

V. JAMET

Sur une application des déterminants

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 16 (1877), p. 372-373

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__372_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR UNE APPLICATION DES DÉTERMINANTS ;

P A R M. V J A M E T ,
Professeur au lycée de Saint-Brieuc.

On rencontre fréquemment en Géométrie analytique
l'identité suivante :

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2 + c^2)(a'^2 + b'^2 + c'^2) - (aa' + bb' + cc')^2 \\ & = (bc' - cb')^2 + (ca' - ac')^2 + (ab' - ba')^2. \end{aligned}$$

Je me propose de la vérifier au moyen des déterminants. Soit

$$\begin{aligned} & (bc' - cb')^2 + (ca' - ac')^2 + (ab' - ba')^2 \\ &= \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ bc' - cb' & ca' - ac' & ab' - ba' \end{vmatrix} = \Delta. \end{aligned}$$

Remarquons d'abord que

$$(bc' - cb')a + (ca' - ac')b + (ab' - ba')c = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0.$$

De même

$$(bc' - cb')a' + (ca' - ac')b' + (ab' - ba')c' = 0.$$

Par suite, en élevant le déterminant Δ au carré, il vient

$$\Delta^2 = \begin{vmatrix} a^2 + b^2 + c^2 & aa' + bb' + cc' & 0 \\ aa' + bb' + cc' & a'^2 + b'^2 + c'^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{vmatrix},$$

d'où

$$\Delta = \begin{vmatrix} a^2 + b^2 + c^2 & aa' + bb' + cc' \\ aa' + bb' + cc' & a'^2 + b'^2 + c'^2 \end{vmatrix}.$$