

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

B. P. ADHIKARI

Étude statistique du comportement des véhicules au carrefour

Revue de statistique appliquée, tome 3, n° 4 (1955), p. 61-69

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1955__3_4_61_0

© Société française de statistique, 1955, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ÉTUDE STATISTIQUE DU COMPORTEMENT DES VÉHICULES AU CARREFOUR ⁽¹⁾

par

B. P. ADHIKARI

Il n'est pas besoin d'insister sur l'actualité des problèmes de circulation urbaine ; c'est un sujet qui passionne les Parisiens et qui donne beaucoup de souci aux autorités chargées d'améliorer l'état de choses. La présente communication veut être une série d'informations sur ce qui a été fait dans divers pays, notamment aux Etats-Unis, sans aucune prétention de fournir de solutions aux problèmes actuels. Cette communication est nécessairement incomplète, et l'auteur compte sur les spécialistes pour apporter leurs suggestions et de nouvelles informations.

RAISONS POUR CHOISIR LE CARREFOUR COMME DOMAINE D'ÉTUDES

La simple raison c'est qu'au carrefour se présentent presque tous les phénomènes importants en ce qui concerne le trafic. L'analyse suivante le montre puisque pour avoir un tableau complet du carrefour il est nécessaire d'étudier :

(a) Les caractères du courant d'arrivée vers le carrefour, ce qui donne lieu à l'étude du volume du débit (c'est-à-dire le nombre des véhicules par heure), de l'espacement entre les véhicules successifs (en distance et en temps), de la vitesse et la composition des véhicules.

(b) Le changement produit par la signalisation en vigueur, ce qui conduit à l'étude de :

- décélération et accélération;
- retard des véhicules par le feu rouge

- (i) nombre de véhicules retardés,
- (ii) délai total et moyen engendré par le feu,
- (iii) délai à cause des virages vers la gauche.

- efficacité du régime de feu : voir si le cycle arrête et relâche tous les véhicules arrivant des deux directions transverses sans engendrer de retards excessifs.

(c) L'interaction de plusieurs courants de trafic sous des angles divers, ce qui conduit à l'étude des points suivants :

- le comportement des véhicules s'approchant des "points de collision" et des "points de décision", points où un véhicule décide, ou bien de laisser passer un véhicule transverse, ou bien de poursuivre son trajet droit;

(1) Séminaire de Recherche opérationnelle de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris - Exposé présenté le 23 Mars 1955.

- l'intervalle minimum de sécurité, c'est-à-dire temps et distance minimums pour qu'un véhicule traverse le trajet d'un autre véhicule;
- délai subi par le trafic principal
- études des règles de priorité (véhicules ou piétons).

Les distinctions que nous venons de présenter ne sont pas absolues; à un carrefour complexe peuvent se présenter tous les genres énumérés, comme par exemple à Paris, Place de l'Etoile. On y trouve :

- (i) débits continus sur les grandes avenues,
- (ii) signalisation à chaque avenue, avec un système de décalage établi entre les avenues successives,
- (iii) caractère de libre jeu des courants sur la place même.

Pour ne prendre le problème que dans sa forme la plus simple, nous allons examiner ici un carrefour simple, c'est-à-dire un carrefour où se croisent deux voies perpendiculaires. Il faut d'abord noter le point le plus important qui est le **caractère physique du carrefour**, ce qui est défini par l'angle entre les voies transverses, la visibilité de la voie transverse déterminée par l'angle et l'existence des bâtiments aux coins, etc... Ces questions sont du domaine de l'ingénieur de constructions et nous n'y insisterons pas, sauf pour donner un exemple d'une construction où le véhicule traversant le courant majeur est obligé de faire un "tissage" (weaving) :

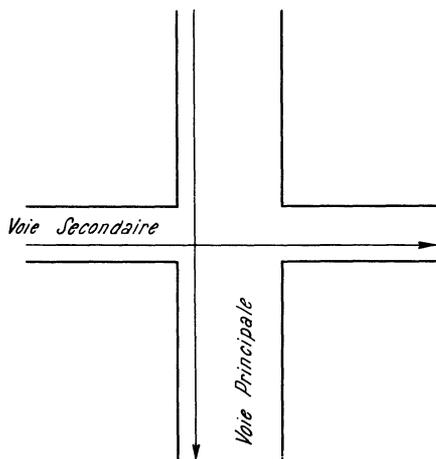


Fig. 1-a

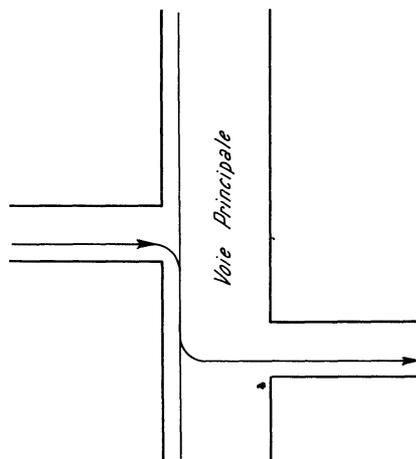


Fig. 1-b

Comme le "tissage" produit moins d'inconvénient au trafic majeur que le "filage" comme en fig. 1(a), un petit déplacement des deux parties de la voie secondaire au moment de construction permet un trafic plus régulier.

Après ce petit exemple nous allons étudier en détail la **Nature du trafic et de la signalisation pour un carrefour simple à caractère physique donné.**

Pour l'étude du trafic aux carrefours, l'enregistrement photographique donne un moyen d'observation sans erreur d'opérateur. On fixe sur un haut bâtiment du coin un appareil cinématographique pointé sur le carrefour. La transformation en chiffres se fait au laboratoire à partir de la projection du film sur un écran où la mesure de distance peut se faire à l'aide d'une grille adéquate.

Un autre moyen d'enregistrement est constitué par des bandes enregistreuses liées à un clavier manipulé par un opérateur. Le nombre d'aiguilles de l'enregistreur dépend de la classification voulue.

Nous allons diviser l'étude des carrefours en deux parties : celle des carrefours simples avec signalisation, et celle des carrefours "libres", c'est-à-dire des carrefours sans signalisation et où interviennent seulement le comportement des conducteurs et la nature du trafic amené par les voies transverses.

Carrefour simple avec signalisation

Pour voir comment la signalisation réduit au début la possibilité de collision, nous considérons l'état d'un carrefour sans et avec signalisation (fig. 2(a) et 2(b)). Les points de collision possible, c'est-à-dire les points où s'entrecroisent plusieurs trajets des véhicules, sont au nombre de 16 dans le cas le plus simple (fig. 2a). L'installation d'une signalisation qui empêche le mouvement transverse simultané, réduit ce nombre à 2.

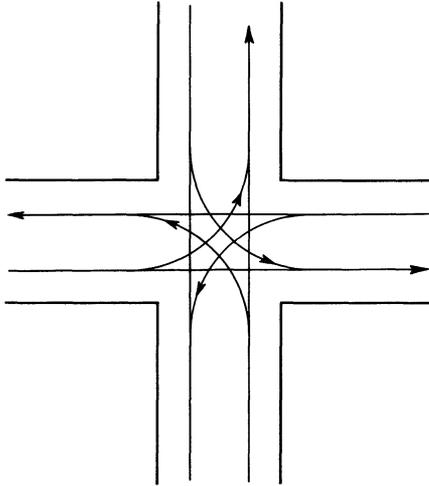


Fig. 2a

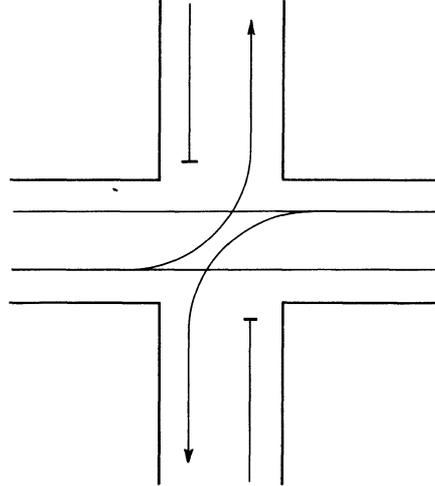


Fig. 2b

Pour un carrefour à plusieurs voies, le nombre des points de collision augmente rapidement et il y aurait intérêt à étudier les effets des signalisations et des consignes de parcours d'un point de vue topologique.

Les problèmes principaux que nous allons aborder ici pour un carrefour simple avec signalisation sont les suivants :

- 1) Pour une durée donnée de feu rouge, déterminer :
 - (a) la distribution des nombres de véhicules retardés;
 - (b) délai total et délai moyen.
- 2) Comment déterminer le cycle de feux (leur longueur totale et leur répartition en rouge et en vert) pour utiliser la capacité maximum des voies transverses; étudier également l'efficacité d'un cycle donné.

Nous allons prendre ces problèmes un par un.

1a) Nombre des véhicules retardés

V = volume en nombre de véhicules par heure

λ = volume par seconde (= $V/3600$)

R = durée du feu rouge

Supposons que le courant suive la loi de Poisson, c'est-à-dire que la probabilité $P_r (\lambda t)$ qu'il y ait (r) véhicules dans un intervalle de (t) secondes soit donnée par la formule :

$$P_r (\lambda t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^r}{r !}$$

On sait que l'on peut déduire cette loi de l'hypothèse que les arrivées des véhicules successifs soient indépendantes les unes des autres. Pour un trafic urbain où les véhicules se succèdent à faibles distances, cette hypothèse n'est plus vala-

ble, on ne peut donc donner de justification théorique à l'adoption de la loi de Poisson. Il se trouve, néanmoins, que cette loi décrit d'assez près les pointages empiriques de la distribution du nombre r . Du moins, on peut accepter cette loi avec réserve et, en attendant une description plus fidèle des phénomènes, on arrive à faire des calculs utiles et intéressants.

Revenons à notre problème. La formule habituelle que l'on prend pour calculer le nombre moyen des véhicules retardés est le produit λR du volume λ par la durée R du feu rouge. Mais il se produit un allongement virtuel de cette durée à cause de l'inertie de démarrage des véhicules et de l'espacement minimum entre les véhicules. Soit alors :

e = espacement (en secondes) moyen entre deux véhicules successifs;

t_0 = temps de démarrage pour le premier véhicule en file quand le feu rouge s'éteint;

$t_0 = t_0 + e$;

t_k = l'intervalle typique entre l'entrée du k ème véhicule en file et celle du $(k+1)$ ème dans le carrefour, $k = 1, 2, \dots$

Tous ces éléments, e , t_0 , t_k doivent être établis à partir des observations faites sur le trafic particulier qui passe habituellement au carrefour donné. L'élément e se mesure par pointage des intervalles successifs d'un libre débit. Il y a une distribution de e pour chaque vitesse de véhicule et nous devons prendre ici le e moyen à la vitesse moyenne d'entrée dans le carrefour du deuxième véhicule en file. En ce qui concerne t_0 , c'est une somme du "temps de réaction" du conducteur quand il a vu le feu vert et le temps de réaction du véhicule pour démarrer. Les services de la police de la circulation possèdent généralement des observations très analytiques de cet élément. La quantité t_k se détermine à partir des observations à l'entrée même du carrefour. A chaque fin du feu rouge on mesure les intervalles successifs des entrées des véhicules dans les carrefours. On trouve ainsi une distribution de t_k pour chaque k . La valeur typique que l'on adopte est généralement la médiane par chaque k .

Ces éléments ainsi obtenus, on voit facilement que la durée effective R_n de feu rouge pour le n ème véhicule en file est :

$$R_n = R + \sum_{k=1}^{n-1} t_k ; \quad R_1 = R$$

Cette formule est illustrée par la (fig.3) où sont montrés dans un schéma simpliste les trajets des véhicules successifs en file à partir de la fin du feu rouge.

Quand on a établi les durées effectives du feu rouge, on peut calculer les probabilités que soient retardés un, deux, ... véhicules, en supposant un débit selon la loi de Poisson mentionnée plus haut.

Or, un calcul combinatoire simple montre que ces probabilités sont les suivantes :

Probabilité qu'un seul véhicule soit retardé

$$= \lambda R e^{-\lambda R} \cdot e^{-\lambda t_0}$$

Probabilité que 2 véhicules soient retardés

$$= e^{-\lambda t_0} \left[\frac{(\lambda R)^2}{2} e^{-\lambda R} + \lambda R e^{-\lambda R} \cdot \lambda t_0 e^{-\lambda t_0} \right]$$

et ainsi de suite.

Comme les possibilités combinatoires d'avoir un certain nombre de véhicules avec une certaine configuration augmentent très rapidement, ces formules deviennent peu maniables au-dessus de trois véhicules. Il serait intéressant de voir si les formules de M. Pollaczek ne peuvent être adoptées au présent cas. Citons également la communication faite par M. Pilé ici même sur un cas plus simple,

celui d'atterrissage des avions avec un temps de service constant. Il paraît possible d'étendre les formules aux cas où le temps de service serait variable.

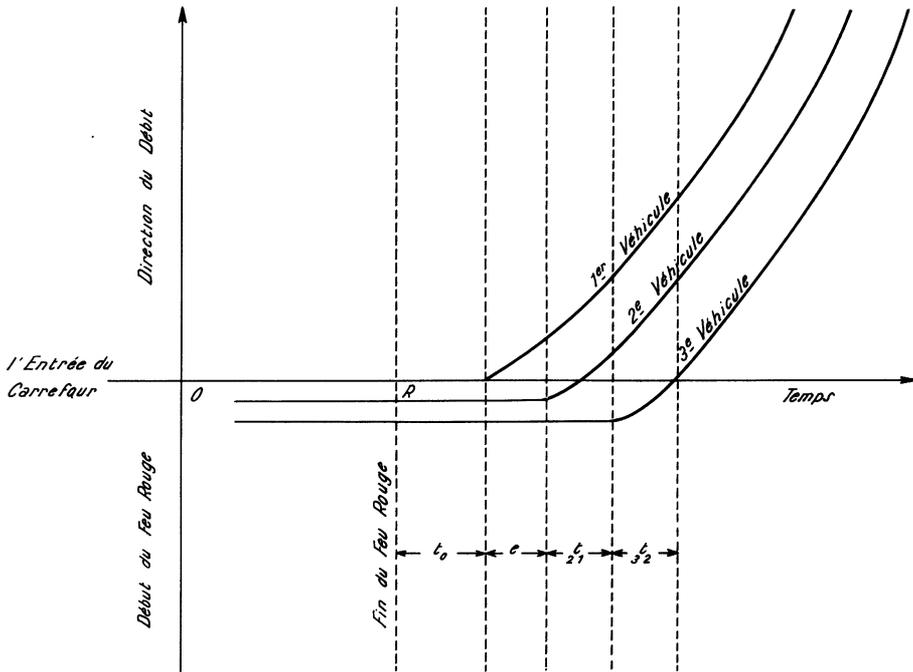


Fig. 3

Dans la situation où nous sommes et faute de formules exactes et élégantes, il existe une méthode graphique qui nous permet d'obtenir le nombre moyen des véhicules retardés, sans recours à la distribution de probabilité.

Pour le faire on établit un graphique de la période de blocage supplémentaire (c'est-à-dire des $k t_{k-1}$), comme fonction du nombre des véhicules retardés.

Ce graphique a l'allure de la figure 4.

Le calcul se fait d'après le tableau suivant :

	Durée effective du feu rouge	N° moyen des véhicules retardés	Période de blocage supplémentaire	(lu dans le graphique)
1° approx.	R	$n_0 = \lambda R$	x_0	
2° approx.	$R_1 = R + x_0$	$n_1 = \lambda R_1$	x_1	
3° "	$R_2 = R + x_1$	$n_2 = \lambda R_2$		
....		

On arrête le processus quand deux valeurs successives λR_i et λR_{i+1} sont égales.

1b) Calcul du délai

A partir de la loi de Poisson et des données des nombres $k t_{k+1}$, on peut trouver les formules exactes pour les délais moyens des véhicules successifs. Ainsi, pour le premier véhicule, soit x l'instant de son arrivée, mesurant le temps à partir du début du feu rouge. Le délai subi par ce véhicule sera alors $(R - x + t_0)$ secondes. La probabilité que ce véhicule soit le premier est le produit de la probabilité qu'aucun véhicule n'arrive entre 0 et x par la probabilité qu'aucun véhicule n'arrive entre x et $x + dx$.

Probabilité qu'aucun véhicule n'arrive entre x et $x + dx$

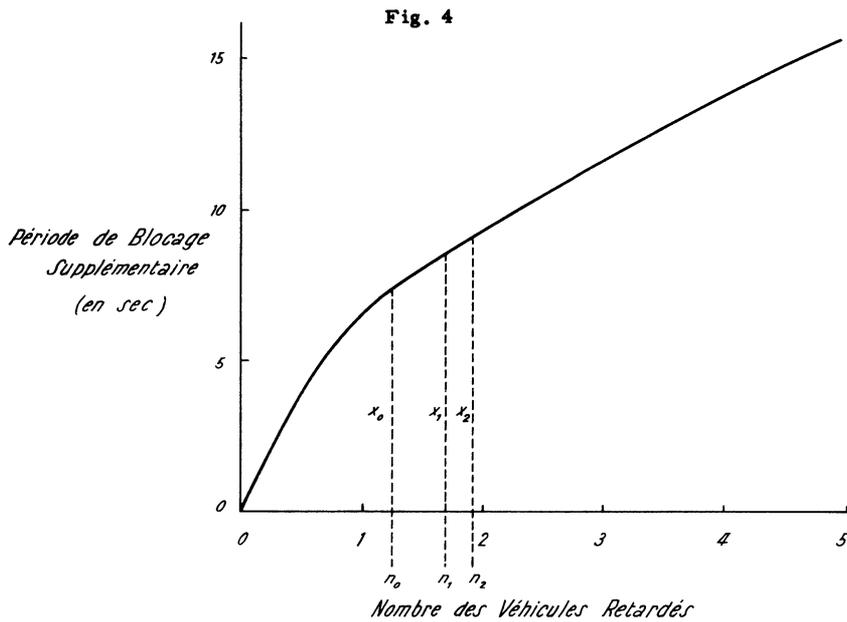
Soit : $e^{-\lambda x} \cdot \lambda dx$,

comme on le voit facilement. Le délai moyen est alors la somme sur tout l'intervalle $(0, R)$:

$$\int_0^R (R - x + t_0) e^{-\lambda x} \cdot \lambda dx$$

$$= (R + t_0) - \frac{1}{\lambda} + \left[\frac{1}{\lambda} - t_0 \right] e^{-\lambda R}$$

A cette expression doit s'ajouter la perte de temps due à l'accélération qui est nécessaire pour atteindre la vitesse initiale du véhicule.



Si l'on fait des calculs semblables pour les véhicules qui succèdent, on arrive à obtenir le délai total engendré par un système de feux, en tenant compte du nombre de véhicules retardés dont nous avons montré le calcul dans la partie précédente. Mais, dès le deuxième véhicule, on tombe sur des formules très complexes, ce qui nous amène à des méthodes approximatives.

Il existe deux méthodes simples, sous deux hypothèses différentes :

1) Espacement uniforme en temps : On suppose que la file de véhicules soit uniformément répartie en temps, c'est-à-dire que l'espacement (en temps) entre les véhicules successifs est partout égal à $1/\lambda$. Avec cette hypothèse, il est facile de voir que si

t_i = temps (en secondes) d'arrivée du deuxième véhicule dans le carrefour à partir du changement du feu en rouge ;

R_i = durée effective du feu rouge pour le i ème véhicule ;

x = nombre de véhicules retardés calculé par la méthode 1 - (a) ci-dessus ;

n = entier tel que $n < x < n + 1$;

l_i = délai d'accélération pour le i ème véhicule ; le délai total pour un cycle de feux donné sera donc :

$$\sum_{i=1}^n \left[t_i - \left(i - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{\lambda} \right] + (x - n) \left[t_{n+1} - \frac{1}{2} \left(\frac{n}{\lambda} + R_{n+1} \right) \right] + \sum_{i=1}^n l_i$$

(ii) Les véhicules arrivent au milieu de leur période de blocage effectif : On suppose que le ième véhicule arrive à $R_i/2$ secondes du début du feu rouge, en se référant toujours à la terminologie de 1-(a). Comme son départ est à $(R_i - e + t_{i-1})$ secondes, le délai qu'il subit s'exprime par la formule

$$(R_i - e + t_{i-1}) - \frac{R_i}{2} + l_i$$

La somme de ces quantités pour tous les véhicules retardés donne le délai total.

(Pour discussion de ces deux méthodes, avec des exemples, voir réf. 11 de la bibliographie).

2) Détermination de la longueur et de la répartition d'un cycle de feux :

Prenons, par exemple, la première méthode de calcul du délai. Si l'on prend, au lieu de x , l'entier n le plus proche, la formule du délai total peut s'écrire comme suit :

$$T = \sum_{i=1}^n \left[R - \frac{1}{2\lambda} (2i - 1) + \sum_{k=1}^i t_{k-1} \right] = nR - \frac{n^2}{2\lambda} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^i t_{k-1} + \sum_{i=1}^n l_i$$

Pour un R donné, la valeur de n qui porte T à son maximum est donnée par une formule du type suivant :

$$n = \frac{R + \alpha}{\frac{1}{\lambda} - \beta}$$

où : α est une fonction de perte de temps cumulée à cause du démarrage et de l'accélération,

β est une somme des intervalles entre les entrées successives dans le carrefour.

On voit que :

$$R = n \left(\frac{1}{\lambda} - \beta \right) - \alpha$$

Pour une longueur C de cycle, le nombre moyen de véhicules qui arrivent est λC . S'il y a deux voies transversales avec une signalisation à cycle de longueur totale C répartie en durées R_1 et R_2 de feux rouges correspondant aux deux voies, on a alors

$$C(1 - \lambda_2 \beta_2) - \alpha_2 = R_2 = C - R_1 = C - C(1 - \lambda_1 \beta_1) + \alpha_1 = C(\lambda_1 \beta_1) + \alpha_1$$

donc

$$C = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{1 - \lambda_1 \beta_1 - \alpha_2 \beta_2}$$

et

$$R_i = C(1 - \lambda_i \beta_i) - \alpha_i, \quad i = 1, 2,$$

où les α_i , β_i ($i = 1, 2$) sont les quantités qui caractérisent le trafic sur la voie i .

Pour discussion, avec exemples de cette méthode, voir réf. 16 dans la bibliographie.

Nous allons ajouter ici une bibliographie, en grande partie américaine, sur les questions que nous venons de traiter, ainsi que sur les autres, mentionnées au début, et qui n'ont pu être abordées dans cette étude.

BIBLIOGRAPHIE

1. ADAMS, W.M. : Road traffic considered as a random series, journal of Inst. of Civil Engineers, London, Nov., 1936, paper n° 5073.
2. BOWERS, D.A. : Progressive timing for traffic signals, Proceedings, Inst. of traffic Engineers, Strathcona Hall, New Haven 11, Connecticut, U.S.A., 1947; pp. 93-100.
3. BRUENING, M.E. : How are progressive signals timed ? op. cit. 1940; pp. 79-91.
4. BRUENING, M.E. : Traffic control signals, op. cit. 1952; pp. 20-22.
5. MOSKOWITZ, K. : Waiting for a gap in a traffic stream, 33 rd. annual meeting, Highway research board, 1954, of California division of Highways.
6. CORDER, L. : Means of evaluating intersection improvement, Abstracts of Highway research board, 2101, Constitution Avenue, Washington 25.D.C. Mars 1948, Vol. 18, n°3; pp. 15-22.
7. The Eno foundation for highway Traffic Control, I,c. : Turn controls in urban traffic, brochure publiée par ladite fondation; Saugatuck, Connecticut 1951.
8. FORBES, T.W. : Speed, headway, and volume relationships on a freeway, Proc. Inst. Traffic Engr., 1951; pp. 103-126.
9. FORBES, T.W. : Statistical techniques in the field of traffic engineering and traffic research, 2° symposium on mathematical statistics and probability, 1950, Institute of transportation and traffic engineering, University of California, Los Angeles.
10. GREENSHIELDS, B.D. and Weida, F.M. Statistics with applications to highway analysis. The Eno foundation. Saugatuck, Connecticut, 1952.
11. GREENSHIELDS, B.D., Schapiro, D and Ericksen, E.L : Traffic performance at urban street intersections, Yale Bureau of highway traffic, Yale University, Strathcona Hall, New Haven 11, Connecticut, technical report n°1, 1947.
12. Highway Research Board : Highway capacity manual, Department of traffic and operations, U.S. Government printing office, Washington 25. D.C. 1950.
13. HURD, Fred W. : These traffic factors are involved in intersection design, Traffic Quarterly, juillet 1953, The Eno foundation, Inc.
14. LEWIS, T.D. : The applications of operations research to problems in traffic engineering. Proc. Inst. Traffic. Engr. 1952.

15. MAIER, E. : Traffic improvements through traffic controls, Proc. Inst. Traffic Engr. 1948.
16. MATSON, T.M. and Mc GRATH, W.R. : Cycle length and signal delay, Traffic Quarterly, Avril 1954.
17. MATSON, T.M. and WILLIAMS, L : Elements of intersection redesign, Yale traffic bureau series n°3, Yale bureau of highway traffic.
18. MURPHY, C.J. : Development of a signal timing plan for a network of signal systems, Proc. Inst. Traffic Engr. 1948.
19. PETTERMAN J.L. : Timing progressive signal systems, Traffic engineering, vol. XVII 1947, Nos 5 et 6.
20. PIPES, L.A. : An operational analysis of traffic dynamics, Journal of Applied Physics, Vol. 24, n°3, mars 1953.
21. RAFF, M.S. : Space-time relationships at "stop" intersections, Proc. Inst. Traffic, Engr. 1949.
22. RAFF, M.S. : The distribution of blocks in an uncongested stream of automobile traffic, journal of the American Statistical Association, Mars 1951, vol. 46.
23. ROBINSON, C.C. : Pedestrian interval acceptance, Proc. Inst. Traffic Engrs. 1951.
24. TANNER, J.C. : A problem of interference between queues, Biometrika, vol. 40, parts 1 and 2, 1953, England.
25. WATERS, C.R. : Traffic signals that think, Traffic Engineering, vol. XVIII, N° 11, août 1953.
26. WYNN, F.H., GOURLAY, S.M. and strickland, R.I. : Studies of weaving and merging traffic, Yale Bureau of Highway Traffic Technical paper n° 4, 1948.