

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

DUARTE ZEITE PEREIRA DA SILVA

Sur quelques intégrales données dans le cours d'analyse de M. Hermite

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 7, n° 1 (1883), p. 291-292

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1883_2_7_1_291_1

© Gauthier-Villars, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**SUR QUELQUES INTÉGRALES DONNÉES DANS LE COURS D'ANALYSE
DE M. HERMITE ;**

PAR M. DUARTE ZEITE PEREIRA DA SILVA.

Soient

$$u = x \sin x + \cos x, \quad v = \sin x - x \cos x,$$

et proposons-nous de trouver l'intégrale $y = \int \frac{x dx}{(au + bv)^2}$.

On a

$$\begin{aligned} au + bv &= (ax + b) \sin x + (a - bx) \cos x \\ &= (ax + b) \frac{e^{2ix} - 1}{2ie^{ix}} + (a - bx) \frac{e^{2ix} + 1}{2ie^{ix}} \\ &= \frac{1}{2ie^{ix}} [e^{2ix}(x + i)(a - ib) - (x - i)(a + ib)] \\ &= \frac{(x - i)(a + ib)}{2ie^{ix}} \left(e^{2ix} \frac{x + i}{x - i} \frac{a - ib}{a + ib} - 1 \right). \end{aligned}$$

Posant

$$z = e^{2ix} \frac{x + i}{x - i} \frac{a - ib}{a + ib},$$

on aura

$$au + bv = \frac{(x - i)(a + ib)}{2ie^{ix}} (z - 1);$$

donc

$$y = \int \frac{-4e^{2ix}x^2 dx}{(a + ib)^2(x - i)^2(z - 1)^2}.$$

Mais

$$dz = 2i \frac{a - ib}{a + ib} \frac{e^{2ix}x^2}{(x - i)^2} dx;$$

par suite,

$$y = \frac{2i}{a^2 + b^2} \int \frac{dz}{(z - 1)^2} = \frac{2i}{a^2 + b^2} \frac{1}{1 - z}$$

et

$$y = \frac{i - x}{a - ib} \frac{e^{-ix}}{au + bv} + \text{const.} = \frac{1}{a - ib} \frac{i u + v}{au + bv} + \text{const.},$$

et non $-\frac{u}{au + bv}$, comme je l'avais affirmé, par mégarde.

Pour obtenir $\int \frac{x^2 dx}{u^2}$ et $\int \frac{x^2 dx}{v^2}$, il suffit de donner à a et b des valeurs convenables.

