

P. F. VERHULST

Sur la division abrégée

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 629-631

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__629_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LA DIVISION ABRÉGÉE,

PAR M. P. F. VERHULST,

membre de l'Académie des sciences de Belgique, professeur d'analyse
à l'École militaire.

—

Dans votre numéro d'août 1846, page 508, vous donnez pour véritable logarithme hyperbolique de 1099. 7,0021595; c'est 7,00215 59544 qu'il faut, comme le dit M. Gudermann, et comme il est aisé de s'en assurer, en marquant que $1099 = 7 \times 157$.

Je profite de cette occasion pour vous annoncer que je

suis sur le point de publier une *Leçon d'arithmétique*, dans laquelle je donne la théorie analytique des méthodes de division abrégée de Fourier et de M. Guy (*). Quant au mérite comparatif de ces méthodes, je crois que celle de Fourier est la meilleure, 1° parce qu'elle n'exige aucune préparation ; 2° parce qu'elle donne en général le véritable chiffre, ou du moins qu'elle finit toujours par le donner ; 3° parce que toute division commencée dans la vue d'une certaine approximation, peut être continuée indéfiniment de manière à donner une approximation plus grande. Cependant, lorsqu'on veut obtenir un grand nombre de chiffres au quotient, il me semble qu'on doit donner la préférence à la méthode de M. Guy, la plus commode de toutes sous le rapport du procédé.

Voici en peu de mots en quoi consiste mon analyse de la division ordonnée : pour trouver le premier chiffre du quotient, je m'appuie sur le lemme suivant, dont je donne la démonstration : *Dans une division quelconque, le premier chiffre du quotient est égal ou inférieur d'une unité au chiffre qu'on obtient en divisant le nombre formé par les i ou les $i+1$ premières figures du dividende, par celui qui forment les i premières figures du diviseur, i étant au moins égal à 2.* Faisant remarquer, ensuite, que la division ordonnée est le procédé inverse de la multiplication abrégée d'Oughtred, je déduis de là une équation qui me fournit le second chiffre du quotient, puis les suivants, *mutatis mutandis*.

Lorsque le reste de la division ordonnée est égal ou inférieur à la somme des chiffres du quotient, on sait que le dernier chiffre obtenu est celui de la division ordinaire. Mais si la condition précitée n'est pas remplie, ce chiffre est *incertain*. L'analyse m'a fait voir que, dans ce cas, le quotient est approché à moins d'une unité *près en plus ou en moins*,

* C'est une lacune remplie, un service rendu à la science.

sans qu'on sache dans quel sens l'erreur se trouve, pourvu toutefois que la somme des chiffres du quotient soit inférieure d'une unité au moins au dernier diviseur désigné. Cette observation dispense de continuer l'opération, comme le prescrit Fourier, si l'on n'a pas besoin du véritable chiffre.

M. Guy apprendra sans doute avec plaisir que sa méthode est bien plus exacte qu'il ne la croit lui-même, car l'erreur qu'elle comporte n'est que d'une seule unité en plus ou en moins. En effet, en désignant par

D et d le dividende et le diviseur,

q et r le quotient et le reste fournis par la division ordinaire;

q' et r' le quotient et le reste dus à la méthode abrégée,

a la partie du dividende que M. Guy remplace par des zéros,

b ce qu'il appelle l'accroissement,

Je trouve entre ces quantités la relation :

$$q = q' + \left(\frac{a}{d} + \frac{r'}{d} \right) - \left(\frac{b}{d} + \frac{r}{d} \right);$$

et comme a , b , r et r' sont moindres que d , il parait, au premier abord, que $q = q'$ à moins de deux unités en plus ou en moins. Mais il faut observer que a est connu, et que r' l'est quand l'opération est terminée; par conséquent, si $\frac{a+r'}{d}$, surpasse une unité, on l'ajoutera au quotient. Par là, il viendra :

$$q = q' - \left(\frac{b+r-c}{d} \right),$$

c dénotant un nombre plus petit que d . De plus, q et q' étant des nombres entiers, il faut que $\frac{b+r-c}{d}$ soit nul ou égal à une unité. Donc, le quotient q' est égal à celui que donne la division ordinaire, ou il le surpasse d'une unité.