

C. JOHN

**Théorèmes sur les angles des polygones
plans convexes et des polygones
sphériques convexes**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 674-675

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5_674_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES

sur les angles des polygones plans convexes et des polygones sphériques convexes.

PAR M. C. JOHN.

Élève en mathématiques, à Marseille.

THÉORÈME I. Dans tout polygone plan convexe, ayant plus de quatre côtés, le nombre des angles droits ajouté au nombre des angles aigus est toujours moindre que quatre.

Démonstration. Soient o , d , a le nombre des angles obtus, droits et aigus d'un polygone convexe de n côtés; on a donc $o + d + a = n$; chaque angle obtus est moindre que deux droits; donc $(2o + d + a)$ surpasse le nombre de droits contenus dans la somme des angles du polygone; de là l'inégalité $2o + d + a > 2n - 4$. Éliminant o au moyen de l'équation, il vient $2n - d - a > 2n - 4$; donc $d + a < 4$, c q. f. d.

Corollaire. Le nombre des angles obtus surpasse $n - 4$.

THÉORÈME II. Même énoncé pour le polygone sphérique convexe.

Démonstration. Conservons la même notation; un triangle sphérique contient $2(1 + e)$ angles dièdres où e représente l'excès sphérique moindre que l'unité. Donc un polygone de n côtés contient $2n - 4 + 2e$ angles droits, où e est la somme des $n - 2$ excès sphériques répondant aux $n - 2$ triangles qui composent le polygone. Raisonnant comme ci-dessus, on obtient l'inégalité $2n - (a + d) > 2n - 4 + 2e$. Il est évident que $2e$ doit être moindre que 4. Donc $a + d < 4 - 2e$, et, à fortiori, $a + d < 4$.

Corollaire 1. Dans un angle solide convexe, le nombre des angles dièdres droits ajoutés au nombre des angles dièdres aigus est moindre que 4.

Corollaire 2. Soit S le nombre des sommets d'un polyèdre convexe; le nombre total des angles dièdres droits et aigus est moindre que 4S.

Corollaire 3. F et A étant le nombre des faces et des arêtes, on a la relation d'Euler $S + F = A + 2$. Donc le nombre total des angles dièdres droits et aigus est moindre que $4A - 4F + S$.

Note. Les deux théorèmes se déduisent directement de cette considération. Dans un polygone plan convexe, la somme des suppléments des angles est égale à quatre droits, et dans un polygone sphérique, à moins de quatre droits.

Tm.