NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Sur la détermination analytique des foyers dans les coniques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 7 (1848), p. 402-403

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__402_1>

SUR LA DÉTERMINATION ANALYTIQUE

des foyers dans les coniques.

PAR M. A. J. H. V.

Le calcul des coordonnées des foyers de l'ellipse et de l'hyperbole, donné par mon ingénieux et laborieux élève M. Paul Serret, à la page 302 du présent volume, peut être présenté beaucoup plus simplement qu'il ne le fait, tout en s'appuyant sur le même principe. C'est ce que l'on peut voir dans les *Mémoires de la Société de Lille* pour 1830, où j'ai établi ce calcul à peu près comme il suit.

(*) Wolf, géomètre philosophe, a mis cette distinction.

En faisant d'abord

$$R^2 = B^2 + (A - C)^2,$$
$$K = A + C + R, \quad K' = A + C - R,$$

on a pour les carrés des valeurs des demi-axes et de la demi-excentricité :

$$a^2 = 2KG, \quad b^2 = 2K'G, \quad c^2 = 4GR,$$

formules dans lesquelles

$$G = \frac{F}{4AC - B^2}.$$

Ensuite, T et U représentant les coordonnées des sommets, on a encore, en faisant $H = A - C + R$, $H' = A - C - R$:

$$T^2 = \frac{KHG}{R}, \quad U^2 = -\frac{KH'G}{R}.$$

Enfin, t et u représentant les coordonnées des foyers, il suffit, soit de poser la proportion indiquée par M. Serret, comme je l'ai fait dans l'endroit cité, soit, plus simplement, comme je l'ai fait depuis, d'établir la proportion

$$t^2 : u^2 : c^2 :: T^2 : U^2 : A^2,$$

ce qui donne :

$$t^2 = 2HG, \quad u^2 = -2H'G.$$

A la vérité, les axes coordonnés sont ici supposés rectangulaires; mais la méthode est la même pour des axes quelconques; seulement les résultats sont un peu plus compliqués.

P. S. — J'avais déjà eu l'occasion de rappeler, dans *le Géomètre* de M. Guillard, p. 141, le théorème sur lequel s'appuie M. Serret, ainsi que l'usage auquel il l'applique. En même temps, j'en ai déduit ce corollaire :

Les couples de cordes menées par un foyer parallèlement à un système de diamètres conjugués, forment une somme constante dans l'ellipse et une différence constante dans l'hyperbole.

Cette somme ou cette différence est celle de l'axe focal et du paramètre de la courbe.