ANNALES DE L'INSTITUT FOURIER

NORBERT A'CAMPO

Sur la monodromie des singularités isolées d'hypersurfaces complexes

Annales de l'institut Fourier, tome 23, n° 2 (1973), p. 1-2

<http://www.numdam.org/item?id=AIF_1973__23_2_1_0>

© Annales de l'institut Fourier, 1973, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'institut Fourier » (http://annalif.ujf-grenoble.fr/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Ann. Inst. Fourier, Grenoble
23, 2 (1973), 1-2.

SUR LA MONODROMIE DES SINGULARITÉS ISOLÉES D'HYPERSURFACES COMPLEXES

par Norbert A'CAMPO

Soit $P : \mathbf{C}^{n+1} \to \mathbf{C}$ un polynôme tel que l'hypersurface $H = \{P(z) = 0\} \subset \mathbf{C}^{n+1}$ présente en O une singularité isolée. Pour $\varepsilon > 0$, ε assez petit, la sphère

$$S_\varepsilon = \{z \in \mathbf{C}^{n+1} \| z_0|^2 + \cdots + |z_n|^2 = \varepsilon\}$$

rencontre transversalement la partie régulière de H. Donc $L_\varepsilon = S_\varepsilon \cap H$ est une sous-variété de codimension 2 de $S_\varepsilon \xrightarrow{\sim} S^{2n+1}$. L'application

$$p : z \in S_\varepsilon - L_\varepsilon \to \text{argument } (P(z)) \in S^1$$

est la fibration de Milnor associée au point O [2]. La fibre $F_\theta = p^{-1}(\theta)$, $\theta \in S^1$, est une sous-variété de S_ε.

Un homéomorphisme caractéristique

$$f : F_\theta \to F_\theta$$

de la fibration p est appelé la *monodromie géométrique de* H *en* O.

L'automorphisme induit

$$h = f_* : H_n(F_\theta) \to H_n(F_\theta), \text{ coefficient } Z,$$

est appelé la *monodromie de* H *en* O.

Brieskorn demande si la monodromie h est d'ordre fini, donc s'il existe un entier $e > 0$ tel que $h^e = \text{Id}$?

Milnor demande si l'on peut réduire le groupe structural de la fibration p à un groupe compact?

En étudiant le cas des hypersurfaces complexes de $\mathbf{C}^2 (n=1)$, nous avons pu traiter ces questions. Dans ce cas S_ε est la sphère S^3 et L_ε est difféomorphe à une union d'exemplaires de S^1. Le nombre de composantes de L_ε est égal au nombre de facteurs d'une décomposition en facteurs analytiquement irréductibles dans $\mathbf{C}\{X, Y\}$ de $P(X, Y)$, si l'on suppose que les facteurs apparaissent avec la multiplicité 1.

Lorsque L_ε est connexe (donc $L_\varepsilon \subset S_\varepsilon = S^3$ est un nœud), nous donnons une description de la fibration de Milnor. Elle permet de calculer la monodromie des hypersurfaces $H = \{P(X, Y) = 0\} \subset \mathbf{C}^2$ en O lorsque $P(X, Y)$ est analytiquement irréductible et de constater que la monodromie est d'ordre fini dans ce cas.

Ce résultat de finitude a été obtenu auparavant par Lê Dũng Tráng [2]. Cette description permet aussi de démontrer que l'on ne peut pas réduire le groupe structural de la fibration de Milnor à un groupe compact, lorsque le nœud $L_\varepsilon \subset S_\varepsilon$ n'est pas un nœud torique; en effet, soit $(F_{\theta+}, \infty)$ le compactifié d'Alexandrov de F_θ pointé par ∞, et soit $f_+ : F_{\theta+} \to F_{\theta+}$ le prolongement continu de la monodromie géométrique f, alors l'automorphisme induit

$$(f_+)_\natural : \pi_1(F_{\theta+}, \infty) \to \pi_1(F_{\theta+}, \infty)$$

n'est pas d'ordre fini, lorsque le nœud $L_\varepsilon \subset S_\varepsilon$ n'est pas un nœud torique.

Nous étudions le polynôme non irréductible

$$P(x, y) = (x^3 + y^2)(x^2 + y^3).$$

L'hypersurface $H = \{P(x, y) = 0\} \subset \mathbf{C}^2$ présente en O une singularité isolée. Nous donnons une description de la fibration de Milnor de H en O. Elle permet de calculer la monodromie. Nous constatons que la monodromie n'est pas d'ordre fini.

Les détails apparaîtront aux Inventiones Mathematicae.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Lê Dũng Tráng, Thèse, Paris, 1971.

[2] J. Milnor, Singular points of Complex Hypersurfaces. *Ann. of Math. St.*, Princeton 1968.

Norbert A' Campo,
Université de Paris-Sud,
Centre d'Orsay,
91405-Orsay.