

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 57-59

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__57_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

356. 1°. Discuter la courbe qui a pour équation

$$(1) \quad y = \sin[(2n + 1) \arcsin x] + 1.$$

2°. Démontrer que si $\varphi(x)$ est une fonction impaire (*) qui n'a pas plus de $2n - 1$ racines comprises entre $+1$ et -1 , la courbe représentée par l'équation

$$(2) \quad y = \varphi(x)$$

rencontre la courbe (1) au moins en un point dont l'abscisse est comprise entre $+1$ et -1 .

3°. Dédire de ce qui précède la démonstration du théorème de M. Tchebichef (question 347, t. XV, p. 387).

(PROUJET.)

357. Etant donnés deux coniques homofocales et un point quelconque M entre les deux courbes; si l'on mène MT, MT' tangentes à la courbe intérieure en T et en T' et rencontrant la courbe extérieure en A et B, en C et D, on aura

$$\frac{1}{MA} + \frac{1}{MB} = \frac{1}{MC} + \frac{1}{MD}.$$

(*) On dit qu'une fonction $\varphi(x)$ est impaire lorsqu'on a

$$\varphi(-x) = -\varphi(x)$$

Si la courbe intérieure devient la droite terminée par les deux foyers, on retombe sur la question 348.

(MICHAEL ROBERTS.)

358. Etant données deux coniques ayant pour foyers communs les points F et F' , on mène arbitrairement par l'un de ces foyers F' une droite rencontrant chaque conique en deux points; par chacun de ces quatre points on mène une tangente à la conique sur laquelle est ce point; 1° ces quatre droites sont tangentes à une parabole ayant pour foyer le second foyer F et pour directrice la droite menée arbitrairement par F' ; 2° cette parabole est tangente à l'axe des coniques qui contient les foyers imaginaires; 3° une tangente commune à l'une des coniques et à la parabole est vue du foyer sous un angle droit.

(FAURE.)

359. Une surface de révolution étant engendrée par la révolution d'une conique autour d'un axe principal, tout plan mené par un foyer O de la conique coupe la surface suivant une conique qui a le même point O pour foyer.

360. A, B, C, D, E étant cinq points situés sur cette surface de révolution, on a la relation

$$OA \cdot BC \cdot DE + OB \cdot CD \cdot EA + OC \cdot DE \cdot AB \\ + OD \cdot EA \cdot BC + OE \cdot AB \cdot CD = 0.$$

(MOBIUS.)

361. On donne un angle trièdre de sommet S et deux points fixes A et B situés sur une droite passant par le sommet S . Par le point B , on mène un plan *quelconque* déterminant un tétraèdre T de volume V . Soit P le produit des volumes des quatre tétraèdres que l'on obtient en joignant le point A aux quatre sommets du tétraèdre T .

(59)

On a la relation

$$\frac{P}{V^3} = \text{constante.}$$

(FAURE.)

362. L'équation générale du cinquième degré

$$ax^5 + 5bx^4 + 10cx^3 + 10dx^2 + 5ex + f = 0$$

peut toujours se résoudre algébriquement lorsqu'on a entre les coefficients les relations

$$\frac{d^2 - ce}{b^2 - ac} = \frac{e^2 - df}{c^2 - bd} = \frac{de - cf}{bc - ad}.$$

(FAURE.)