NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

LIONNET

Solution d’un problème d’arithmétique

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 2 (1843), p. 446-447

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__446_1>

SOLUTION D'UN PROBLÈME D'ARITHMÉTIQUE.

PAR M. LIONNET,
Professeur au Collége royal Louis le-Grand

Étant donné un carré divisé en neuf carrés égaux entre eux, écrire aux centres de ces carrés, les neuf premiers nombres, de manière que la somme de trois chiffres quelconques, situés en ligne droite, soit constante.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Supposons le problème résolu, et appelons a, b, c, d, e, f, g, h, i, les chiffres écrits dans les différentes cases du carré donné.

1° La somme 45 de tous ces chiffres se compose des trois sommes égales $a+b+c$, $d+e+f$, $g+h+i$, de trois chiffres situés en ligne droite ; donc chacune de ces sommes partielles est égale au tiers de 45 ou au nombre 15, et il en est de même des cinq autres sommes $a+d+g$, $b+e+h$, $c+f+i$, $a+e+i$, $c+e+g$.

2° La somme 15×4, ou 60, des quatre nombres $a+d+g$, $g+h+i$, $i+f+c$, $c+b+a$ se compose de $(a+i) \times 2+(g+c) \times 2+(d+f)+(b+h)$; or $a+i=g+c=d+f=b+h$, puisque chacun de ces nombres ajouté au chiffre e du milieu reproduit le nombre 15; donc $60=(a+i) \times 6$ et, par suite, $a+i=\frac{60}{6}=10$; donc $e=15-10=5$.

3° La somme 15×2 des deux nombres $a+d+g$, $g+h+i$ est un nombre pair; d'ailleurs cette somme se compose du nombre pair $a+i$ ou 10, du nombre pair $g \times 2$ et du nombre $d+h$; donc $d+h$ est aussi un nombre pair: on prouverait de même que $h+f$, $f+b$, $b+d$ sont des nombres pairs, ce qui exige que les chiffres b, d, h, f soient tous pairs ou tous impairs et, par suite, que les chiffres restants a, g, i, c soient tous impairs ou tous pairs: donc $a+g$ est un nombre pair et, en le retranchant de la somme $a+d+g$ qui est égale à 15, on obtient pour d un nombre impair. donc enfin d, h, f, b sont des nombres impairs, et a, g, i, c des nombres pairs.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4° Cela étant, pour achever la solution du problème substituons à la lettre a un des quatre chiffres 2, 4, 6, 8, le chiffre 2 par exemple; il en résulte: $i=15-(a+e)=15-7=8$. Faisons ensuite $c=4$ et, par conséquent, $g=6$, nous en déduirons $d=15-(a+g)=15-8=7$, $h=15-(g+i)=15-14=1$, $f=15-(c+i)=15-12=3$ et, par suite, $b=9$.

Remarque. La lettre a étant susceptible des quatre valeurs 2, 4, 6, 8 pour chacune desquelles la lettre c a deux valeurs, on voit que le problème admet huit solutions.