses et des propriétés démontrées
- Rappel du but et des conjectures posées
- Effacement d'une conjecture jugée inintéressante
- Rappel de l'énoncé d'un théorème (soit à partir de son identificateur, soit à partir d'une liste de mots-clés)

3.6 Classification et analyse des erreurs

Pendant la rédaction de la démonstration, l'élève peut commettre des erreurs de différentes sortes, allant des fautes de frappe et des erreurs d'inattention aux erreurs plus profondes, telles que les confusions sémantiques et les erreurs de planification. Ces erreurs doivent être analysées, et leur origine reconnue, afin de proposer à l'élève une **explication** précise quant à leur cause.

La classification des erreurs a été réalisée en collaboration avec le GRECO didactique, d'après l'analyse de démonstrations effectuées par des élèves de quatrième et troisième [GRE88]. On distingue quatre classes d'erreurs :

Erreurs de frappe ou d'inattention Par exemple, l'utilisation d'un objet géométrique (point, droite, cercle) non nommé dans l'énoncé, ou bien la désignation d'un objet composé possédant un nombre de sommets incorrects ou deux sommets identiques.

Erreurs de logique Elles consistent en l'inversion de paramètres jouant un rôle dual. Par exemple, l'inversion entre l'hypothèse et la conclusion, la confusion entre le théorème direct et le théorème réciproque, ou l'ordonnancement incorrect des sommets dans un quadrilatère.

Erreurs de sémantique Elles reposent sur une confusion entre signifiants, qui se traduit par une confusion de vocabulaire (parallèle et égale, milieu et moitié, droite et segment) et entraine une confusion entre les théorèmes.

Erreurs de planification Il s'agit de l'application anticipée d'un théorème dont les hypothèses n'ont pas encore été démontrées.

Les erreurs de la première catégorie sont détectées au niveau de l'interface et directement corrigées. Les erreurs de planification correspondent à l'application de règles anticipées, mais correctes, elles sont détectées par la reconnaissance de plan.

Les deux autres catégories, qui concernent la manipulation des objets géométriques, sont décrites par un "catalogue" d'erreurs, qu'utilise le processus d'analyse. A chaque erreur est associée un message d'explication. Le processus d'analyse cherche à reconnaître une erreur isolée, puis, s'il échoue, une combinaison d'erreurs, dans l'ordre suivant :

(1) étape inutile
(2) tranformation (confusion logique ou sémantique)
(3) anticipation
(4) deux transformations
(5) transformation et anticipation
(6) transformation et étape inutile
(7) anticipation et étape inutile
(8) deux transformations et anticipation
(9) deux transformations et étape inutile
(10) transformation, anticipation et étape inutile

Le message d'explication correspondant à l'erreur reconnue s'affiche alors. Si aucune erreur ni combinaison d'erreurs n'est reconnue, l'explication se base simplement sur la paraphrase de ce qu'a affirmé l'élève. Le tuteur reformule le pas de preuve qui vient d'être proposé, en indiquant les hypothèse invalides. Cette reformulation suffit généralement pour que l'élève retrouve lui-même l'erreur qu'il a commise.

3.7 La pédagogie

Le tuteur de démonstration peut se voir sous deux angles différents, soit comme un outil d'entrainement à la résolution de problèmes, soit comme un outil d'évaluation des acquisitions. Actuellement, ce dernier aspect est plutôt privilégié. L'attitude pédagogique du tuteur est déterminée par des règles générales fixes, et par des règles propres à la session, précisées par l'enseignant en fonction des critères d'évaluation souhaités.

Règles pédagogiques statiques De façon générale, les capacités pédagogiques d'un T.I. reposent sur l'aptitude à **conseiller** et l'attitude à **expliquer**.

Les explications sont nécessaires en cas d'étape incorrecte, pour justifier le refus par le tuteur du pas de démonstration, et permettre à l'élève de corriger son erreur. Elles sont dispensées (soit immédiatement, soit à la demande de l'élève) par le module d'analyse des erreurs, décrit plus haut. Les explications sont également utiles lorsque l'élève s'engage dans une démonstration exagérément longue, ou sans rapport avec le but. En effet, la liberté laissée à l'élève dans le choix de sa preuve doit s'accompagner de guidage, pour éviter qu'il ne se disperse et ne se décourage. Un avertissement est délivré lorsque la règle appliquée, bien que correcte, n'apparait dans aucune des preuves valides. Enfin, un bilan de conclusion, à la fin de chaque exercice, compare la preuve de l'élève à la preuve optimale du système.

Les conseils sont proposés uniquement à la demande de l'élève, lorsque ce dernier se trouve dans une impasse. Le cas le plus simple est celui où la démonstration partielle déjà réalisée permet de reconnaître le plan suivi. Le tuteur indique alors la prochaine propriété à démontrer, selon l'ordre logique suggéré par le plan et la stratégie reconnus. Lorsque l'élève n'a pas de plan, ou que ce plan n'est pas encore reconnu avec précision, le tuteur encourage l'exploration du problème à partir du but. En effet, un novice a tendance à utiliser une stratégie avant, puisque c'est la démarche de correction présentée par le maître ou le manuel scolaire. Il se trouve alors confronté à un espace de recherche vaste, et procède par tâtonnements. Or, la formulation de la preuve en mode avant par l'expert est précédée d'une recherche en modes arrière et mixte, faite mentalement. Les novices sont d'ailleurs souvent encouragés à effectuer cette démarche rétroactive par oral, avant de rédiger la preuve complète, de manière déductive. Le tuteur vise donc à faire **expliciter** par l'élève cette recherche à partir du but, beaucoup plus restreinte. Il propose pour cela plusieurs décompositions possibles du but en sous-buts. L'élève peut alors retenir et appliquer l'un des théorèmes proposés, selon les sous-buts qu'il pense pouvoir démontrer.

Consignes pédagogiques L'enseignant qui utilise un tuteur à des fins d'évaluation doit pouvoir adapter la session au niveau de l'élève et en fonction du but pédagogique recherché. Plusieurs paramètres permettent de modifier le comportement du tuteur.

- La longueur maximale de démonstration, selon l'écart autorisé entre la preuve de l'élève et la preuve optimale.

- Les théorèmes et définitions utilisables, selon les connaissances de l'élève et la progression du cours.

- Les théorèmes et définitions obligatoires, selon les concepts à faire acquérir.

- Les théorèmes et définitions implicites, selon le niveau de l'élève. De façon permanente, le démonstrateur utilise une dizaine de théorèmes implicites (tels que la transitivité de l'égalité). D'autres théorèmes peuvent être considérés comme implicites, pour éviter à l'élève de s'astreindre à les utiliser, lorsqu'ils sont déjà bien maîtrisés (par exemple, la définition du milieu).
- L'attitude à observer en cas d'erreur : l'explication peut être fournie automatiquement, ou sur la demande de l'élève
- La précision de l'aide : elle peut porter sur les théorèmes applicables ou bien sur les propriétés démontrables, en un ou plusieurs pas de preuve.

3.8 Evaluations

Le tuteur a donné lieu à trois séances d'évaluation, avec des élèves de quatrième et troisième du collège de la Harpe (Rennes), encadrés par deux enseignants participant au GRECO Didactique, Françoise Ruamps et Christian Boulard. La première séance était destinée à vérifier l'ergonomie du système, et à permettre aux élèves de s'habituer au maniement de l'interface. La seconde portait sur l'utilisation du tuteur sans la reconnaissance de plan, donc avec des aides et explications très réduites. Enfin, la troisième, avec reconnaissance de plan, autorisait les aides et explications les plus précises. Bien que le nombre d'élèves, assez restreint, ne permette pas de tirer des conclusions trop générales, quelques remarques peuvent déjà être faites.

Les conditions générales des trois séances étaient identiques. Chacun des groupes de deux élèves disposait d'une console, du texte des problèmes à résoudre (par ordre de difficulté croissante), de la liste des théorèmes disponibles, et d'un cahier de brouillon. Ils commençaient par tracer la figure correspondant au problème sur le cahier, avant de résoudre le problème par dialogue avec le tuteur. A la fin de chaque séance, ils étaient invités à réagir librement, et à critiquer ou commenter le système. Par la suite, le groupe de travail du GRECO a également commenté la trace écrite des séances. L'expérience a paru motiver les élèves, et leurs appréciations sont positives. Les conseils et explications sont jugés utiles et pertinents dans l'ensemble (pour la troisième séance). Les critiques portent sur la formulation de certains messages, incomplets ou imprécis (en particulier le texte des théorèmes). Les élèves regrettent de ne pas disposer de la figure géométrique à l'écran (de prochaines évaluations doivent porter sur le projet complet, tracé et démonstration). Les suggestions les plus intéressantes touchent à la diversification des conseils (liste des théorèmes applicables, liste des théorèmes permettant de prouver un but donné, possibilité de poser des questions au tuteur) ou des modes de démonstration (possibilité de considérer un fait comme prouvé, de réaliser des preuves par analogie).

Le tableau de la figure 4 résume les deux séances principales. La partie supérieure comptabilise les appels de chaque option (aide, rappel des buts en suspens, rappel des faits démontrés) et le nombre de pas de démonstration corrects (y compris les étapes correctes mais inutiles). La partie médiane compare la longueur de la preuve trouvée à la

	Seance 2						Seance 3							
Groupe numero :	1			2			1				2			
Exercice numero :	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	1	2	3	4
Appel d'aide	1	1	/				2	3	3	5	1	1	1	
Rappel des buts	2	1	/				1						1	1
Rappel des faits	1	2	/			2		1	1	1		1	1	1
Etapes avant correctes	3	10	/	4	7	5	3	3	4	6	3	4		7
Etapes arriere correctes			/						2	2			6	
Longueur totale de preuve	3	7		3	7	5	3	3	6	7	3	3	6	7
Longueur minimale	3	5		3	5	5	3	3	6	7	3	3	6	7
Etapes avant fausses		10	/	2	1	3	1	3	3	2	1	1		2
Etapes arriere fausses			/										1	
Nombre total d'erreurs		13	/	3	1	3	1	3	3	3	1	2	1	2
E1		7	/		1	1		1	1		1			
E2		1	/					1	2	1			1	2
E3		2	/	2		2		1				1		
E4		3	/	1						1		1		
E5			/				1							
E6			/							1				

Figure 4 : Compte-rendu des séances

longueur de la preuve optimale. La partie inférieure comptabilise les étapes incorrectes et donne le détail selon le type d'erreur (E1 : erreur de planification, théorème anticipé ; E2 : erreur dans l'ordonnancement des paramètres ; E3 : erreur dans le choix du théorème ; E4 : étape correcte mais inutile ; E5 : confusion avec le théorème réciproque ; E6 : confusion entre chaînage avant et chaînage arrière). Une case vide correspond à la valeur zéro (N.B. : le groupe 1 n'a pas résolu le troisième exercice, lors de la première séance, faute de temps) . Ce tableau appelle quelques commentaires :

- Le mode de démonstration employé spontanément est le chaînage avant, surtout lorsque les élèves possédent dès le départ un plan de preuve. Le chaînage arrière est employé si le tuteur l'encourage, et si les élèves n'ont pas de plan, mais dès qu'ils font le "lien" entre les hypothèses et le sous-but à prouver, il tendent à revenir à la démonstration en avant. En particulier, le groupe 1, au second exercice de la seconde séance, emploie une stratégie de type arrière, mais avec des pas de preuve en avant : ils tentent de prouver directement le but par un théorème en chaînage avant, puis constatant qu'une des prémisses n'est pas encore démontrée, ils essayent de la prouver en chaînage avant, et continuent jusqu'à atteindre les hypothèses du problème (ce qui explique le grand nombre d'essais infructueux pour cet exercice).

- Il est intéressant de noter qu'aucun des groupes n'utilise la possibilité de consulter systématiquement l'aide afin d'obtenir le prochain pas de preuve. Les conseils sont invoqués plutôt en tout début d'exercice, puis ponctuellement en cas de blocage ou après une erreur (de même que les rappels des buts en suspens, ou des faits prouvés).

- La différence est plus marquée entre les deux groupes pour la seconde séance (démarche erratique du premier groupe) que pour la troisième, où toutes les preuves les plus courtes sont trouvées. Cela s'explique bien sûr par l'attitude du tuteur, aux deux extrêmes, et souligne l'intérêt **d'adapter** son comportement à la situation.

4 Conclusion

Nous avons présenté un logiciel d'aide à la résolution de problèmes en géométrie, et montré comment une méthode de reconnaissance de plan peut s'adapter à la modélisation de l'élève dans un Tuteur Intelligent. Il en résulte une analyse **globale** de la démarche de l'élève, et des aides ou explications mieux adaptées à son travail. Ceci nous parait l'originalité essentielle de ce système.

Dans son état actuel, le projet ne répond pas encore à tous les critères qui définissent un Tuteur Intelligent. En particulier, le modèle de l'élève demeure local à une session, et le modèle pédagogique reste en grande partie implicite. Néanmoins, ce système constitue, pour les enseignants, un outil efficace d'aide à la résolution de problèmes, et pour les didacticiens, un outil d'expérimentation et d'analyse (par exemple, l'analyse des changements de plan successifs effectués par un élève au cours d'une session peut se révéler très riche).

Les développements envisagés portent, tout d'abord, sur les capacités du démonstrateur. Actuellement, celui-ci ne peut utiliser que les objets (points, droites et cercles) cités dans l'énoncé. L'objectif est de permettre la création d'un objet en cours de démonstration, lorsque cela s'avère nécessaire. D'autre part, il est essentiel d'élargir le modèle de l'élève aux connaissances et méconnaissances de ce dernier. Enfin, le modèle pédagogique devrait permettre de modifier l'attitude du tuteur en cours de session, et de déterminer le prochain exercice à proposer à l'élève, en fonction de ses résultats. Ces derniers points restent encore des objectifs à long terme. Ils exigent la coopération de didacticiens, d'enseignants et d'informaticiens, pour définir et utiliser des modèles cognitifs de l'apprentissage et de l'enseignement. Espérons en tous cas que ces efforts conjugués permettront un jour aux élèves de mieux apprécier la géométrie.

Table des matières

1 Introduction 1

2 Les Tuteurs Intelligents 1

2.1 Principes et architecture 2

2.1.1 L'interface 2

2.1.2 Modèle du domaine 3

2.1.3 Modèle de l'élève 3

2.1.4 Modèle pédagogique 3

2.1.5 Les classes de Tuteurs Intelligents 4

2.2 Les Tutoriels de géométrie 4

2.2.1 GEOMETRY TUTOR 4

2.2.2 GEO-PROOF et TRICON 6

2.2.3 DEFI 7

2.2.4 Deux Systèmes Experts utilisant une Représentation Orientée Objet 8

2.2.5 Le projet MENTONIEZH 9

2.3 Eléments de comparaison entre les Tuteurs de géométrie 12

3 L'aide à la démonstration dans le système MENTONIEZH 13

3.1 La démonstration en géométrie 13

3.2 Architecture globale du tuteur 16

3.3 Le démonstrateur automatique 16

3.4 La reconnaissance de plan 18

3.5 Les interfaces 19

3.6 Classification et analyse des erreurs 20

3.7 La pédagogie 21

3.8 Evaluations 23

4 Conclusion 25

A Liste des prédicats H.D.L. 29

B Liste des théorèmes et définitions 30

C Exemple de session 32

Bibliographie

[AND85] J.R.ANDERSON, "The geometry tutor", Proceedings of I.J.C.A.I. 1985, Los Angeles, p.1-7.

[BAR89] W.BARZ, G.HOLLAND, "Intelligent Tutoring Systems for training in geometrical proof and construction problems", in "Learning and Instruction : European research in an international context", 1989, H.Mandl,E.De Corte, S.N.Bennett (Eds.),Oxford :Pergamon.

[CHO87] E.CHOURAQUI, C.INGHILTERRA, "Apports de la méthodologie fondée sur les objets pour la conception d'un système expert d'E.A.O. de la géométrie", Actes de Cognitiva 87, Paris, p.39-44.

[GUI87] D.GUIN, F.ROUSSELOT, "Recherche en vue de la réalisation d'un programme d'E.A.O. d'aide à la démonstration en géométrie", Actes de Cognitiva 87, Paris, p.50-56.

[GRA88] R.GRAS, "Aide logicielle aux problèmes de démonstration géométrique dans l'enseignement secondaire", Petit X, 1988, no 17, p.65-83.

[GRE88] "Didactique et acquisition des connaissances scientifiques", Rapport scientifique du GRECO didactique, CNRS session d'automne 1988.

[KAU87] H.A.KAUTZ, "A formal theory of plan recognition", PhD Thesis, Department of computer science, University of Rochester.

[NIC89] P.NICOLAS, "Construction et vérification de figures géométriques dans le système MENTONIEZH", Thèse de l'Université de Rennes I, 1989.

[PY90] D.PY, "Reconnaissance de plan pour l'aide à la démonstration dans un Tuteur Intelligent de la géométrie", Thèse de l'Université de Rennes I, 1990.

[VIV88] J.F.NICAUD, M.VIVET, "Les Tuteurs Intelligents : réalisations et tendances de recherche", 1988, Techniques et Science Informatique, vol. 7, no 1, p. 21-51.

[WEN87] E. WENGER, "Artificial Intelligence and Tutoring Systems", Morgan Kaufmann Publishers, California.

A Liste des prédicats H.D.L.

Points	
alignes(P1,P2,P3)	P1,P2 et P3 sont alignés
app-droite(P,D)	P appartient à la droite D
app-cercle(P,C)	P appartient au cercle C
milieu(P1,P2,P3)	P1 est le milieu de P2 et P3
centrecercle(P,C)	P est le centre de C
pied(P1,P2,P3,P4)	P1 est le pied de la hauteur issue de P2 dans P2P3P4
Droites	
parall(D1,D2)	D1 est parallèle à D2
perpend(D1,D2)	D1 est perpendiculaire à D2
tangente(D,C,P)	D est la tangente à C en P
mediat(D,P1,P2)	D est la médiatrice de P1P2
hauteur(D,P1,P2,P3)	D est la hauteur issue de P1 dans P1P2P3
mediane(D,P1,P2,P3)	D est la médiane issue de P1 dans P1P2P3
Distances	
egale(P1,P2,P3,P4)	P1P2 et P3P4 sont égales
moitie(P1,P2,P3,P4)	P1P2 est la moitié de P3P4
rayon(P1,P2,C)	P1P2 est un rayon de C
diametre(P1,P2,C)	P1P2 est un diamètre de C
Triangles	
isocele(P1,P2,P3)	P1P2P3 est un triangle isocèle en P1
equila(P1,P2,P3)	P1P2P3 est un triangle équilatéral
trirect(P1,P2,P3)	P1P2P3 est un triangle rectangle en P1
Quadrilatères	
noncroise(P1,P2,P3,P4)	P1P2P3P4 est un quadrilatère non croisé
trapeze(P1,P2,P3,P4)	P1P2P3P4 est un trapèze de bases P1P2 et P3P4
palogra(P1,P2,P3,P4)	P1P2P3P4 est un parallélogramme
losange(P1,P2,P3,P4)	P1P2P3P4 est un losange
rectangle(P1,P2,P3,P4)	P1P2P3P4 est un rectangle
carre(P1,P2,P3,P4)	P1P2P3P4 est un carré

B Liste des théorèmes et définitions

Droites et cercles

(1) Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

(2) Si deux droites sont parallèles entre elles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

(3) Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

(4) Si deux droites sont parallèles et ont un point commun, alors ces deux droites sont confondues.

(5) Le milieu d'un segment est le point situé à égale distance de ses extrémités.

(6) Deux points quelconques d'un cercle sont à égale distance du centre de ce cercle.

(7) Si la droite D est la tangente au cercle C en un point P alors D est perpendiculaire à la droite passant par P et le centre de C.

(8) Un diamètre d'un cercle est un segment ayant pour milieu le centre de ce cercle.

Quadrilatères

(9) Un trapèze est un quadrilatère non croisé dont deux côtés sont parallèles.

(10) Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

(11) Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.

(12) Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont même longueur.

(13) Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé dont deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

(14) Un rectangle est un parallélogramme dont deux côtés adjacents sont perpendiculaires.

(15) Un rectangle est un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur.

(16) Un rectangle est un quadrilatère dont les côtés adjacents sont perpendiculaires.

(17) Un losange est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.

(18) Un losange est un parallélogramme dont deux côtés adjacents ont même longueur.

(19) Un losange est un quadrilatère dont tous les côtés ont même longueur.

(20) Un carré est un rectangle et un losange à la fois.

Triangles

(21) La droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté; le segment joignant ces milieux a une longueur égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

(22) Si ABC est un point du cercle de diamètre [BC], alors le triangle ABC est rectangle en A.

(23) Un triangle rectangle est un triangle dont deux côtés sont perpendiculaires.

(24) Un triangle isocèle est un triangle dont au moins deux côtés ont la même longueur.

(25) Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

(26) Une médiane d'un triangle est une droite passant par un sommet du triangle et le milieu du côté opposé à ce sommet.

(27) Une hauteur d'un triangle est une droite passant par un sommet du triangle et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

(28) Le pied H de la hauteur issue de A dans le triangle ABC est le point de la droite (BC) tel que (BC) est perpendiculaire à (AH).

(29) La médiatrice d'un segment est la perpendiculaire à ce segment, passant par son milieu.

(30) Tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance des extrémités de ce segment.

C Exemple de session

L'exemple suivant a été recueilli au cours des évaluations du tuteur. L'énoncé est le suivant :

"ABC est un triangle isocèle en A. La parallèle à (AB) passant par C coupe la parallèle à (AC) passant par B en un point K. Montrer que ABKC est un losange."

Les consignes pédagogiques sont :

- Longueur de démonstration quelconque
- Tous les théorèmes et définitions sont autorisés, aucun n'est obligatoire
- Pas théorème implicite supplémentaire
- Explication fournie immédiatement en cas d'erreur

```
>tigre;
TIGRE arrive...
Bienvenue chez TIGRE :
 Tuteur Intelligent de Geometrie
 pour la Resolution d'Exercices

 Quel est l'exercice ? B34

 Il reste a prouver que
 - A B K C est un losange (but final)

 Tu n'as encore rien demontre.
 Les hypotheses sont :
 - A B C est un triangle isocele en A
 - la droite AC est parallele a la droite BK
 - la droite AB est parallele a la droite CK

 J'ai trouve une solution en 3 etapes,
 et on te demande une solution en un nombre quelconque d'etapes

 Les options disponibles sont :
    A : aide
    E : explication a une erreur
    B : appliquer un theoreme depuis le but
    H : appliquer un theoreme depuis les hypotheses
    F : effacer un but intermediaire
    O : rappel de la liste des options
    T : rappel du texte d'un theoreme par son numero
    M : rappel du texte des theoremes par mots-cles
    R : rappel de ce qui reste a demontrer
    V : rappel de ce qui a ete demontre
    S : stop
 (et '$' pour quitter un theoreme et revenir au choix de l'option)

 Quelle option appliquer ? H
 Quel est le numero du theoreme ? 18
 Un losange est
 un parallelogramme dont deux cotes adjacents ont meme longueur
 Quel est le losange (sommet remarquable en 1er) ? O
 Mille sabords: ce n'est pas un quadrilatere
 Quel est le losange (sommet remarquable en 1er) ? ABKC
 *** Erreur(s) ***
```

```
Confusion avec le theoreme reciproque
Tu n'as pas encore prouve que
-  la distance AB et la distance AC sont egales
-  A B K C est un parallelogramme

Quelle option appliquer ? M
Quelle propriete veux-tu prouver ?
1:app a 1 droite  6:distance double 11:mediane       16:perpend
2:app a 1 cercle  7:equilateral     12:mediatrice    17:rectangle
3:carre           8:hauteur         13:milieu        18:tri.rectangle
4:diametre        9:isocele         14:parallelogra  19:tangente
5:distance egale 10:losange         15:parallele     20:trapeze
Donne son numero (entre 1 et 20) : 14

Theoreme 110
Un quadrilatere dont les  cotes opposes sont paralleles
est un parallelogramme
Theoreme 111
Un quadrilatere dont les diagonales se coupent en leur milieu
est un parallelogramme
Theoreme 112
Un quadrilatere non croise dont les cotes opposes ont meme longueur
est un parallelogramme
Theoreme 113
Un quadrilatere non croise
dont deux cotes opposes sont paralleles et de meme longueur
est un parallelogramme
Theoreme 14
Un rectangle est
un parallelogramme dont deux cotes adjacents sont perpendiculaires
Theoreme 15
Un rectangle est
un parallelogramme dont les diagonales ont meme longueur
Theoreme 17
Un losange est
un parallelogramme dont les diagonales sont perpendiculaires
Theoreme 18
Un losange est
un parallelogramme dont deux cotes adjacents ont meme longueur

Quelle option appliquer ? H
Quel est le numero du theoreme ? 110
```

```
Un quadrilatere dont les  cotes opposes sont paralleles
est un parallelogramme
Quel est le quadrilatere ? ABKC
Ceci prouve que :
- A B K C est un parallelogramme (but intermediaire)

Quelle option appliquer ? O
Les options disponibles sont :
   A : aide
   E : explication a une erreur
   B : appliquer un theoreme depuis le but
   H : appliquer un theoreme depuis les hypotheses
   F : effacer un but intermediaire
   O : rappel de la liste des options
   T : rappel du texte d'un theoreme par son numero
   M : rappel du texte des theoremes par mots-cles
   R : rappel de ce qui reste a demontrer
   V : rappel de ce qui a ete demontre
   S : stop
(et '$' pour quitter un theoreme et revenir au choix de l'option)

Quelle option appliquer ? M
Quelle propriete veux-tu prouver ?
1:app a 1 droite  6:distance double 11:mediane      16:perpend
2:app a 1 cercle  7:equilateral     12:mediatrice   17:rectangle
3:carre           8:hauteur         13:milieu       18:tri.rectangle
4:diametre        9:isocele         14:parallelogra 19:tangente
5:distance egale 10:losange         15:parallele    20:trapeze
Donne son numero (entre 1 et 20) : 10

Theoreme 117
Un parallelogramme dont les diagonales sont perpendiculaires
est un losange
Theoreme 118
Un parallelogramme dont deux cotes adjacents ont meme longueur
est un losange
Theoreme 119
Un quadrilatere dont les 4 cotes ont meme longueur
est un losange
Theoreme 20
Un carre est
un rectangle et un losange a la fois
```

```
Quelle option appliquer ? H
Quel est le numero du theoreme ? 118
Un parallelogramme dont deux cotes adjacents ont meme longueur
est un losange
Quel est le parallelogramme(sommet remarquable en 1er) ? ABKC
*** Erreur(s) ***
Tu n'as pas encore prouve que
-  la distance AB et la distance AC sont egales

Quelle option appliquer ? M
Quelle propriete veux-tu prouver ?
1:app a 1 droite  6:distance double 11:mediane      16:perpend
2:app a 1 cercle  7:equilateral     12:mediatrice   17:rectangle
3:carre           8:hauteur         13:milieu       18:tri.rectangle
4:diametre        9:isocele         14:parallelogra 19:tangente
5:distance egale 10:losange         15:parallele    20:trapeze
Donne son numero (entre 1 et 20) : 5

Theoreme 5
Le milieu d'un segment
est le point a egale distance de ses extremites
Theoreme 6
Deux points quelconques d'un cercle
sont a egale distance du centre de ce cercle
Theoreme 12
Un parallelogramme est
un quadrilatere non croise dont les cotes opposes ont meme longueur
Theoreme 13
Un parallelogramme est
un quadrilatere non croise
dont deux cotes opposes sont paralleles et de meme longueur
Theoreme 15
Un rectangle est
un parallelogramme dont les diagonales ont meme longueur
Theoreme 18
Un losange est
un parallelogramme dont deux cotes adjacents ont meme longueur
Theoreme 19
Un losange est
un quadrilatere dont les 4 cotes ont meme longueur
Theoreme 24
```

```
Si XYZ est un triangle isocele en X
alors les distances XY et XZ sont egales
Theoreme 25
Un triangle equilateral
est un triangle dont les trois cotes ont meme longueur
Theoreme 30
Tout point de la mediatrice d'un segment
est a egale distance des extremites de ce segment

Quelle option appliquer ? V
Tu as prouve que
- A B K C est un parallelogramme
Les hypotheses sont:
- la droite AC est parallele a la droite BK
- la droite AB est parallele a la droite CK
- A B C est un triangle isocele en A

Quelle option appliquer ? H
Quel est le numero du theoreme ? 24
Si XYZ est un triangle isocele en X
alors les distances XY et XZ sont egales
Quel est le triangle isocele(sommet remarquable en 1er) ? ABC
Ceci prouve que :
- la distance AB et la distance AC sont egales (but intermediaire)

Quelle option appliquer ? M
Quelle propriete veux-tu prouver ?
1:app a 1 droite  6:distance double 11:mediane      16:perpend
2:app a 1 cercle  7:equilateral     12:mediatrice   17:rectangle
3:carre           8:hauteur         13:milieu       18:tri.rectangle
4:diametre        9:isocele         14:parallelogra 19:tangente
5:distance egale 10:losange         15:parallele    20:trapeze
Donne son numero (entre 1 et 20) : 10

Theoreme 117
Un parallelogramme dont les diagonales sont perpendiculaires
est un losange
Theoreme 118
Un parallelogramme dont deux cotes adjacents ont meme longueur
est un losange
Theoreme 119
Un quadrilatere dont les 4 cotes ont meme longueur
```

```
est un losange
Theoreme 20
Un carre est
un rectangle et un losange a la fois

Quelle option appliquer ? H
Quel est le numero du theoreme ? 118
Un parallelogramme dont deux cotes adjacents ont meme longueur
est un losange
Quel est le parallelogramme(sommet remarquable en 1er) ? ABKC
Ceci prouve que :
- A B K C est un losange (but final)


          ***************
          *    BILAN    *
          ***************
Tu as fait 1 erreur(s)
Tu as utilise 2 theoreme(s) trop tot
Tu as fait 0 etape(s) inutile(s)
Tu as trouve une demonstration en 3 etapes
Bravo ! C'est la solution la plus courte
```