

AUBERT

Solution de la même question 339

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 48-50

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__48_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

équation identique avec la précédente, car les points C, C', C'',... étant en ligne droite, on a

$$\frac{\delta' - \delta}{\alpha' - \alpha} = \frac{\delta'' - \delta}{\alpha'' - \alpha}.$$

Donc il n'y a pour tous les cercles C, C', C'',... pris deux à deux qu'un seul axe radical.

Maintenant considérons ensemble les trois circonférences O, C, C'. L'axe radical de O et C est représenté par l'équation

$$(2y - \delta)\delta + (2x - \alpha)\alpha + R^2 - r^2 = 0,$$

qui, toutes réductions faites, devient

$$(1) \quad \delta y + \alpha x - r^2 = 0.$$

L'équation de l'axe radical des circonférences O et C' sera

$$(2) \quad \delta' y + \alpha' x - r^2 = 0.$$

Les coordonnées du centre radical des cercles O, C, C' sont les valeurs de x et y qui conviennent aux équations (1) et (2), valeurs qui vérifient l'équation

$$(\delta' - \delta)y + (\alpha' - \alpha)x = 0,$$

qui n'est autre que la différence des équations (1) et (2) : ce qu'on sait d'ailleurs.

Le centre radical des circonférences O, C, C' serait donné par les équations

$$\delta y + \alpha x - r^2 = 0, \quad \delta' y + \alpha' x - r^2 = 0,$$

qui, en vertu de la relation

$$\frac{\delta' - \delta}{\alpha' - \alpha} = \frac{\delta'' - \delta}{\alpha'' - \alpha},$$

sont identiques avec le système des équations (1) et (2).

Donc il n'y a qu'un centre radical.

La même question peut être résolue par de simples considérations géométriques de la manière suivante :

Les rayons de la circonférence O menés aux points de rencontre de celle-ci avec les circonférences C, C', C'' sont pour ces dernières des tangentes égales issues du point O qui appartient ainsi à tous les axes radicaux ; d'ailleurs tous ces axes devant être perpendiculaires à la droite qui joint les points C, C', C'', \dots se réduisent à un seul, puisque du point O on ne peut mener qu'une perpendiculaire à cette droite.

On sait que les axes radicaux de trois cercles se coupent en un même point qui est le centre radical de ces cercles. D'après cela, le centre radical des trois cercles O, C, C' se trouvera au point de rencontre de l'axe radical commun avec l'axe radical des cercles O et C ; de même, le centre radical des cercles O, C, C'' sera au point de rencontre déjà mentionné, et ainsi de suite, c'est-à-dire qu'il n'y a qu'un centre radical.
