

Certificat de mécanique rationnelle

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 1
(1925), p. 92-94

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1_92_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1925, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

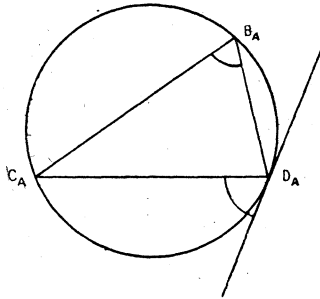
NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE MÉCANIQUE RATIONNELLE.

ÉPREUVE THÉORIQUE. C.23. — Une circonférence (Γ) de rayon R tourne avec une vitesse angulaire constante ω autour d'un diamètre vertical fixe Ox ; un cerceau (C) (circonférence matérielle homogène) de masse M et de rayon r ($r < R$) est assujéti à rouler sans glisser à



l'intérieur de (Γ) en restant constamment dans le plan de (Γ); cette dernière liaison est réalisée sans frottement en matérialisant le plan de (Γ) par deux feuillets plans, infiniment rapprochés, entre lesquels le cerceau est inséré.

On pose $(\widehat{Ox, OJ}) = \theta, (\widehat{GJ, GA}) = \varphi$, G étant le centre du cerceau, J son point de contact avec (Γ) , A un point fixe du cerceau. On prendra comme paramètre θ .

1° Déterminer les positions d'équilibre relatif du cerceau en indiquant celles qui sont stables;

2° Calculer la force vive absolue $2T$ du cerceau en fonction de θ et de θ' ;

3° Écrire l'équation du mouvement du cerceau et en déterminer une intégrale première;

4° Écrire cette intégrale première en supposant que pour $t = 0$, $\theta_0 = 0$, θ'_0 étant donnée, poser $\cos \theta = u$ et montrer que u se détermine par une quadrature. Discuter l'allure du mouvement selon la valeur de θ'_0 , en préciser les diverses circonstances (le mouvement est-il périodique? le cerceau peut-il boucler la boucle? etc.);

5° Calculer en fonction de θ , θ' , θ'' :

α . La réaction que (Γ) exerce au point J sur le cerceau, en donnant sa composante normale (selon JO) et sa composante tangentielle (selon JT);

β . La résultante des réactions normales du plan de (Γ) sur le cerceau.

ÉPREUVE PRATIQUE. C. 24. — On considère deux sphères identiques, très petites, qu'on assimile à des points M et M_1 de même masse m ; ces sphères sont pesantes et sont soumises à la résistance de l'air, qu'on suppose proportionnelle à leur vitesse \vec{v} :

$$\vec{R} = -mg \frac{1}{k} \vec{v},$$

le coefficient positif k ayant la même valeur pour les deux sphères. Soit Ox une verticale descendante.

1° On abandonne en O l'une des sphères sans vitesse initiale; on constate, qu'au bout d'un temps assez long, sa vitesse tend vers une limite w ($w > 0$); calculer k en fonction de w .

2° A l'instant $t = 0$, on lance la sphère M , du point O avec une vitesse ascendante v_0 ($v_0 < 0$); puis à un instant $t = \tau$ ($\tau > 0$), on lance la sphère M_1 du même point O avec la même vitesse v_0 . Donner l'expression explicite des abscisses x , x_1 et des vitesses v , v_1 des sphères M et M_1 en fonction du temps;

3° A quelle condition doit satisfaire τ pour qu'il y ait un choc entre les deux sphères?

4° En supposant que τ est l'instant précis où la première sphère est parvenue à son maximum d'altitude, montrer qu'il y aura choc;

calculer l'instant θ du choc. En supposant les deux sphères parfaitement élastiques, calculer leurs vitesses v, v_1 et v', v'_1 immédiatement avant et immédiatement après le choc.

APPLICATION NUMÉRIQUE. — 1° En supposant $w = 10$ m : sec, calculer k (en C. G. S.); en déduire la valeur de la résistance (en kilogrammes force) pour $v = 5$ m : sec, en supposant que $m = 200^g$; on prendra $g = 980$ C. G. S.

2° En supposant $v_0 = -5$ m : sec, calculer les quantités $\tau, \theta, v, v_1, v', v'_1$ définies au paragraphe 4.

On donnera trois chiffres exacts.

(Lille, juin 1925)