M.M. VIROTTE-DUCHARME

# Rectificatif à l'article « Présentation de certains couples fischériens de type classique »

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 122, nº 1 (1994), p. 147-148
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1994__122_1_147_0>

*Bull. Soc. math. France,*
122, 1994, p. 147–148.

# RECTIFICATIF A L'ARTICLE PRÉSENTATION DE CERTAINS COUPLES FISCHÉRIENS DE TYPE CLASSIQUE, tome 121, 1993, p. 227–270

PAR

M.M. VIROTTE-DUCHARME (*)

Ce rectificatif concerne le LEMME 1.2.6, ainsi que l'introduction du § 2, « démonstrations », de la section 1, « Groupes orthogonaux sur $\mathbb{F}_3$. »

Dans le LEMME 1.2.6, on construit une extension centrale

$$(*) \qquad 1 \to \langle z \rangle \longrightarrow G \longrightarrow G^-(7,3) \to 1$$

possédant les propriétés suivantes : $z^3 = 1$ et $G$ est engendré par une classe de Fischer. Cette extension est soit triviale, soit non scindée; nous affirmons à tort, dans l'introduction du § 2 (*loc. cit.*), que la seconde éventualité peut se produire.

Comme me l'a fait remarquer J.I. HALL [3], cette extension est nécessairement triviale. En effet, désignons par $H$ le groupe des commutateurs de $G^-(7,3)$. Ce groupe est aussi le groupe des commutateurs du groupe orthogonal $\mathrm{GO}(7,\mathbb{F}_3,Q)$, où $Q$ désigne la forme quadratique

$$x_0^2 + x_1x_{-1} + x_2x_{-2} + x_3x_{-3}$$

et $\varphi$ la forme bilinéaire associée. Rappelons que $H$ est un groupe simple de type $B_3(3)$ engendré par les $x_r(t)$ avec $r \in \Phi$, $t \in \mathbb{F}_3$ (cf. [1]).

Si on note $s_u$ la réflexion orthogonale $v \mapsto v - Q(u)\varphi(v,u)u$, l'automorphisme $\theta : h \mapsto fhf^{-1}$ de $H$, avec

$$f = s_{v_1-v_{-1}} s_{v_1+v_{-1}} s_{v_2-v_{-12}} s_{v_2+v_{-2}} s_{v_3-v_{-3}},$$

(*) M.M. VIROTTE-DUCHARME, Université de Paris VII, 2 place Jussieu, UFR de Mathématiques, Tour 45–55, 5e étage, 75251 Paris CEDEX 05.

inverse les éléments $x_r(t)$ pour toute racine $r$. Or $f$ peut s'écrire $f = s_u k$, avec $u = v_1 - v_{-1}$ et $k \in H$. Observons que $Q(u) = 1$, $s_u$ est donc un élément de la classe de Fischer de $G^-(7,3)$ pour lequel $s_u h s_u = k h^{-1} k^{-1}$.

Supposons que l'extension (*) ne soit pas triviale. Alors,

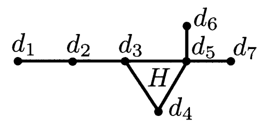
$$1 \to \langle z \rangle \longrightarrow \widehat{H} \longrightarrow H \to 1$$

est l'extension de $H$ par son multiplicateur de Schur (cf. [2]). Comme tout automorphisme de $H$ se prolonge en un automorhisme de $\widehat{H}$, $s_u$ détermine un automorphisme de $\widehat{H}$ qui inverse les éléments de $\langle z \rangle$. Cette situation est donc exclue.

Il convient alors de modifier l'énoncé 1.2.6.

1.2.6 Lemme. — *Soit $G$ un groupe engendré par des éléments $d_i$ pour $1 \le i \le 7$ sur lesquels on a la formule de présentation*

$g(7)$




$$\begin{cases} (d_6^s d_7)^2 = 1, & s \text{ défini en } 1.1.3, \\ (d_7^z d_7)) = 1, & z \text{ défini en } 1.1.10. \end{cases}$$

*Alors le groupe $G$ admet une classe de Fischer de cardinal* 378, *contenant $d_i$ pour $1 \le i \le 7$ ; $G$ est isomorphe à $G^-(7,3)$ et on a $z = 1$.*

La preuve est inchangée; on ajoute seulement à la fin la remarque suivante.

L'élément $z$ appartient à $\mathcal{D}(G) \cap Z(G)$ ; l'extension

$$1 \to \langle z \rangle \longrightarrow G \longrightarrow G^0 \to 1,$$

avec $G^0 \simeq G^-(7,3)$, est soit triviale, soit non scindée. Ce dernier cas étant exclus, on a $z = 1$ et $G$ est isomorphe à $G^0$.

## BIBLIOGRAPHIE

[1] Carter (G.W.). — *Simple groups of Lie type.* — John Wiley, London, New York, 1972.

[2] Griess (R.L.). — *Schur multipliers of finite simple groups of Lie type*, Trans. Amer. Math. Soc., t. **183**, 1973, p. 355–421.

[3] Hall (J.I.). — Private communication.