

LOUIS CREMONA

Seconde solution de la question

369 (voir p. 192)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 251-252

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__251_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 369

(voir p. 192);

PAR M. LOUIS CREMONA,
Professeur au lycée de Crémone.

Soient

$$p = 0, \quad q = 0, \quad r = 0$$

les équations des côtés BC, CA, AB d'un triangle ABC;

$$q - r = 0, \quad r - p = 0, \quad p - q = 0$$

sont donc les équations de trois droites passant respectivement par les sommets A, B, C et se rencontrant au même point D; soient α, β, γ , les points où AD, BD, CD rencontrent BC, CA, AB. Soient

$$lp + mq + nr = 0,$$

$$l_1 p + m_1 q + n_1 r = 0$$

les équations de deux droites R, R₁ qui rencontrent respectivement BC, CA, AB aux points $a, a_1; b, b_1; c, c_1$; par conséquent, les équations des droites Da, Da₁, sont

$$n(r - p) - m(p - q) = 0,$$

$$n_1(r - p) - m_1(p - q) = 0.$$

Le rapport anharmonique des quatre droites DB, DC, D α , Da,

$$r - p = 0,$$

$$p - q = 0,$$

$$r - p - (p - q) = 0,$$

$$r - p - \frac{m}{n}(p - q) = 0$$

est $\frac{n}{m}$ (Salmon, *Conic sections*, p. 53) et le rapport an-

harmonique des droites conjuguées DC, DB, D α , D a_1 ,

$$\begin{aligned} p - q &= 0, \\ r - p &= 0, \\ p - q - (r - p) &= 0, \\ (p - q - \frac{n_1}{m_1}(r - p)) &= 0, \end{aligned}$$

est $\frac{m_1}{n_1}$; donc les points B, C, α , a , a_1 seront en involution si l'on a

$$mm_1 = nn_1.$$

Ainsi les conditions nécessaires et suffisantes pour que les trois systèmes de cinq points

$$\begin{aligned} &B, C, \alpha, a, a_1, \\ &C, A, \beta, b, b_1, \\ &A, B, \gamma, c, c_1, \end{aligned}$$

(α, β, γ points doubles) soient en involution, seront

$$ll_1 = mm_1 = nn_1.$$

Il s'ensuit qu'en prenant arbitrairement la droite R,

$$lp + mq + nr = 0,$$

la droite R₁ sera

$$\frac{p}{l} + \frac{q}{m} + \frac{r}{n} = 0.$$