

C. CORDES

Solution de la question 364

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 196-198

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__196_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 364

(voir p. 128);

PAR M. C. CORDES,

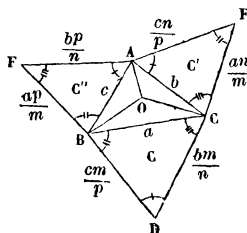
Élève de l'institution de Lasalle (classe de M. Beynac).

Trouver sur le plan d'un triangle ABC un point O

(*) Incessamment des solutions de MM. Brioschi et Cremona.

dont la position soit telle, que les circonférences passant par le point O et deux des sommets du triangle soient entre elles comme trois droites m, n, p données.

Désignons par C, C', C'' les trois circonférences qui



comprennent a, b, c . Supposons qu'on veuille obtenir

$$\frac{C}{m} = \frac{C'}{n} = \frac{C''}{p}.$$

Sur a, b, c construisons les triangles BCD, ACE, ABF ayant respectivement pour côtés

$$\left[a, \frac{bm}{n}, \frac{cm}{p} \right], \quad \left[\frac{an}{m}, b, \frac{cn}{p} \right], \quad \left[\frac{ap}{m}, \frac{bp}{n}, c \right].$$

Le rapport de similitude pour les deux premiers est $\frac{m}{n}$, pour le premier et le troisième, ce rapport est $\frac{m}{p}$; ces rapports expriment aussi ceux des circonférences circonscrites aux mêmes triangles: on a donc

$$\frac{C}{m} = \frac{C'}{n} = \frac{C''}{p}.$$

Reste à prouver que C, C', C'' se coupent en un même point. Soit O le point d'intersection de C et de C' . Les deux quadrilatères $BOCD, AOCE$ étant inscrits, on a

$$\angle BOA = \hat{4}^{\text{di}} - (\angle AOC + \angle COB) = \angle BDC + \angle AEC.$$

De la similitude des triangles BCD, ACE, on déduit

$$AEC = DBC,$$

par conséquent

$$BOA = BDC + DBC,$$

ou

$$BOA = 2^{\text{dr}} - BCD.$$

Enfin de la similitude des triangles BCD, ABF, on tire

$$BCD = BFA,$$

donc

$$BOA = 2^{\text{dr}} - AFB,$$

et la circonférence C'' passe donc par le point O.

C. Q. F. D.

Lorsque $m = n = p$, le point O est l'intersection des trois hauteurs du triangle ABC; car alors

$$A = D \quad \text{et} \quad BAC + BOC = 2^{\text{dr}},$$

théorème connu.

Note. 1°. En appliquant à cette construction la méthode des rayons vecteurs réciproques et prenant le point O pour pôle, on parvient à un beau théorème sur un triangle formé par des arcs d'hyperboles (*Nouvelles Annales*, t. XIII, p. 227).

2°. Lorsque

$$C = \frac{C' \cos \frac{1}{2} A}{\cos \frac{1}{2} B} = \frac{C'' \cos \frac{1}{2} A}{\cos \frac{1}{2} C},$$

le point O est le centre du cercle inscrit.

3°. Lorsque

$$C = \frac{C' \operatorname{tang} A}{\operatorname{tang} B} = \frac{C'' \operatorname{tang} A}{\operatorname{tang} C},$$

le point O est le centre du cercle circonscrit.

Tm.