

TERQUEM

Note sur l'expression $\frac{\infty}{\infty}$

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 259-260

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__259_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR L'EXPRESSION $\frac{\infty}{\infty}$.

—

Un élève en élémentaires du collège de Marseille fait l'objection suivante : la bissectrice *extérieure* de l'angle d'un triangle divise le côté opposé en deux segments *soustractifs* respectivement proportionnels aux côtés adjacents ; or, lorsque le triangle devient isocèle, ces deux segments deviennent infinis et les deux côtés adjacents sont égaux ; on a donc $\frac{\infty}{\infty} = 1$, et cependant $\frac{\infty}{\infty} = \frac{0}{0}$ quantité indéterminée.

Réponse : l'expression $\frac{\infty}{\infty}$ est *souvent* indéterminée, mais pas *constamment*. Soit un triangle ABC ; prolongeons AB et AC indéfiniment, et supposons que le côté BC s'éloigne du sommet A sans changer de direction ; les deux autres côtés du triangle deviennent infiniment grands, et conservent pourtant le rapport fini $\frac{AB}{AC}$, c'est ce qu'on écrit par l'équation

$$\frac{\infty}{\infty} = \frac{AB}{AC}, \text{ et si } AB = AC, \text{ on a } \frac{\infty}{\infty} = 1 ;$$

si BC s'approchait sans cesse de A, on aurait enfin $\frac{0}{0} = \frac{AB}{AC}$;

en général $\frac{ax}{bx+c}$ devient $\frac{\infty}{\infty}$ lorsque $x = \infty$; et toutefois

alors $\frac{\infty}{\infty} = \frac{a}{b}$; $\frac{0}{0}$ peut même devenir infini ; ainsi $\frac{\sin x}{1-\cos x}$ se

réduit à $\frac{0}{0}$ en faisant $x = 0$, et toutefois dans ce cas $\frac{0}{0} = \infty$.

Une branche de l'analyse, nommée *calcul infinitésimal* a même pour but unique de découvrir les valeurs *déterminées* que prennent les expressions qui se présentent sous la forme de $\frac{0}{0}$ et d'en découvrir les diverses propriétés Tm.