PRÉFACE

Les Journées X-UPS 1999 ont offert un panorama très large des problèmes considérés par la théorie du contrôle, présente dans de nombreuses applications. Les outils mathématiques développés par la théorie du contrôle peuvent être assez élémentaires tout en étant efficaces, tels le « critère de Kalman ». Certaines questions mettent toutefois en œuvre des outils d'analyse plus sophistiqués, notamment lorsqu'il s'agit de contrôler des systèmes multidimensionnels.

Ce volume présente les concepts essentiels de la théorie : contrôlabilité/commandabilité, stabilisation et platitude. Les textes de Philippe Martin & Pierre Rouchon, Jean-Michel Coron et Jean-Pierre Puel en établissent les bases mathématiques dans différents cadres, le premier texte contenant en outre de très nombreux exemples d'applications.

Pendant sa conférence, Pierre Rouchon a présenté plusieurs simulations sur ordinateur. Les programmes Matlab de ces simulations sont ajoutés en annexe à son texte en collaboration avec Philippe Martin.

L'organisation scientifique de ces journées a été complètement prise en charge par Jean-Michel Coron. Nous l'en remercions. Nous remercions aussi les conférenciers pour l'important travail qu'ils ont accepté de faire.

Nous tenons à remercier la direction de l'École polytechnique, et tout particulièrement la Direction des Études, pour l'aide matérielle importante qu'elles ont apportée à la préparation de ces journées et à la publication de ce volume. Nous remercions aussi le secrétariat du Centre de Mathématiques, notamment Claudine Harmide et Michèle Lavallette.

Nicole Berline et Claude Sabbah

vi PRÉFACE



Illustration de couverture : grue de l'US Navy. La photo représente un modèle réduit au 1/80° d'une grue de l'US Navy actionnée par quatre moteurs à courant continu munis de capteurs de position. Un pilote automatique a été réalisé permettant de générer des trajectoires très rapides arrêt-arrêt (sans oscillations à l'arrivée) et d'en assurer le suivi en ne mesurant que la position des moteurs. Des mesures de la position de la charge ou des angles des câbles, qui posent généralement de grosses difficultés en milieu non protégé, ne sont pas nécessaires. De telles performances sont aux limites de ce qu'un grutier expérimenté saurait réaliser manuellement. On trouvera plus d'informations dans les travaux de Jean Lévine ainsi que dans la thèse de son ancien étudiant B. Kiss (École des Mines de Paris, 2001).

INTRODUCTION

Les mécanismes de régulation sont largement répandus dans la nature. Ils sont présents chez les organismes vivants afin d'assurer le maintien de certaines variables essentielles, comme le taux de sucre, la température,... En ingénierie également les mécanismes d'asservissement ont une longue histoire. Au temps des romains, les niveaux d'eau dans les aqueducs étaient pilotés par un système complexe de vannes.

Les développements modernes ont débuté au XVII^e siècle avec les travaux du savant hollandais Huygens sur les horloges à pendules. Il était alors très important pour la marine de Louis XIV d'embarquer sur les bateaux des horloges les plus précises possible. La mesure du temps intervenait de façon cruciale dans les calculs de position. Huygens s'est ainsi intéressé à la régulation en vitesse des horloges. Les idées élaborées par Huygens et bien d'autres, comme le savant anglais Robert Hooke, furent utilisées dans la régulation en vitesse des moulins à vent. Une idée centrale fut alors d'utiliser un système mécanique à boules tournant autour d'un axe et dont la rotation était directement proportionnelle à celle du moulin. Plus les boules tournent vite et plus elles s'éloignent de l'axe. Elles actionnent ainsi les ailes du moulin, par un système de renvois ingénieux, de façon à réduire le couple dû au vent. En langage moderne, il s'agit d'un régulateur proportionnel.

La révolution industrielle vit l'adaptation par James Watt du régulateur à boules pour les machines à vapeur. Plus les boules tournent vite, plus elles ouvrent une soupape qui laisse s'échapper la vapeur. La pression de la chaudière baissant, la vitesse diminue. Le problème était alors de maintenir la vitesse de la machine constante malgré les variations de charge. Le mathématicien et astronome anglais Georges Airy fut le premier à tenter une analyse du régulateur à boules de Watt. Ce n'est qu'en 1868, que le physicien écossais James Clerk Maxwell publia une première analyse mathématique convaincante et expliqua ainsi certains comportement erratiques observés parmi les nombreux régulateurs en service à cet époque. Ses travaux furent le point de départ de nombreux autres sur la stabilité, sa caractérisation ayant été obtenue indépendamment par les mathématiciens A. Hurwitz et E.J. Routh.

Durant les années 1930, les recherches aux « Bell Telephone Laboratories » sur les amplificateurs sont à l'origine d'idées encore enseignées aujourd'hui. Citons par exemple les travaux de Nyquist et Bode caractérisant, à partir de la réponse fréquentielle en boucle ouverte, celle de la boucle fermée. Pendant la seconde guerre mondiale, ces techniques furent utilisées et très activement développées en particulier lors de la mise au point de batteries anti-aériennes. Le mathématicien Norbert Wiener a donné le nom de « cybernétique » à toutes ces techniques.

Tous ces développements se faisaient dans le cadre des systèmes linéaires avec une seule commande et une seule sortie : on disposait d'une mesure sous la forme d'un signal électrique. Cette dernière était alors entrée dans un amplificateur (un circuit électrique) qui restituait en sortie un autre signal électrique que l'on utilisait alors comme signal de contrôle. Ce n'est qu'après les années 1950 que les développements théoriques et technologiques (calculateurs numériques) permirent le traitement des systèmes multi-variables linéaires et non linéaires avec plusieurs entrées et plusieurs sorties. Citons comme contributions importantes dans les années 1960 celles de Richard Bellmann avec la programmation dynamique, celles de Rudolf

Kalman avec le filtrage et la commande linéaire quadratique et celles de L. Pontryagin avec la commande optimale.

Ces contributions continuent encore aujourd'hui à alimenter les recherches en théorie des systèmes. Les textes réunis dans ce volume en illustrent trois aspects :

- les liens entre commandabilité et stabilisation par feedback pour les systèmes non linéaires de dimension finie décrits par des équations différentielles ordinaires.
- les différentes notions de commandabilité pour les systèmes de dimension infinie décrits par des équations aux dérivées partielles de type chaleur ou onde.
- les systèmes différentiellement plats, une classe particulière de systèmes non linéaires de dimension finie pour lesquels la planification et le suivi de trajectoires admettent des solutions explicites.

Philippe Martin & Pierre Rouchon Jean-Michel Coron Jean-Pierre Puel



Le robot $2k\pi$ en action (cf. § 5.3.e dans le texte de Ph. Martin et P. Rouchon)