

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

L. DOR

D'une étude statistique de la limite élastique des aciers A 37 et A 42

Revue de statistique appliquée, tome 3, n° 1 (1955), p. 21-34

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1955__3_1_21_0

© Société française de statistique, 1955, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

D'UNE ÉTUDE STATISTIQUE DE LA LIMITE ÉLASTIQUE DES ACIERS A 37 ET A 42

par

L. DOR

*Docteur en Sciences Mathématiques
Adjoint à la Direction Générale de la S. A. John Cockerill*

Le 18 décembre 1953, s'est tenue à Bruxelles, sous la présidence de M. Wurth, directeur général adjoint de la S. A. John Cockerill, une conférence d'information sur les résultats obtenus, à l'époque, sur les caractéristiques mécaniques des aciers A 37 et A 42, par la Commission pour l'Etude de la Construction Métallique (C.E.C.M.), instituée en Belgique sous les auspices du Centre National de Recherches Métallurgiques et du Centre de Recherches Scientifiques et Techniques de l'Industrie des Fabrications Métalliques.

Les exposés donnés à cette occasion ont été présentés, au nom des sidérurgistes, par M. H. Herbiet, ingénieur A.I.Lg, chef du laboratoire de la métallurgie de la S. A. John Cockerill; au nom des constructeurs, par M. F. Hebrant, ingénieur A.I.Lg, directeur technique de la C.E.C.M., et enfin par nous-même, pour la description statistique des résultats. C'est à cet aspect statistique de l'étude que nous nous bornerons essentiellement dans les lignes qui vont suivre, nous limitant à esquisser rapidement des aspects métallurgiques du problème. La revue « L'Ossature Métallique » a d'ailleurs publié, in extenso (1), le texte des trois conférences, et nous a encore autorisé à reprendre ici quelques résultats déjà présentés par elle. Nous tenons à en remercier la direction de « L'Ossature Métallique », ainsi que nos collègues. MM. Hebrant et Herbiet. Ceux-ci ont encore bien voulu améliorer certains passages du texte ici présenté. Nous leur en exprimons notre vive reconnaissance.

1 - POSITION DU PROBLÈME

La position du problème à été excellemment définie par M. Hebrant, qui déclare (2) :

"En examinant un grand nombre de résultats d'essais de réception, on a pu constater que les valeurs obtenues pour la limite élastique des aciers de construction, A 37 et A 42 par exemple, étaient souvent supérieures à celles prescrites par les normes de qualité. Il n'y avait là somme toute rien d'étonnant puisque ces normes imposent des minima ; mais les valeurs élevées se présentaient avec des fréquences telles qu'à première vue et, en l'absence d'interprétation statistique, on pouvait légitimement penser que ces minima étaient fixés arbitrairement à un niveau trop bas. On conçoit l'espoir que fit naître cette présomption, puisqu'un relèvement éventuel de ces minima devait entraîner ipso facto celui des tensions admissibles ; ces dernières étant, en effet, uniquement fonction de la limite élastique des aciers." C'était aussi sur des essais de réception, à savoir 4 232 réceptions d'acier St 37, que portait l'enquête menée de 1949 à 1952 par les Chemins de fer fédéraux allemands (3). Cette enquête, du type "Grosszahlforschung" cher aux statisticiens allemands de l'entre deux guerres, contient en outre quelques lacunes graves, notamment celle d'identifier l'échantillon réceptionné avec la population avant réception, c'est-à-dire que l'étude allemande portant sur des essais de réception destinés à la Deutsche Reichsbahn, on peut être assuré qu'il ne s'agit pas là d'une production courante, mais bien d'une production de qualité répondant à un cahier de charges déterminé. Il n'est donc pas permis d'étendre les conclusions de cette étude à toute la

Production d'acier A 37, mais uniquement à l'acier A 37 destiné à la Deutsche Reichsbahn. Comme on le voit, il s'agit bien d'une fabrication sélectionnée destinée à un client déterminé. Une étude française antérieure (4) portait sur 10 000 éprouvettes d'aciers utilisés par divers constructeurs. Toutefois ces éprouvettes avaient été cassées dans des conditions assez idéales : sur une seule et même machine.

Les conditions industrielles ayant été réduites dans la mesure du possible, la signification pratique des valeurs obtenues l'était en conséquence.

La C.E.C.M. a voulu éviter ces deux façons de procéder. D'abord, elle a traité des aciers répondant aux spécifications données, mais non soumis aux essais de réception, bref tels que le producteur s'efforce de les réaliser, mais non tels que le consommateur les emploie en fait, c'est-à-dire que dans nos essais, nous avons pris en considération tous les résultats trouvés sur les aciers des nuances 37 et 42, qu'ils satisfassent ou non à des cahiers de charges déterminés. La seule chose, qui comptait pour appartenir à la population étudiée, était que le producteur ait élaboré son acier pour la nuance 37 ou pour la nuance 42.

Ensuite les essais ont été réalisés dans les 10 usines participant à la recherche.

Ajoutons de suite que la C.E.C.M. s'est préoccupée, avec beaucoup de soin, d'uniformiser l'exécution des essais dans ces 10 usines, par la rédaction de normes détaillées concernant l'usinage des éprouvettes et l'exécution des essais. Une commission de contact veilla à leur application.

La C.E.C.M. a également enrichi ses résultats de deux catégories de données ; celles des éprouvettes-étalons et des éprouvettes de contrôle.

Toutes les 20 éprouvettes prélevées dans chaque usine, deux éprouvettes adjacentes furent prises, dont l'une fut cassée au laboratoire de l'usine et l'autre, appelée épreuve de contrôle, le fut au laboratoire d'Essais des Matériaux du Professeur Massonnet de l'Université de Liège.

Quant aux épreuves-étalons, il s'agit d'éprouvettes obtenues à partir de barres de 30 mm de diamètre, en acier A 37, provenant d'un même lingot d'acier électrique calmé et ayant subi un recuit d'homogénéisation dans un même four. Ces barres furent débitées en éprouvettes de traction, numérotées de 1 à 122. Les numéros pairs furent cassés au Laboratoire du Professeur Massonnet, les numéros impairs furent mis à la disposition des usines, qui devaient les casser après chaque cinquantième essai.

Ces deux types d'éprouvettes ont permis de jeter un pont entre l'essai industriel et l'essai du laboratoire.

Enfin, l'étude statistique des 5 792 fiches d'essais fut d'abord préparée par celle des 2 062 fiches rentrées fin août 1952.

Cette étude préliminaire conduisit surtout aux choix de la limite d'élasticité apparente inférieure comme caractéristique de base de l'étude.

2 - CHOIX DE LA LIMITE D'ÉLASTICITÉ R_{e1}

La valeur réelle de la limite élastique d'un acier dépend de plusieurs facteurs métallurgiques allant de la composition chimique de l'acier, jusqu'aux conditions d'élaboration, de laminage et de planage du produit.

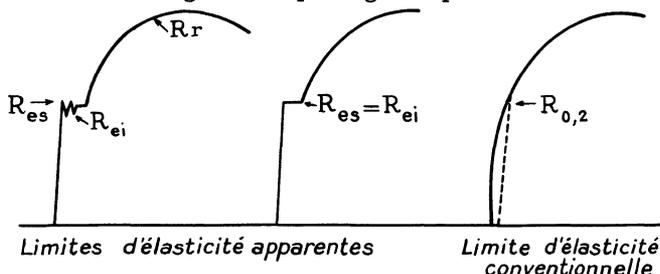


Figure 1. Diagramme "Charge-déformation"

Cette valeur réelle est non seulement sujette aux erreurs d'échantillonnage et erreurs de mesure, mais en outre son expression est controversée. En effet, le diagramme Charge/Déformation, relevé suivant normes de l'Institut Belge de Normalisation, et au moyen de l'extensomètre Amsler, fixé sur l'éprouvette même, peut prendre les formes suivantes :

où R_{ei} est la limite d'élasticité apparente inférieure,
 R_{es} est la limite d'élasticité apparente supérieures,
 $R_{0,2}$ une limite d'élasticité conventionnelle à 0,2 %
 que l'on adopte quand les deux autres n'apparaissent pas
 R_Y la résistance à la traction.

Signalons de suite que la limite conventionnelle $R_{0,2}$ a très peu joué dans les cas examinés, étant donné que les aciers traités étaient de nature douce.

Un résultat important de l'étude préliminaire fut de faire porter le choix sur R_{ei} plutôt que sur R_{es} , cependant plus couramment employé.

Ce choix résulte simplement de l'importance relative de la dispersion qui frappe ces deux caractéristiques. En effet, sur les éprouvettes-étalons obtenues à partir des barres homogénéisées, on a relevé les valeurs des tableaux I et II, où n est le nombre d'observations.

m est la moyenne calculée.

S est l'écart-type calculé.

Les valeurs indiquées aux dernières lignes, sous la rubrique "Total" se rapportent à l'ensemble des échantillons soit traités en usine, soit au Laboratoire du Professeur Massonnet. Dans le cas du total, on a calculé 2 écarts-types :

un s_{global} et un $s_{moyen d'usine}$

Le premier est obtenu sur l'ensemble considéré comme un tout. Il contient une partie due aux écarts entre les moyennes d'échantillons.

Le second élimine cette partie. C'est l'écart-type moyen d'usine. Signalons encore que la normalité de l'ensemble des résultats laboratoire est satisfaisante en R_{ei} et R_{es} , suivant le test graphique de normalité (ou droite de Henry).

Les dernières colonnes des tableaux I et II indiquent si les écarts observés sur m (et sur s) peuvent être considérés comme significatifs ou non avec la convention :

NS = non significatif si la probabilité qu'un tel écart est dû au hasard est... $Pr > 10\%$

S = assez significatif si la probabilité qu'un tel écart est dû au hasard est... $5\% < Pr < 10\%$

SS = significatif si la probabilité qu'un tel écart est dû au hasard est... $1\% < Pr < 5\%$

SSS = très significatif si la probabilité qu'un tel écart est dû au hasard est... $Pr < 1\%$

Les tests de signification, ici employés, étant le test en t pour les moyennes m , et le test en F pour les écarts-types s . On a pu conclure que l'ensemble des résultats obtenus au laboratoire Massonnet pouvait être considéré comme normal et homogène en R_{ei} et R_{es} . Les éprouvettes-étalons peuvent donc être tenues comme constituant une seule population (c'est-à-dire homogène) obtenue au hasard (c'est-à-dire normale).

Sur cette population, la précision de R_{ei} est plus grande que celle de R_{es} , l'écart-type étant 0,47 contre 0,82

En usine, on retrouve 1,06 contre 1,36.

La plus faible dispersion obtenue au laboratoire Massonnet résulte en particulier de la qualité de la machine employée pour l'essai.

La non-homogénéité des résultats usine et laboratoire n'est cependant pas générale. Il y a même des concordances remarquables (usine 0 en R_{ei} et 3 en R_{es}). On peut de toute façon conclure, par ces éprouvettes-étalons, que R_{ei} est moins sujet à dispersion que R_{es} .

Il est donc plus rationnel de représenter la limite élastique par R_{ei} que par R_{es} , malgré l'habitude antérieure. Rappelons que l'étude allemande était menée sur R_{es} .

Des raisons techniques (5) militent encore en faveur du choix de R_{ei} . C'est donc sur R_{ei} que la C.E.C.M. décida de mener la recherche. Notons toutefois que si le caractère moins dispersé de R_{ei} s'est retrouvé sur la plupart des échantillons, ce fut souvent de façon moins nette, car l'hétérogénéité des matériaux entraîne une dispersion beaucoup plus importante que celle due aux appareils de mesure.

Cependant, si nous comparons les résultats R_{ei} et R_{es} du laboratoire Massonnet sur les éprouvettes de contrôle, nous obtenons, pour les 252 observations réalisées :

en R_{es}	m = 28,28	s = 3,03
en R_{ei}	m = 27,75	s = 2,99

Tableau I
ÉPROUVETTES-ÉTALONS
CARACTÉRISTIQUES DE R_{ei}

Indice	Usine			Laboratoire			Significat. des différences des	
	n	m	s	n	m	s	m	s
0	22	24,18	0,47	27	24,27	0,46	N.S.	N.S.
1	14	25,79	1,17	16	24,34	0,53	S.S.S.	S.S.S.
2	15	25,25	1,09	15	24,37	0,44	S.S.S.	S.S.S.
3	16	25,14	1,16	16	24,36	0,30	S.S.	S.S.S.
4	8	24,88	0,57	12	24,21	0,63	S.S.	N.S.
5	7	24,91	1,35	8	24,44	0,57	N.S.	S.S.
6	7	24,79	1,53	8	24,16	0,57	N.S.	S.S.S.
7	4	24,78	0,99	4	24,10	0,41	N.S.	S.
8	2	23,75	1,49	3	24,80	0,36	N.S.	S.
9	9	23,67	1,22	12	24,24	0,36	N.S.	S.S.S.
Total Moyennes globales moyennes d'usine	104	24,81	1,19 1,06	121	24,31	0,47 0,47	S.S.S.	S.S.S. S.S.S.

Les répartitions satisfaisant au test de normalité, on peut déduire qu'en moyenne R_{es} est assez significativement supérieur à R_{ei} (au niveau S), mais la différence constatée ici, sur les écarts-types, ne suffirait pas à choisir R_{ei}

plutôt que R_{es} . On voit, de ce fait, l'incidence de l'hétérogénéité des matériaux sur la limite d'élasticité.

Notons encore que les résultats d'usine, tant en R_{ei} qu'en R_{es} ne diffèrent pas significativement des résultats du laboratoire Massonnet, tant en moyenne qu'en écart-type.

Ceci montre à suffisance l'importance de l'expérience des éprouvettes-étalons, laquelle est à la base du choix de R_{ei} .

Tableau II
ÉPROUVETTES-ÉTALONS
CARACTÉRISTIQUES DE R_{es}

Indice	Usine			Laboratoire			Significat. des différences des	
	n	m	s	n	m	s	m	s
0	26	28,31	1,51	27	25,24	1,17	S.S.S.	N.S.
1	14	26,44	1,22	17	25,17	0,58	S.S.S.	S.S.S.
2	16	26,22	0,91	15	24,91	0,50	S.S.S.	S.S.
3	16	25,31	1,05	16	25,08	0,83	N.S.	N.S.
4	10	26,06	0,53	12	24,80	0,46	S.S.S.	N.S.
5	7	27,01	1,97	8	24,74	0,64	S.S.S.	S.S.S.
6	7	26,21	1,69	8	24,70	0,48	S.S.	S.S.S.
7	4	25,45	0,93	4	24,58	0,22	N.S.	S.S.
8	2	24,15	1,48	3	25,23	0,67	N.S.	N.S.
9	9	25,39	2,06	12	25,24	1,20	N.S.	S.S.
Total	111	26,51	1,72	122	25,04	0,83	S.S.S.	S.S.S.
Moyenne s global			1,36			0,82		S.S.S.
Moyenne s moyen d'usine								S.S.S.

3 - DROITES DE HENRY EN ÉVENTAIL

Le choix de R_{ei} effectué, l'étude de son déterminisme se réduit assez simplement à la description de ses répartitions en fonction de quelques variables qualitatives retenues :

nuance des aciers :	A 37 ou A 42
procédé d'élaboration :	Thomas ou Martin
nature du produit :	Profilés, larges plats ou tôles fortes
classe d'épaisseur :	$E \leq 12$
	$12 < E \leq 16$
	$16 < E$

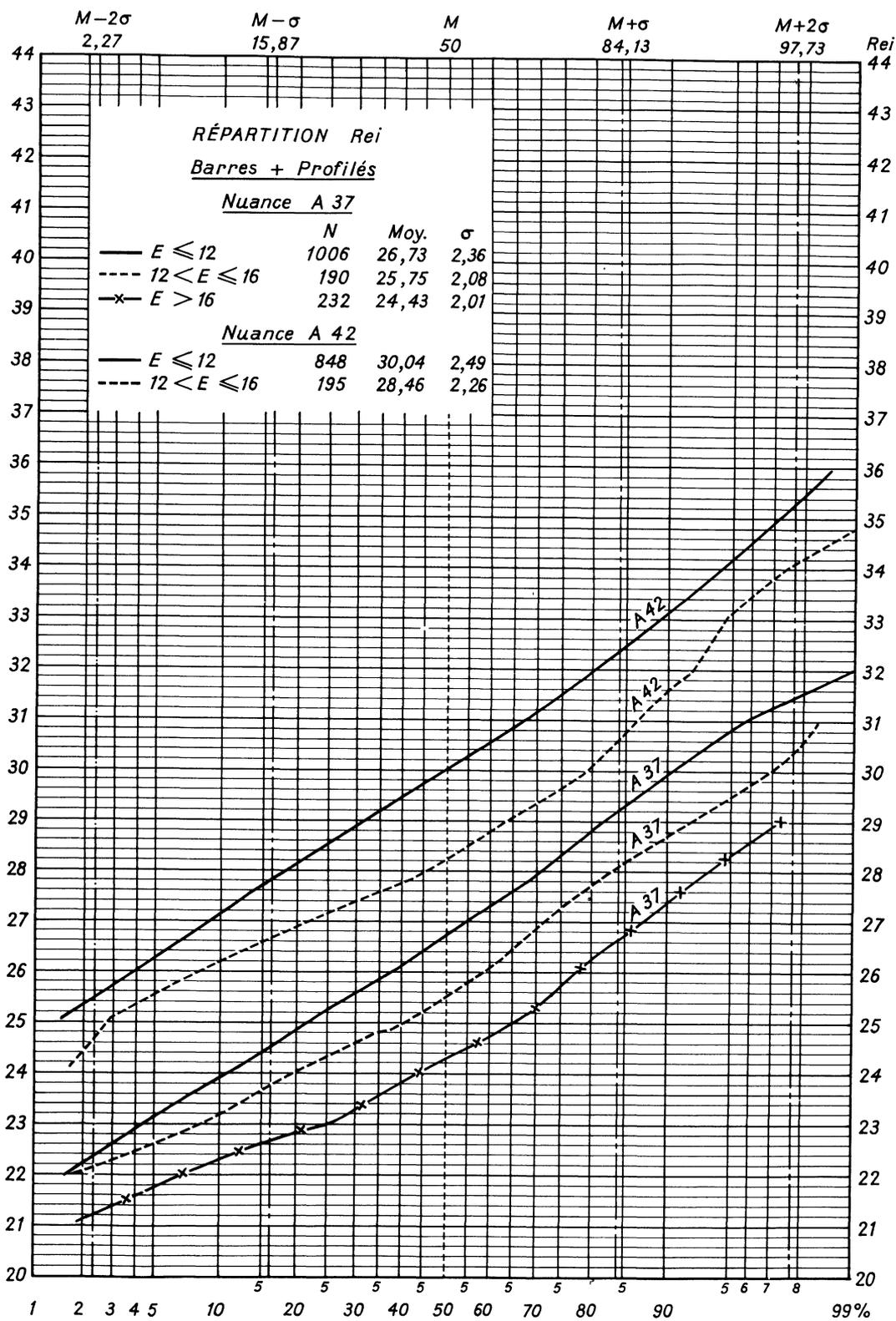


Figure II - Test de Normalité

C'est à l'aide de la technique du test graphique de normalité, c'est-à-dire de la transformée galtonienne donnant la droite de Henry en cas de répartition normale que furent illustrées les diverses répartitions possibles.

Cette technique offre divers avantages (6). Dans le cas actuel, en plus de tester la normalité de l'échantillon, elle permet, comme le montre la figure II, la superposition lisible de plusieurs courbes, soit la comparaison suggestive de plusieurs échantillons. Cependant cette superposition commode découlerait plutôt d'une propriété que nous avons souvent rencontrée dans des recherches de ce genre, à savoir la disposition en éventail des droites de Henry données par les échantillons comparés.

On le constate sur la figure II, bien que l'éventail soit ici assez resserré.

Cet éventail provient du caractère monotone des variations de m et σ . Ainsi en A 37, σ diminue quand m décroît en passant d'une classe d'épaisseur à une autre. De même, pour une même classe d'épaisseur, en passant de A 42 en A 37, m et σ diminuent ensemble. Ainsi pour une même famille d'échantillons les facteurs d'hétérogénéité joueraient d'autant plus que la moyenne est plus satisfaisante. Cela n'a rien de surprenant : les précautions d'élaboration sont moins nécessaires, si les normes sont aisément satisfaites.

Nous donnerons ici un modèle théorique expliquant l'existence de cet éventail des transformées galtoniennes.

Supposons en effet une fabrication dont le rebut peut provenir de 2 types de défauts indépendants I et II, de probabilités respectives p_1 , p_2 avec :

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

p_3 étant la proportion, ou la probabilité du bon.

Pour n répétitions de la fabrication, on aura la variabilité binomiale :

$$\sigma = \sqrt{n p_3 (p_1 + p_2)}$$

Supposons que l'on élimine le défaut I, on aura dès lors les probabilités respectives de bon et de rebut :

$$p_3' = \frac{p_3}{p_2 + p_3} \quad p_2' = \frac{p_2}{p_2 + p_3}$$

et la variabilité :

$$\sigma' = \sqrt{n p_2' p_3'}$$

Or il apparaît de suite que :

$$\sigma' < \sigma$$

$$\text{car } \frac{p_2 p_3}{(p_2 + p_3)^2} < p_3 (p_1 + p_2) \quad \text{si } p_3 > \frac{p_2}{p_2 + p_3} = p_2'$$

c'est-à-dire si la nouvelle probabilité de rebut reste inférieure à l'ancienne probabilité de bon, ce que l'on peut admettre.

En effet, sous cette condition, on a bien :

$$\begin{aligned} p_2 &< (p_1 + p_2) (p_2 + p_3)^2 \\ \text{car } (p_1 + p_2)(p_2 + p_3)^2 &= (p_1 p_2 + p_2^2 + p_1 p_3 + p_2 p_3)(p_2 + p_3) \\ &= [p_2(p_1 + p_2 + p_3) + p_1 p_3] (p_2 + p_3) = (p_2 + p_1 p_3)(p_2 + p_3) \\ &= p_2 (p_2 + p_3 + p_1 p_3) + p_1 p_3^2 = p_2 - p_1 p_2 + p_1 p_2 p_3 + p_1 p_3^2 \\ &= p_2 + p_1 [p_2 p_3 + p_3^2 - p_2] \end{aligned}$$

Inversement, si par deux processus différents, on obtient des variabilités σ' et σ ainsi que des probabilités respectives de rebuts $(1 - p')$ et $(1 - p)$, si de plus on admet $\sigma' < \sigma$, il vient :

$$\begin{aligned}\sqrt{np'(1-p')} &< \sqrt{np(1-p)} \\ p'(1-p') &< p(1-p) \\ p'-p &< p'^2-p^2 \\ &< (p'-p)(p+p')\end{aligned}$$

Or on peut admettre que $p + p' > 1$, puisqu'il s'agit de la probabilité de bon dans les deux cas et l'inégalité précédente implique alors que $p' - p$ soit positif, c'est-à-dire que $p' > p$. Ces exemples théoriques montrent la non-indépendance des variations de m et σ d'un échantillon à l'autre.

Cette dépendance est souvent suggérée par le test graphique de normalité, l'oeil étant séduit par l'éventail des transformées galtoniennes.

Nous ajouterons que si le statisticien ne doit pas abuser de la séduction graphique, cette-ci reste néanmoins un excellent moyen de retenir l'attention du technicien sur des propriétés qui lui échapperaient sans doute sans cette présentation facile.

4 - PLAN D'OBSERVATION

L'importance du test graphique de normalité résidait encore ici dans la nécessité de pallier les faiblesses du plan d'expérimentation, faiblesses dues essentiellement à la nécessité de se soumettre aux réalités financières. En fait, il n'y a pas eu de plan d'expérimentation proprement dit, mais uniquement un plan d'observation.

Les produits examinés n'étaient nullement des fabrications prédéterminées suivant un plan soigneusement dosé, mais plutôt une production de qualité courante élaborée suivant les besoins commerciaux, ce "tout-venant" restant en outre fabriqué par 10 usines différentes qui ont usé de leur procédé de fabrication personnel, depuis le minerai jusqu'à la dernière passe de laminage. Ces procédés de fabrication n'ont donc pas été modifiés par le plan d'expérimentation.

Sur la figure II, il apparaît que si la normalité des échantillons

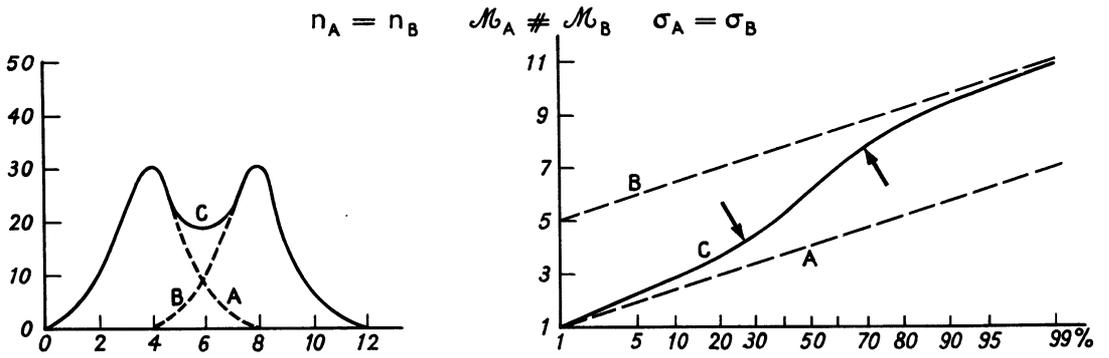
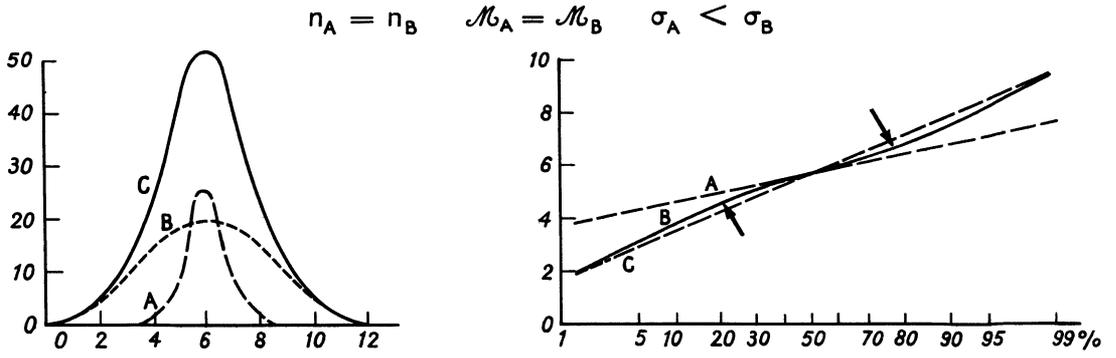
$$\begin{aligned}A\ 42, \quad E \leq 12 \\ \text{et} \quad A\ 37, \quad E \leq 12\end{aligned}$$

est satisfaisante, il n'en va plus de même des trois autres échantillons, c'est-à-dire qu'aucun de ces trois échantillons ne peut être considéré comme prélevé au hasard. Il est pourtant loisible de conclure à partir de l'allure de leur transformée galtonienne, qu'il y a abondance d'observations en dessous de la moyenne, soit encore que les échantillons se composent de 2 populations au moins.

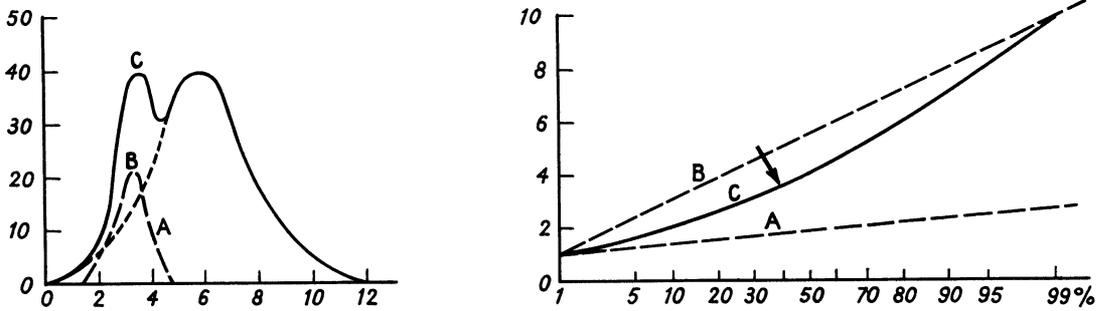
La figure III illustre en effet l'allure prise par la transformation galtonienne d'une courbe de fréquence C , résultant de la combinaison de 2 échantillons homogènes.

Sur le graphique, la figure de gauche donne les courbes de fréquence relative et celle de droite les transformées galtoniennes respectives.

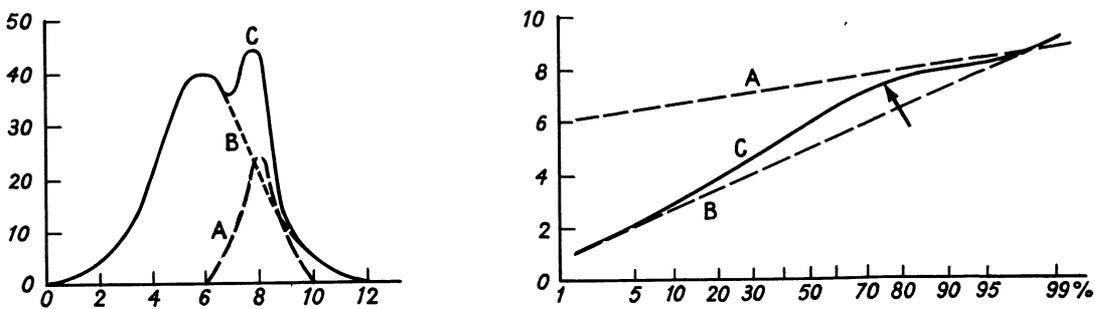
Le premier cas est celui de 2 échantillons de même moyenne, mais de dispersion différente. Sur C , et dans le voisinage de M , la transformée galtonienne est plus plate, c'est-à-dire de dispersion réduite, C s'enroule autour de la composante la plus dispersée. Elle lui est asymptotique en $+\infty$ et $-\infty$ et la traverse en M .



Abondance à gauche



Abondance à droite



$C = A + B$

Fig. III

Le second cas (7) est celui de 2 échantillons de moyenne différente mais de même dispersion. La courbe C s'inscrit entre 2 droites parallèles auxquelles elle est asymptotique. C'est donc une courbe en S, elle présente 2 courbures comme la précédente, mais le sens de ces courbures est inverse.

Le troisième cas considère $n_A < n_B$ $\mu_A < \mu_B$ $\sigma_A < \sigma_B$

Il y a une abondance d'observations sur la gauche du diagramme, la courbe cumulative d'inscrit entre 2 droites se coupant sur la gauche du test graphique de normalité.

Une seule torsion apparaît sur ce diagramme, l'autre étant en dehors des limites de l'épure.

La courbe cumulative, d'abord assez plate, se redresse ensuite vivement, mais reste asymptotique à la droite représentant B. Le surplus d'observations à gauche correspond à $M < \bar{X}$.

C'est le cas de l'exemple cité plus haut.

Le quatrième cas considère $n_A < n_B$ $\mu_A > \mu_B$ $\sigma_A < \sigma_B$

Il s'agit ici d'une abondance d'observations sur la droite du diagramme.

C'est le cas inverse du précédent, donc $\bar{X} < M$

A ces deux cas se rattache également celui de la transformation logarithmique

Sur la figure II, les petits échantillons apparaissent non-normaux. C'est naturel, vu les conditions dans lesquelles les observations ont été faites.

Mais comme le souligne M. Herbiet : "étudier d'une manière systématique dans chaque usine sidérurgique belge les divers facteurs métallurgiques pouvant influencer la valeur de la limite élastique du produit fini, de façon à en délimiter le nombre et l'importance relative s'avérait extrêmement lent et compliqué, chaque usine ayant de par ses installations un facteur personnel à isoler. De plus, le constructeur recevant pour l'exécution de ses ouvrages des produits venant tantôt d'une usine sidérurgique, tantôt d'une autre, n'aurait pu tirer de cet important travail qu'un résultat pratique très limité. L'autre méthode, celle qui fut choisie, consistait à recueillir des données précises sur la valeur des propriétés mécaniques des produits actuellement livrés aux constructeurs en ces deux nuances d'acier. Une telle méthode avait l'avantage d'être moins lente, de mettre dans le bain toutes les usines sidérurgiques belges fabriquant des aciers de construction, de présenter directement des possibilités d'exploitation sans modifier quoi que ce soit aux installations existantes. Enfin, elle pouvait servir de base sûre et non controversée pour une recherche des moyens appropriés à l'obtention d'une amélioration des paramètres statistiques m et σ de la part des usines sidérurgiques elles-mêmes."

Les raisons psychologiques et réalistes du plan de travail adopté imposaient au statisticien une grande prudence dans les conclusions. La première étude, qui n'avait porté que sur 2 062 observations avait conduit à des transformées galtoniennes d'allure fantaisie. Ces allures se normalisèrent progressivement avec l'augmentation du nombre d'observations. Sur la figure II, les cas normaux sont les échantillons comportant le plus grand nombre d'observations. Ainsi donc les échantillons les plus rapidement normalisés furent précisément les plus intéressants du point de vue pratique car ce furent ceux pour lesquels le carnet de commande se renouvela le plus vite.

C'est pour ces catégories les plus demandées que l'on a pu tirer les premières conclusions, et notamment rejeter la présomption de départ, à savoir que les valeurs minima imposées pour la limite élastique dans les normes de l'Institut Belge de Normalisation étaient trop faibles par rapport à la réalité.

5 - IMPORTANCE DE L'ÉPAISSEUR E

La figure II suggère encore le rôle important joué par l'épaisseur du produit sur la valeur de R_{ei} , en moyenne et en dispersion.

Bien que l'étude de la "corrélation" entre R_{ei} et E figurait au plan de travail élaboré dès le premier jour, l'importance du facteur épaisseur s'est imposée de plus en plus aux yeux de la Commission. A ce propos, nous voudrions souligner le caractère élémentaire de la technique statistique employée pour faire ressortir la nature de la liaison existant entre R_{ei} et E , nature élémentaire mais efficace, et même plus efficace, pensons-nous, que bon nombre de techniques statistiques compliquées.

Il s'agit, en réalité, de rechercher la régression de R_{ei} en fonction de E . Plutôt que de rechercher la courbe la mieux ajustée au nuage de points que donne le diagramme de régression, il est souvent plus direct et plus instructif de tracer la régression des points moyens par classe d'abscisse (variable explicative), ainsi que les limites de confiance inférieure et supérieure, soit ici :

$$R_{ei} \pm \frac{3s}{\sqrt{n}}$$

Ces limites indiquant, au risque 0,2 %, la précision de la moyenne obtenue sur n observations.

La figure IV, que chiffre le tableau III, donne l'allure de la zone de confiance de la moyenne de R_{ei} en fonction de l'épaisseur. Soulignons toutefois que pour $E = 3$ et 4, les résultats ne proviennent que d'une seule usine. De même, pour $E \geq 16$. Par contre, de 5 à 15, ils proviennent de 7 usines.

Un tel graphique a aussi été étudié par usine. Le but de l'étude est de dégager des classes homogènes d'épaisseur, les discussions ne sont pas assez avancées pour être présentées actuellement. Il n'en ressort pas moins qu'il était important de montrer la tendance décroissante d'allure hyperbolique de la régression, dont l'écart-type moyen est $s = 2,02$.

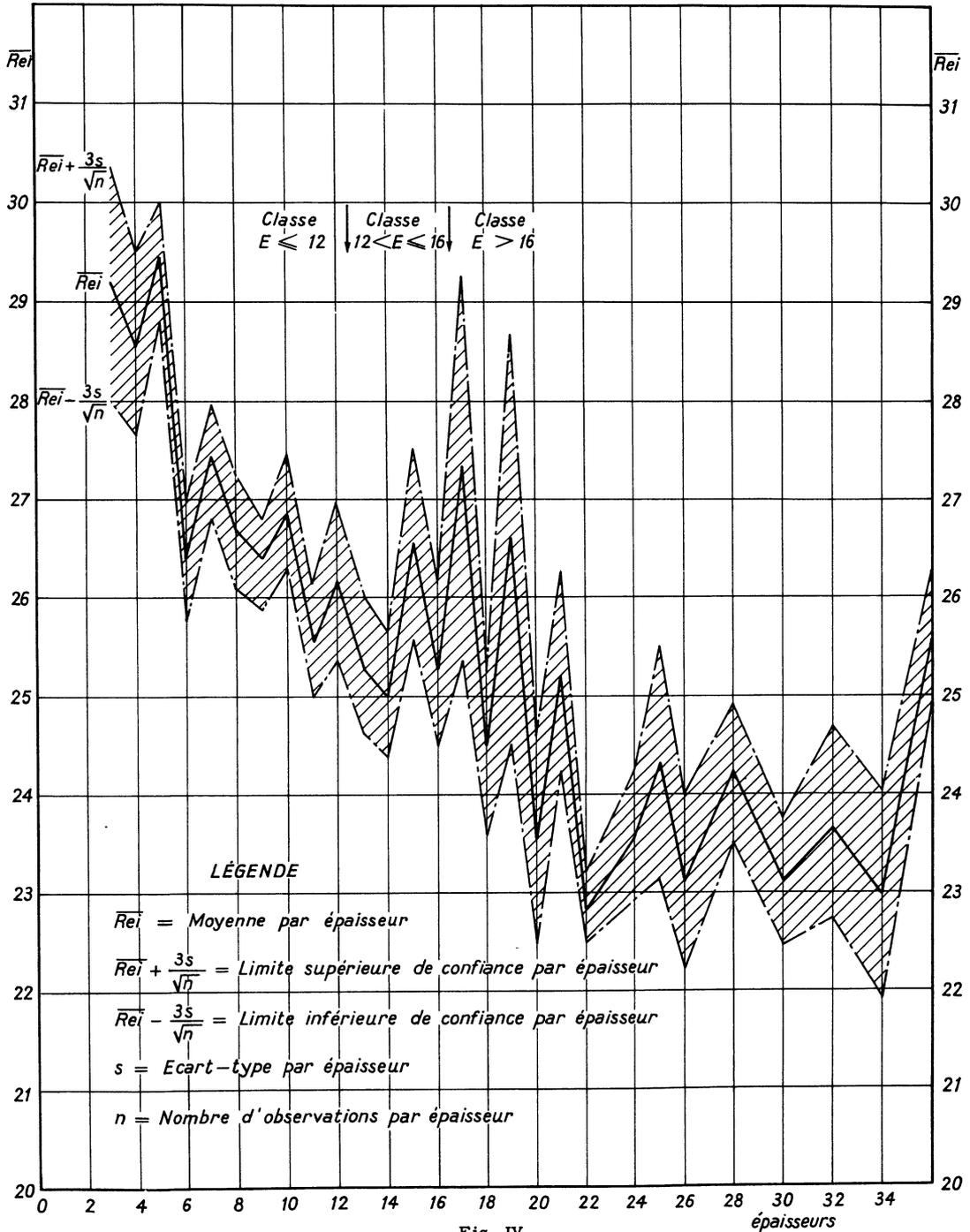
Tableau III

Epaisseur	Ensemble			Epaisseur	Ensemble		
	n	$\overline{R_{ei}}$	$\sigma_{R_{ei}}$		n	$\overline{R_{ei}}$	$\sigma_{R_{ei}}$
3	4	29,15	0,78	17	15	27,25	2,47
4	9	28,51	0,91	18	28	24,41	1,52
5	49	29,33	1,36	19	15	26,55	2,63
6	90	26,35	1,96	20	12	23,49	1,20
7	145	27,34	2,28	21	7	25,16	0,92
8	164	26,62	2,36	22	15	22,81	0,48
9	193	26,30	2,16	24	12	23,53	0,75
10	156	26,80	2,30	25	5	24,28	0,87
11	103	25,52	1,96	26	22	23,08	1,37
12	68	26,13	2,14	28	38	24,20	1,42
13	60	25,26	1,86	30	26	23,10	1,08
14	80	24,96	1,87	32	18	23,67	1,38
15	31	26,52	1,73	34	9	22,93	1,07
16	49	25,26	1,94	36	10	25,54	0,72

6 - RISQUE DE RUINE D'UNE CONSTRUCTION

S'inspirant des concepts probabilistes de la sécurité, introduits par MM. Prot et R. Levi, M. Hebrant a poussé assez loin la déduction mathématique permise par le principe : la ruine d'un ouvrage surviendra quand dans une section, la tension réelle R atteindra, ou dépassera la limite élastique R_e , soit quand la variable aléatoire ($R_e - R$) sera non positive. Or R_e et R sont indépendantes et R_e peut être considérée comme une variable aléatoire normale. Si nous

Limite élastique apparente inférieure \bar{R}_{ei} en fonction de l'épaisseur
pour les profilés acier A 37 et A 37/SC



admettons la même chose pour R, il en ira encore de même pour $R_e - R$, et la probabilité de ruine sera :

$$\begin{aligned} & \Pr(\overline{R_e - R} - t \sigma_{R_e - R} \leq 0) \\ &= \Pr(\overline{R_e - R} - t \sqrt{\sigma_{R_e}^2 + \sigma_R^2} \leq 0) \end{aligned}$$

La valeur $t = \frac{\overline{R_e - R}}{\sqrt{\sigma_{R_e}^2 + \sigma_R^2}}$ dans la table de la loi normale donnera la probabilité de ruine.

H. Hebrant tire diverses conclusions de cette expression, notamment en admettant 14 Kg/mm^2 pour la tension admissible \overline{R} et un $\sigma = 1,75 \text{ Kg/mm}^2$ soit $12,5 \%$ de \overline{R} . Il montre que pour les profilés d'épaisseur $> 16 \text{ mm}$ en acier Thomas A 37, caractérisé par $R_{ei} = 24,43 \text{ Kg/mm}^2$ et $\sigma_{R_{ei}} = 2,01 \text{ Kg/mm}^2$, on a une probabilité de ruine de l'ordre de $5,10^{-5}$. Pour cette même probabilité de ruine, de compte tenu des valeurs R_e et σ_{R_e} données par l'étude, il obtient ainsi des tensions admissibles variant avec les produits. Il met encore en relief le rôle de σ_R dans cette interprétation nouvelle.

En somme, la contribution de M. Hébrant consista à exploiter la notion uniforme de probabilité de ruine substituée aux concepts empiriques et hétérogènes des coefficients de sécurité traditionnels. Cette manière d'aborder le problème éclaire la notion de tension admissible au point de la quantifier, mais en outre dégage dans cette notion celle de variabilité de la tension admissible. Elle introduit ainsi directement le concept le plus riche de la statistique celui qui faisait écrire (8) à Sir Ronald Fisher : "du point de vue moderne, l'étude des causes de variation de tout phénomène variable, depuis le rendement du blé jusqu'à l'intelligence humaine, devrait commencer par l'examen et la mesure de la variation qu'il présente."

7 - CONTRÔLE DE LA LIMITE D'ÉLASTICITÉ

C'est sans doute dans cet esprit, ou mieux encore, parce que la réalité y conduit peu à peu, que M. Hebrant émettait une autre idée : celle de "mettre la limite élastique sous contrôle permanent dans les usines sidérurgiques ; l'expression "mettre sous contrôle" s'entendant au sens statistique du mot et signifiant rester maître des fluctuations et faire agir les facteurs d'influence à n'importe quel stade de la fabrication. Il ne faut cependant pas perdre de vue que cette manière d'envisager le problème correspond à une évolution profonde du contrôle de la qualité. En effet, actuellement les nuances sont définies par la résistance limite à la traction qui a été longtemps considérée par les constructeurs comme le seul critère de ruine. L'analyse chimique de la coulée, qui est la base même de la régularité de la fabrication est placée sous contrôle permanent en vue d'ailleurs d'obtenir les valeurs imposées pour la limite de résistance à la traction.

Etant donné l'importance accordée à la limite élastique, il serait plus logique de reporter ce contrôle sur cette caractéristique en lui imposant un intervalle de tolérance le plus réduit possible, tout en surveillant les valeurs de la résistance à la traction ; ce qui constitue un processus inverse de ce qui se fait actuellement".

La réalisation directe de cette idée est sans doute difficile, la voie actuelle, qui est indirecte, est plus commode. Elle n'a cependant rien d'anormal. Elle n'est en somme qu'une application grossière du principe de feed-back, expression moderne du principe d'approximations successives. Aussi peut-on affirmer, sans risquer de jouer à la diseuse de bonne aventure, que cette mise sous contrôle, entrevue par M. Hebrant, est bien la tendance progressiste que choisiront les sidérurgistes soucieux de la qualité de leurs aciers.

Toutefois, du point de vue statistique, il y a là un problème encore mal connu. Il est identique, à notre avis, à celui posé par le contrôle de réception d'un acier.

Que valent nos essais de réception actuels ? Sont-ils représentatifs ?

Il faut reconnaître que tout ce que l'on a dit sur le contrôle statistique de réception, notamment que tous les travaux du Statistical Research Group de Columbia abordaient un problème diamétralement opposé à celui rencontré ici.

Il s'agissait, pour le Statistical Research Group, de réduire le coût du contrôle en diminuant un contrôle à 100 % en un contrôle par échantillonnage donnant des risques de producteur et de consommateur admissibles à priori, soit encore en réduisant au mieux le nombre d'essais nécessaires quand ceux-ci sont destructifs.

Par contre, dans la réception des aciers, il n'y a jamais contrôle à 100 %, le nombre de pièces soumises à essai est toujours très réduit, et l'hétérogénéité des matériaux est importante. De plus, la théorie statistique, valable pour les essais destructifs, ne nous paraît pas suffisante, même si elle peut nous inspirer. Nous n'avons pas la prétention de résoudre ici un tel problème. Les aspects en sont multiples. Il convenait de le faire ressortir afin de mettre les constructeurs les sidérurgistes et les statisticiens devant un monde, cause et objet de nombreuses discussions stériles, monde assez mal connu, mais dont d'autres ont déjà perçu l'importance, la difficulté, et par conséquent l'attrait.