Revue d'histoire des mathématiques,
2 (1996), p. 95–117.

LA LOI GALILÉENNE ET LA DYNAMIQUE DE HUYGENS

Christiane VILAIN (*)

RÉSUMÉ. — Nous nous proposons de réenvisager sous un éclairage très particulier la naissance bien connue de la dynamique classique à travers les travaux de Galilée, Huygens et Newton. Il s'agit de montrer que si les trajectoires les plus générales décrites par des corps pesants sont les coniques d'Apollonius, c'est parce que le problème de l'établissement des trajectoires a été prémathématisé par des principes généraux sous-jacents à l'étude du lien entre causes et effets. L'introduction de ces présupposés est en fait contenue dans l'utilisation de la loi galiléenne comme fondement à l'étude du lien entre force et mouvement, force centrifuge pour Huygens, centripète pour Newton. La nature des trajectoires envisagées avec les méthodes à la disposition de Huygens et Newton ne peut être alors que quadratique.

ABSTRACT. — GALILEO'S LAW OF MOTION AND HUYGENS' DYNAMICS. The paper sets out to examine anew the inception of classical dynamics from a highly specific vantage point, bearing on the works of Galileo, Huygens and Newton. The point it seeks to establish is that the generic trajectories followed by bodies having weight turn out to be conic sections as described by Apollonius, precisely because setting the problem of trajectory specification had involved a prior mathematisation owing to the general first principles implicit in the investigation of the link between cause and effect. Introduction of such presuppositions is indeed implied by any reliance on the Galilean law of motion as foundation for the investigation of the relationship between force and motion, be it a centrifugal force for Huygens, or a centripetal force for Newton. The conceivable trajectories, when investigated with the means available to Huygens and Newton, needs must confirm to a quadratic law.

INTRODUCTION

On s'émerveille aisément du fait que les trajectoires suivies par un simple boulet de canon tout comme les trajectoires des astres soient justement des courbes connues par les géomètres de l'antiquité : les coniques

(*) Texte reçu le 27 janvier 1995, révisé le 27 novembre 1995.
Christiane VILAIN, D.A.R.C., Observatoire de Paris-Meudon, place Jules Janssen, 92195 Meudon (France).

© SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE, 1996

d'Apollonius. Ces coniques étaient alors définies par l'intersection d'un cône et d'un plan sans qu'il soit possible d'en imaginer le rôle futur dans l'étude du mouvement jusqu'à Kepler et Galilée[1]. Paraboles, ellipses et hyperboles appartenaient déjà il est vrai au domaine de l'optique : catoptrique et dioptrique. C'est ce qui avait permis de dégager la notion de « foyer », fort utile en mécanique[2]. Pourtant l'utilisation des coniques en mécanique n'est pas une conséquence directe de leur importance en optique et Galilée, comme Kepler d'ailleurs, utilise directement l'œuvre d'Apollonius.

Si Newton est un lecteur attentif de l'œuvre de Kepler, dont il tire les « lois » que nous connaissons aujourd'hui, Huygens est en revanche essentiellement un lecteur galiléen. Nous nous intéresserons ici à la géométrisation du mouvement qui fait suite à celle de Galilée, sans oublier que, depuis Kepler, les corps célestes décrivent des ellipses et non plus des cercles. Pourquoi les corps décrivent-ils cependant des courbes connues et non pas des courbes plus compliquées ? C'est la question qui est posée dans cet article.

Une première réponse consiste à remarquer que les trajectoires ainsi puisées dans le fond le plus classique de la géométrie ne sont que des approximations ; les boulets de canon ne suivent pas des paraboles, ni les astres des ellipses. Mais Galilée a traité de mouvements dans le vide et Newton de mouvements à deux corps, dans le vide également ; leurs solutions sont alors exactes et la question demeure.

Une autre réponse est que lorsque Galilée traite de la chute des corps, il fonde ses résultats sur plusieurs principes implicites, lesquels inscrivent déjà la dynamique dans un ordre mathématique. Nous dirons plus précisément ici que si l'on considère soigneusement l'ensemble de

[1] La façon dont Kepler [1609] intègre les ellipses dans l'étude du mouvement des corps est bien différente de celle de Galilée un peu plus tard pour la parabole et les corps terrestres [Galilei 1638/1970, p. 205–209]. L'ellipse est pour Kepler la courbe la plus simple après le cercle, elle signifie l'abandon du cercle ; tandis que la parabole galiléenne est le résultat exact de principes posés.

[2] Les propriétés focales, de la parabole pour la réflexion, des hyperboles pour la réfraction, et des coniques en général, sont découvertes peu à peu à partir de Dioclès jusqu'à Descartes en passant par Ibn Sahl à Bagdad au Xe siècle. L'histoire des instruments « ardents » prend sa source dans la tradition selon laquelle Archimède aurait ainsi incendié la flotte ennemie lors du siège de Syracuse et est à l'origine du développement d'une nouvelle géométrie des coniques.

ces principes, on s'aperçoit que le phénomène a été linéarisé avant d'être géométrisé et qu'il est alors moins étonnant de rencontrer l'une des courbes les plus simples après la droite : la parabole.

Ces principes implicites utilisés par Galilée interviennent de la même façon dans l'établissement de la relativité galiléenne du *Dialogue* ou de la loi générale de la chute des corps dans la troisième Journée des *Discours*. Des notions mathématiques telles que la continuité et surtout ici l'homogénéité et la linéarité, doivent s'inscrire dans la dynamique pour permettre de construire une cinématique géométrisable. Nous ne voulons pas affirmer que la continuité et la linéarisation sont nécessaires à toute mathématisation de la physique ; la physique contemporaine montre bien que ce n'est pas le cas. Cette étape a été seulement nécessaire à une mathématisation utilisant les outils dont on disposait : la géométrie classique. Il s'agit de ramener l'inconnu à du déjà connu, de faire entrer de force les phénomènes dans les formes dont on dispose préalablement. Ce qui est considéré couramment comme une simplification est une refonte de la causalité, de la structure profonde du phénomène, par rapport à l'histoire antérieure. La géométrie n'est donc pas seulement l'instrument d'une nouvelle science descriptive de nature cinématique inaugurée par Galilée, mais d'abord le fondement d'une nouvelle dynamique[3], au sens des relations entre le mouvement et ses causes.

Nous allons appuyer cette affirmation sur des exemples précis centrés sur l'utilisation de la loi galiléenne de la chute des corps. C'est pourquoi nous ne parlons pas de Descartes car la loi galiléenne n'a pas de sens pour lui dans un Univers où tout est discontinu, y compris l'action de la gravité. La loi établie par Galilée affirme que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps. On la retrouve telle quelle chez Huygens en 1659 dans son *De vi centrifuga*, puis chez Newton dans les *Principia* de 1687.

Cette loi a, entre-temps, totalement changé de statut : de résultat pour Galilée en 1638 et pour Huygens dans l'*Horologium*, elle devient point de départ dès qu'il s'agit de traiter chez Huygens d'autres mouvements, comme plus tard chez Newton. Elle était déduite, elle est maintenant posée *a priori*. C'est en tout cas ce qui se passe lorsqu'il s'agit d'établir une loi

[3] Le mot « dynamique » devrait être réservé à la mécanique leibnizienne et post-leibnizienne. Mais nous suivons ici l'habitude qui consiste à l'utiliser pour tout rapport entre le mouvement et ses causes.

dynamique autre que celle de la chute des corps, c'est-à-dire de trouver le lien qui existe entre la cause et l'effet, entre une force quelconque et le mouvement qu'elle engendre.

L'utilisation de cette loi implique cependant une restriction cachée à l'ensemble des mouvements envisagés, et le rapprochement à ce sujet des démarches de Huygens et de Newton en montrera la nécessité dans le contexte précis de la géométrie classique utilisée. Les démonstrations de Newton éclairent donc *a posteriori* celles de Huygens en permettant de mieux lire la restriction opérée déjà par ce dernier sans qu'il en ait conscience. Nous voulons montrer de plus que cette restriction prolonge celle de la linéarisation qui a été imposée au départ par Galilée. Dans ce but, l'utilisation de la loi galiléenne par Huygens dans le *De vi centrifuga* sera confrontée à son traitement de la chute des corps dans le début de la deuxième partie de l'*Horologium*.

Le jeune Huygens s'intéresse déjà à la chute des corps lorsqu'il commence à correspondre avec Mersenne en 1646. Ses réflexions à ce sujet aboutissent à une nouvelle démonstration de la loi galiléenne exposée dans l'*Horologium* en 1673. Le résultat qui nous intéresse ici est qu'il se débarrasse de la seule hypothèse explicitement formulée par Galilée comme préalable à son traitement de la chute des corps : celle qui affirme que la vitesse augmente de la façon la plus simple possible, donc avec des accroissements constants au cours du temps. Il a dû, pour y parvenir, expliciter les principes implicites de Galilée et les généraliser. Ses démonstrations prolongent donc le travail de Galilée en gardant le même point de vue.

Cet éclairage nouveau, pensons-nous, apporté à des travaux connus constitue un élément de réflexion sur les relations entre physique et mathématique : la géométrisation devient possible parce qu'il y a eu prémathématisation du phénomène.

1. NAISSANCE DE LA DYNAMIQUE CLASSIQUE

Huygens et Newton établissent une relation quantitative entre une force et l'écart au mouvement inertiel engendré par cette force (centrifuge pour Huygens, centripète pour Newton). Cet écart est « matérialisé » par un segment de droite qui est la « déviation » du mouvement courbe par rapport au mouvement tangentiel qu'aurait le corps s'il était soudain libéré.

On sait que Newton a établi (deuxième loi) une relation universelle entre force et mouvement ; on sait moins que Huygens a, lui aussi, cherché une telle relation.

1.1. Christiaan Huygens et la parabole osculatrice

Dans son *Horologium oscillatorium* Huygens énonce pour la première fois ses théorèmes sur la force centrifuge. C'est en fait le résultat d'un travail effectué dès 1659 mais qui n'a été publié qu'en 1703 par les exécuteurs testamentaires de Huygens : B. de Volder et B. Fullenius, sous le titre *De vi centrifuga* [Huygens 1659][4]. Dans ce pseudo-traité de Huygens on voit vraiment apparaître les bases d'une dynamique, bien que beaucoup d'auteurs considèrent ces travaux comme non aboutis et réductibles à une cinématique [Westfall 1971, p. 146–193]. Ne les suivant pas sur ce point, nous considérons que Huygens montre avec beaucoup de clarté son intérêt pour la dynamique.

Huygens imagine en effet une utilisation originale des deux dispositifs favoris de Galilée : le pendule et le plan incliné.

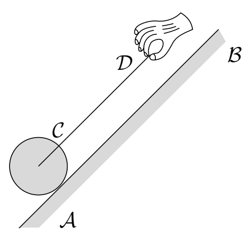

Figure 1 [Huygens 1659, p. 257].

[4] Le traité *De vi centrifuga* constitué par Buchard de Volder et Bernard Fullenius est publié dans les *Œuvres complètes*, avec une traduction française. Il ne faut pas oublier que Huygens n'a jamais écrit de traité sur la force centrifuge et que le texte dont il est question ici a été reconstitué d'après des manuscrits par Volder et Fullenius de leur propre initiative et non à la demande de Huygens. Ce dernier indique dans l'*Horologium* qu'il avait eu l'intention d'écrire à propos du mouvement circulaire et de la force centrifuge sur lesquels il déclare avoir plus à dire qu'il n'est en mesure de le faire présentement. Mais lorsque, vers la fin de sa vie, il tente d'écrire un traité du mouvement, il s'agit d'un traité sur la relativité galiléenne et les chocs. Il est alors beaucoup plus préoccupé de démontrer le caractère relatif de la rotation que d'établir une dynamique générale fondée sur une notion de force.

D'après un article de Joella Yoder [1991], il apparaît que le texte édité par de Volder et Fullenius provient d'un ensemble plus gros comportant deux versions et un ordre différent des propositions, sans avoir la forme d'un traité à publier.

Lorsqu'on tient à la main un pendule vertical, «*le fil éprouve une traction pour cette raison que le corps pondérable tend à s'éloigner dans la direction du fil d'un mouvement accéléré de cette espèce*» [Huygens 1659, p. 256][5]. « Cette espèce » est précisément celle qui obéit à la loi galiléenne.

Si le pendule est maintenant assujetti à un plan incliné, le fil est moins tendu :

«*Il s'ensuit que l'on sent dans ce cas un moindre effort : d'autant moindre par rapport à cet autre dans la direction verticale que le corps parcourrait moins d'espace sur le plan incliné que dans la direction verticale durant le même temps*» [*Ibid.*, p. 256][6].

Huygens généralise ainsi son résultat :

«*Nous admettrons en outre que toutes les fois que deux corps de poids égaux sont l'un et l'autre retenus par un fil et qu'ils possèdent la tendance de s'éloigner dans la direction du fil d'un même mouvement accéléré, par lequel ils parcourraient des chemins égaux dans le même temps, l'on sent aussi la même traction de ces fils*» [*Ibid.*, p. 258][7].

Puis il généralise encore : le mouvement qui aurait lieu n'a pas besoin d'être vraiment vertical, il suffit qu'il le soit au début, et aussi qu'il obéisse à la loi galiléenne au départ du mouvement seulement :

«*Il apparaît donc qu'il ne faut pas avoir égard à ce qui arrivera au corps quelque temps après sa séparation de la corde, mais qu'il faut considérer un laps de temps aussi petit que possible après le commencement du mouvement, si nous voulons déterminer la force de la tendance au mouvement*» [*Ibid.*, p. 258][8].

---

[5] Voici le texte original : «*ideo trahitur filum, quoniam grave conatur recedere secundum lineam fili motu accelerato ejusmodi*» [*Ibid.*, p. 257].

[6] « *Unde et minor conatus hic sentitur, qui nempe tanto minor est altero illo conatu perpendiculari, quanto minus spatium eodem tempore in plano inclinato quam in perpendiculari grave transiturum esset* » [*Ibid.*, p. 257].

[7] «*Porro quoties duo corpora aequalis ponderis unum quodque filo retinetur, si conatum habeant eodem motu accelerato, et quo spatia aequalia eodem tempore peractura sint, secundum extensionem fili recedendi : aequalem quoque attractionem istorum filorum sentiri ponimus, sive deorsum sive sursum sive quamcumque in partem trahantur. Neque referre qua ex causa conatus ejusmodi oriatur, dummodo adsit*» [*Ibid.*, p. 259].

[8] «*Itaque apparet non illud respiciendum quid aliquandiu post separationem à fune fravi futurum sit, sed quamlibet minimam temporis particulam ab incepto motu considerandam, si vim conatus determinare velimus*» [*Ibid.*, p. 259].

Huygens exprime ainsi le rapport entre la traction du fil et le mouvement qui en résulte lorsque le fil est coupé. Malgré le caractère qualitatif de ces phrases, il s'agit bien d'une relation quantitative. Cette relation est la proportionnalité d'une force et d'une accélération, en l'absence de toute détermination infinitésimale de cette dernière grandeur. La détermination des vitesses et des accélérations ne pose d'ailleurs pas seulement un problème de traitement des éléments infinitésimaux mais aussi celui du rapport de grandeurs inhomogènes : on ne divise pas un espace par un temps. Galilée a élargi le champ des comparaisons possibles en faisant le produit du rapport des espaces par l'inverse du rapport des temps[9].

Huygens utilise le plus souvent des comparaisons d'espaces parcourus. Comparer des accélérations n'est donc possible que par comparaison de vitesses acquises au bout d'un temps donné (le plus court possible) et cette même vitesse est évaluée par un espace parcouru pendant un temps donné. Mais pour que le rapport des espaces parcourus en un même temps mesure l'accroissement de vitesse et donc l'accélération, il faut, dit Huygens, que le mouvement puisse être considéré comme uniformément accéléré à son début. Si ce n'est pas une condition nécessaire, c'est en tout cas une condition suffisante, donc une sécurité dans ce contexte[10].

Il semble donc à la première lecture que Huygens obtienne la plus grande généralité possible compte tenu des moyens dont il dispose. Exiger que le mouvement obéisse à la loi galiléenne au départ ne semble pas constituer une restriction mais une limitation au second ordre. Le mouvement uniforme représenterait le premier ordre d'un mouvement quelconque. On prend donc l'approximation suivante, celle du deuxième ordre, pour mettre en évidence une déviation par rapport au mouvement inertiel et relier ainsi de la façon la plus simple possible une cause à un effet[11].

[9] À ce sujet et à propos de la notion de vitesse chez Galilée, voir P. Souffrin [1992].

[10] En effet, si on a $x = \frac{1}{2}\gamma t^2$, pour un même temps les rapports des accélérations de deux mouvements sont évidemment comme les rapports des espaces parcourus : $x_1/x_2 = \gamma_1/\gamma_2$. On peut penser, comme le fait sans doute Huygens, que l'accélération peut toujours être considérée comme constante au début du mouvement mais imaginons un mouvement de la forme $x_3 = \alpha t^3$. Alors $\gamma_3 = 6\alpha t$ et $x_3/x_1 = 2\alpha t/\gamma_1 = \gamma_3/3\gamma_1$. Il n'est pas nécessaire en fait que les mouvements soient uniformément accélérés, il suffit qu'ils soient exprimés par une même puissance du temps pour que le rapport des espaces donne le rapport des accélérations.

[11] Remarquons que relier une cause à un effet ne consiste jamais qu'à relier entre eux deux effets : la tension du fil et le mouvement obtenu en coupant le fil. L'antériorité

1.2. La force centrifuge

Huygens aborde ensuite la force centrifuge due à un mouvement de rotation d'un pendule autour d'un point central. Sans détailler ici l'ensemble de la procédure qui aboutit aux théorèmes sur la force centrifuge, nous dégageons seulement ce qui est utile à notre propos. Huygens règle d'abord le problème qui provient du fait que la tension du fil est radiale, tandis que le mouvement du corps libéré serait tangentiel. Pour un observateur lié à la roue, les espaces parcourus par le corps lâché sont bien radiaux et sont, de plus, comme les carrés des temps au début du mouvement. On retrouve donc, dans un contexte autre que celui de la gravité, la loi galiléenne. Est-ce que cette loi provient ici de la constance de la force centrifuge le long du cercle comme on pourrait aujourd'hui le comprendre ? Pas du tout, nous allons le voir.

Huygens considère des intervalles égaux pris sur la trajectoire inertielle tangente, tels que BC et CD (voir Fig. 2), homologues des arcs BE et EF parcourus pendant les mêmes temps par l'homme attaché à la roue.

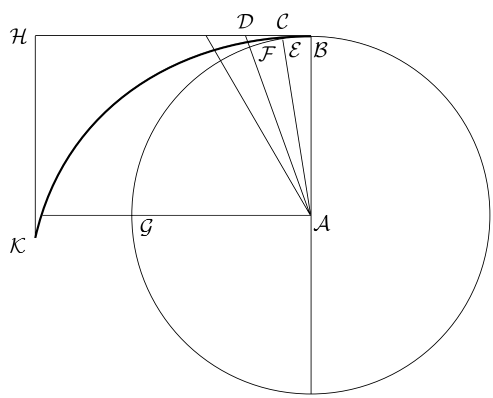

Figure 2 [Huygens 1659, p. 259].

Les distances qui séparent ces deux mouvements sont au cours du temps comme EC et FD. Bien que ces distances ne soient pas exactement radiales, Huygens affirme qu'elles le sont presque au début du mouvement et le

chronologique de la tension sur le mouvement tient lieu pour nous d'antériorité logique : la tension du fil représente alors la cause et le mouvement l'effet. Mais la tension du fil est plutôt pour Huygens la conséquence du mouvement empêché que sa cause, ce qui est tout à fait légitime.

démontrera rigoureusement en utilisant la développée du cercle. Il affirme aussi, sans démonstration, que ces distances prises sur les prolongements des rayons sont comme les carrés successifs.

Cette propriété devient alors purement géométrique. Elle ne fait pas appel à la nature particulière de la force, mais seulement à la comparaison préalable d'un mouvement circulaire uniforme avec un mouvement rectiligne uniforme. Nous pouvons la retrouver facilement aujourd'hui par un calcul algébrique approché et constater que le résultat provient de la nature quadratique de l'équation du cercle. Mais en ce qui concerne la façon dont Huygens a pu procéder, nous n'avons que des conjectures. Huygens était sûrement capable d'un calcul approché, semi-algébrique, mais on n'en trouve pas trace dans ses cahiers. On constate en revanche la présence de la parabole sur le dessin édité par de Volder et Fullenius [Huygens 1659, Appendice I, p. 302].

Cette parabole est celle dont le paramètre (ou côté droit) est égal au diamètre du cercle. Il est facile de constater aujourd'hui qu'elle est la plus proche du cercle, c'est-à-dire que le cercle est osculateur à la parabole ainsi déterminée. Il est aisé de vérifier que des intervalles pris verticalement entre la parabole et sa tangente obéissent à la loi galiléenne, par définition de la parabole. Il est plus difficile d'imaginer comment Huygens a pu en déduire sa loi approchée pour les segments qui l'intéressent. On se demande aussi pourquoi le choix de cette parabole particulière est nécessaire puisqu'on obtient la loi galiléenne pour n'importe quelle parabole tangente en B à la droite BCD.

On peut répondre aux deux questions à la fois en considérant l'usage que fait Huygens de cette parabole dans la suite de son travail. La seule caractérisation explicite de cette parabole osculatrice par Huygens est qu'elle représente la trajectoire que suivrait le corps lâché sous l'action de la gravité (la roue étant maintenant considérée comme verticale) si la vitesse de la roue est telle que la force centrifuge équilibre exactement la gravité en haut de la roue. Nous n'insisterons pas ici sur cette imbrication constante au cours du travail de Huygens entre gravité et force centrifuge, l'une mesurant l'autre. Ce qui nous intéresse est le parti pris géométrique et ses conséquences sur l'étude de ce mouvement particulier.

Mais la proposition V du pseudo-traité utilise une approximation qui permet peut-être d'y voir plus clair dans le choix que fait Huygens de cette parabole particulière.

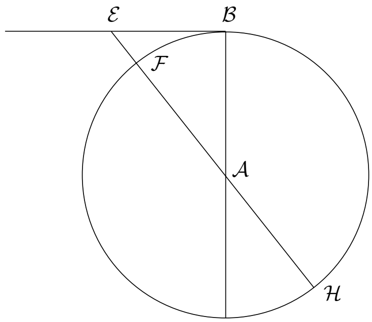

Figure 3 [Huygens 1659, p. 277].
(Nous avons ici retourné la figure donnée dans le traité pour mieux la comparer avec la figure 2 précédente.)

Huygens utilise le fait que $EB^2 = EF \cdot EH$ (puissance de E par rapport au cercle), puis indique que EH doit être estimé comme égal à HF. On en déduit, bien que ce ne soit pas mis en avant par Huygens : $EB^2 = EF \cdot FH$, la distance FH étant une constante. La propriété cherchée est démontrée, et on comprend aussi pourquoi la parabole choisie est celle dont le paramètre est égal au terme constant qui apparaît ici : le diamètre du cercle. D'autres interprétations sont possibles[12].

Huygens peut ensuite affirmer dans une autre démonstration, à la proposition XVI :

«*Parce qu'alors les écarts du globe B de la circonférence* [...], *tandis qu'il parcourt BD d'un mouvement uniforme, sont considérés au début près du point B comme identiques avec les écarts de la parabole* [...], *il est manifeste que la force centrifuge que possède le globe B en vertu de la rotation seule consiste en une tendance à s'éloigner du centre A ou de la circonférence* [...] *d'un mouvement accéléré suivant les nombres* $1, 3, 5, 7$, *etc.*» [Huygens 1659, p. 296][13].

[12] Joella Yoder [1988, p. 21] suggère que c'est au contraire la parabole osculatrice qui permet à Huygens d'obtenir la formule $EB^2 = EF \cdot FH$ dont il a besoin et qu'il ne peut obtenir à partir du cercle qu'en passant par une approximation. Ce point de vue est tout aussi valable.

[13] «*Quoniam ergo recessus globi B, à circumferentia* [...], *dum per rectam BD aequabili motu fertur, initio prope B punctum pro iisdem habentur, cum recessibus à Parabola* [...] ; *constat vim centrifugam quam ex sola circulatione habet globus in*

On comprend également comment Huygens a pu avoir l'idée de la parabole osculatrice à un cercle donné, dans son traité *De circuli magnitudine inventa*. On y trouve la figure suivante :

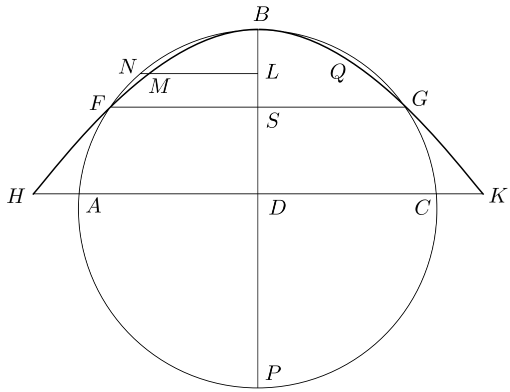

Figure 4 [Huygens 1654, p. 165].

Une propriété évidente des triangles rectangles inscrits dans le cercle donne $FS^2 = SB \cdot SP$. Huygens utilise cette propriété pour montrer que la parabole tangente au cercle et qui le coupe en F et G a pour paramètre SP. Or il est clair que lorsque S tend vers B, F et G tendent aussi vers B. Les trois points de contact sont alors confondus et le paramètre de la parabole devient égal au diamètre du cercle. Nous ne savons pas si Huygens a fait cette remarque, mais il lui aurait été facile de la faire. Tout semble simple : si toute courbe possède en tout point un cercle osculateur, elle possède aussi une parabole osculatrice, et la propriété est générale.

L'analyse pourrait s'arrêter ici. Poursuivons-la cependant et imaginons un mouvement tel que les espaces soient fonction cubique ou fonction d'une puissance supérieure du temps. L'accélération serait une fonction du temps, nulle au départ. Alors ni le cercle ni la parabole ne peut plus assurer la loi galiléenne au début du mouvement et la comparaison directe des accélérations par des espaces parcourus. Le contact entre la trajectoire et sa tangente serait dans ce cas d'un ordre supérieur[14]. Huygens a donc

B, esse conatum recedendi a centro A vel à circumferentia [...] *motu accelerato secundum numeros* 1, 3, 5, 7, *etc.*» [*Ibid.*, p. 297].

[14] Reprenons, d'une autre façon, l'exemple de la note 10. Si la courbe parcourue est

traité un ensemble restreint de mouvements : ceux qui obéissent à la loi galiléenne au début du mouvement, c'est-à-dire ceux qui résultent d'une force constante. C'est bien le cas de la force centrifuge dans un mouvement de rotation circulaire et de la force de gravité exercée sur un pendule, mais pas de toute force. Le traitement de la force centrifuge par Huygens est fortement lié à ses conceptions de la pesanteur, comme le remarque fort justement François De Gandt [1987, p. 227 ; 1995, p. 161–167]. Huygens ne recherchait donc probablement pas à ce moment une méthode générale. Cet *a priori* implicite de la loi galiléenne sera encore plus visible chez Newton dans les *Principia* de 1687.

1.3. Géométrie et loi de la gravitation chez Newton

Dans le lemme X de son livre I, Newton affirme :

«*Les espaces qu'une force finie fait parcourir au corps qu'elle presse, soit que cette force soit déterminée et immuable, soit qu'elle augmente ou diminue continuellement, sont dans le commencement du mouvement en raison doublée des temps*» [Newton 1687/1759, p. 42][15].

C'est un cadre plus large que celui de Huygens : la force est dite quelconque, éventuellement variable au cours du temps. Le lemme devrait donc avoir une portée tout à fait générale. Nous ne reprenons pas ici l'ensemble de la démonstration, dont l'histoire et la critique détaillée a été faite ailleurs [De Gandt 1987, p. 284–292], mais seulement son résultat.

La ligne ADE représente le temps (voir Fig. 5). Il est d'ailleurs remarquable que ce soit la seule représentation directe du temps des *Principia*. Les lignes DB et EC représentent des vitesses. On se trouve donc bien confronté à une représentation de type « hodographique », comme celle qu'utilise Galilée dans la troisième Journée des *Discours* pour démontrer sa loi de la chute des corps. La droite AFG est la tangente à l'hodographe en A.

---

une cubique $y = \alpha x^3$, et non un cercle, et que la tangente à l'origine représente le temps, les écarts à la tangente n'obéissent évidemment plus à la loi galiléenne mais à $y = \alpha t^3$. La courbure est alors nulle à l'origine (comme la dérivée seconde) et il n'y a plus ni parabole ni cercle osculateur. Or une force qui varie en fonction linéaire du temps peut induire une telle situation. Ce n'est que l'exemple le plus simple montrant que la technique utilisée par Huygens ne peut être générale.

[15] Voici le texte latin du Lemme X : «*Spatia quae corpus urgente quacunque vi finita describit, sive vis illa determinata et immutabilis sit, sive eadem continuo augeatur vel continuo diminuatur, sunt ipso motus initio in duplicata ratione temporum*» [Newton 1687, p. 32]

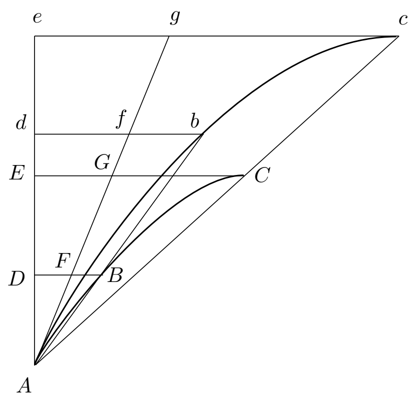

Figure 5 [Newton 1687, p. 31].

Newton a démontré dans le lemme précédent, purement géométrique celui-là, que dans une telle construction, à partir d'une droite ADE faisant un angle donné avec la tangente, les aires des triangles ABD, ACE, seront finalement entre elles en raison double des côtés. Donc, si les côtés sont des temps, et les lignes horizontales des vitesses, les espaces sont entre eux comme les carrés des temps.

Notons ici une restriction cachée de grande importance[16]. Elle réside dans l'angle A par lequel Newton présuppose que la ligne des temps n'est pas tangente à la courbe des vitesses. Ceci entraîne que le premier terme du développement de la vitesse en fonction du temps est linéaire et non quadratique, donc que l'accélération a un premier terme constant, ou encore que l'espace parcouru a un premier terme quadratique et non cubique. Cela exclut donc certains cas de forces et correspond bien à la restriction opérée involontairement par Huygens.

Ce lemme joue ensuite un rôle fondamental dans la démonstration qui aboutit à une loi de force centripète en $1/R^2$ lorsque le corps se déplace sur une conique et que la force est supposée être toujours dirigée vers

[16] Notre attention a été attirée sur ce fait, qui est à la base de notre travail, par Michel Blay et Pierre Souffrin au cours d'un atelier de travail à Nice en septembre 1992. C'est leur analyse du lemme X qui a motivé et permis cette relecture du traitement de la force centrifuge par Huygens.

l'un des deux foyers. La force est évaluée par la déviation entre la trajectoire elliptique et la trajectoire inertielle rectiligne sur la tangente à cette conique en un point quelconque. C'est cette déviation, quantité purement géométrique, qui se révèle être proportionnelle à l'inverse du carré de la distance au foyer. Mais si cette déviation est posée proportionnelle à la force, elle dépend aussi du temps au bout duquel on la considère. Il faut donc savoir *a priori* comment elle dépend de ce temps pour pouvoir l'utiliser à la détermination de la force.

La loi générale établie par Newton pour la gravitation présuppose donc des trajectoires du second degré. Newton ne prétend pas le contraire et le lemme X convient parfaitement à ces trajectoires. On peut construire une parabole ou un cercle osculateur en chaque point. Seule l'affirmation du fait que ce lemme s'applique à une force qui varie de façon quelconque est erronée. Cette inexactitude est d'autant plus étonnante que le lemme XI qui suit montre que Newton est en fait assez conscient des limites dans lesquelles il s'est placé. Il y revient en effet à une géométrie pure des rapports entre quantités évanouissantes, et il est clair qu'il faut que l'angle de contact soit d'une certaine nature ou bien, comme le dira Newton dans les éditions ultérieures des *Principia*, que la « courbure » soit finie au point considéré.

1.4. Angle de contact, courbure et loi galiléenne

Dans le lemme XI du livre I, Newton établit l'égalité des proportions entre les sous-tendantes DB et db d'un angle de contact et les carrés des sous-tendantes ou cordes AB et Ab des arcs correspondants (voir Fig. 6). Le fait d'envisager cette fois des cordes plutôt que des segments pris sur la tangente elle-même (AD et Ad) comme c'était le cas dans le lemme IX, l'entraîne à d'autres considérations. Il lui faut alors envisager l'intersection des normales BG et bg à ces cordes avec la normale AG à la tangente, et la limite finie $A\mathcal{J}$ du segment ainsi déterminé.

Newton sait bien qu'une telle limite finie peut ne pas exister : ce serait le cas si on prenait par exemple DB proportionnel à AD^3 ou toute autre puissance qui ne soit pas 2. Il utilise en effet comme intermédiaire dans sa démonstration les cercles passant par ABG et Abg, et affirme qu'en ce cas (si la puissance est autre que 2) aucun cercle ne peut passer entre la courbe et sa tangente. (Ces cercles deviennent le cercle osculateur de diamètre $A\mathcal{J}$ lorsque B et D tendent vers A, et ce dernier n'existerait donc

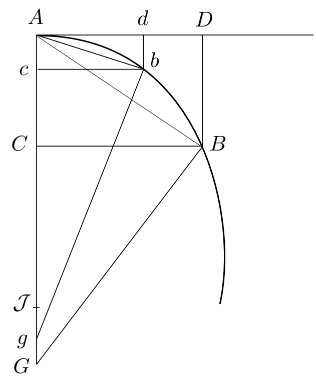

Figure 6 [Newton 1687, p. 33].

plus.) L'angle de contact serait alors trop petit ou trop grand, infiniment plus petit ou plus grand que les angles de contacts circulaires. Selon les puissances successivement différentes de AD les angles de contact sont respectivement dans des rapports infinis les uns par rapport aux autres.

Tout cela exprime bien la nécessité d'une courbe quadratique. Cela en dit même plus sur les rapports entre l'angle de contact et le degré de la courbe. Le problème de l'angle de contact est en effet déjà un vieux problème de géométrie pure. Il est abordé par Grégoire de Saint Vincent et John Wallis dans les années 1650–1660 (voir [Costabel 1989]). On peut alors se reposer la question des connaissances de Huygens à ce sujet, d'autant plus qu'il correspond très fréquemment avec Grégoire de Saint Vincent depuis 1651. Mais leurs échanges portent surtout sur les quadratures. La correspondance de Huygens avec John Wallis débute en 1655. On y trouve, nous semble-t-il, une seule mention des débats relatifs aux angles de contact, sans prise de position ni intérêt de Huygens pour ce sujet[17].

2. LA LOI DE LA CHUTE DES CORPS : HUYGENS À LA SUITE DE GALILÉE

Dans les *Discours*, Galilée représente la parabole selon sa définition, par

[17] Voir la lettre de Huygens à John Wallis du 21 juillet 1656 [*Œuvres* I, p. 459].

l'intersection d'un cône avec un plan parallèle à une génératrice du cône. Il se réfère explicitement à Apollonius [Galilei 1638/1970, p. 207 ; *Opere* VIII, p. 271], puis énonce la propriété de la parabole qui la définit, pour nous aujourd'hui : les carrés des segments perpendiculaires à l'axe, pris entre la parabole et son axe, sont dans le même rapport que les distances respectives de ces segments au sommet (distances prises sur l'axe). La démonstration est simple et ne pose aucun problème conceptuel.

Cette propriété fondamentale de la parabole est celle qui permet à Galilée de l'obtenir comme trajectoire des corps à partir de la loi de la chute des corps qu'il vient d'énoncer [Galilei 1638/1970, p. 140 ; *Opere* VIII, p. 209]. Si cette dernière pose en revanche de nombreux problèmes techniques, nous ne les reprendrons pas ici (voir [Clavelin 1968, Ch. VI] et [Koyré 1939]). Les temps sont représentés par des espaces égaux sur la tangente au sommet de la parabole et les espaces parcourus selon ces temps sont pris sur l'axe. Si le mouvement étudié est composé d'un mouvement de chute verticale et d'un mouvement inertiel uniforme, alors la trajectoire sera la parabole.

Tout cela est bien connu. Il faut seulement remarquer quelles suppositions implicites ont permis à Galilée d'aboutir finalement à une procédure aussi limpide et aux boulets de canon de décrire maintenant des paraboles :

— Un principe d'inertie qui affirme que le mouvement dont la trajectoire demeure à égale distance du centre attracteur se fait à vitesse constante ([Galilei 1632/1992, p. 169 ; *Opere* VII, p. 173] et [Galilei 1638/1970, p. 146 ; *Opere* VIII, p. 215]).

— Un principe de composition de ces deux mouvements par simple addition, car les causes sont indépendantes ([Galilei 1632/1992, p. 171 ; *Opere* VII, p. 173] et [Galilei 1638/1970, p. 210 ; *Opere* VIII, p. 273]).

Le « principe d'inertie » de Galilée ne saurait être considéré comme totalement empirique. Galilée lui-même le donne plutôt comme la constatation raisonnée du fait que le mouvement d'une boule placée sur un plan horizontal n'a aucune raison d'être accéléré ni décéléré ; la boule conserve donc sa vitesse. Si ce n'est pas un fait empirique, c'est tout au moins la conjonction de deux faits : une interpolation à partir de l'expérience, suivie d'une généralisation limitée aux mouvements horizontaux.

La composition des mouvements n'est pas non plus donnée comme un principe par Galilée, mais aucune expérience n'est invoquée à ce sujet comme préalable à l'argumentation. Le raisonnement porte sur les causes : l'inertie et la pesanteur, qui coexistent sans se contrarier lorsque la pierre est lâchée du haut du mât. Les effets doivent simplement s'ajouter. Une cause n'élimine pas l'autre comme c'était le cas en physique aristotélicienne où l'on ne pouvait traiter quantitativement le passage de l'une à l'autre. Elles s'ajoutent pour que l'on puisse conclure à l'addition pure et simple des mouvements qui en découlent lorsqu'elles agissent seules. On pose donc un espace géométrique des mouvements avant d'obtenir la nature géométrique de la trajectoire.

Mais à ces deux éléments importants déjà dans l'argumentation de l'invariance galiléenne dans la deuxième Journée du *Dialogue*, il faut ajouter un troisième qui n'intervient qu'au moment du traitement effectif de la chute des corps dans les *Discours* : la chute verticale, qui n'est pas uniforme, est supposée suivre la loi la plus simple après celle du mouvement uniforme : c'est-à-dire un mouvement uniformément accéléré [Galilei 1638/1970, p. 131, 135 ; *Opere* VIII, p. 198, 203].

C'est la loi la plus simple parce que si les espaces parcourus pendant des temps égaux ne sont pas constants et que quelque chose doit l'être, ce peut être les différences successives de ces espaces. Galilée raisonne en fait sur les vitesses en reportant sur elles ce qui a lieu pour les espaces dans le mouvement uniforme : «*Or, tout bien considéré, nous ne trouverons aucune addition, aucun accroissement plus simple que celui qui toujours se répète de la même façon*» [Galilei 1638/1970, p. 131 ; *Opere* VIII, p. 198].

Il ne faudrait pas considérer cependant la démarche galiléenne comme une axiomatisation de la dynamique. Les soucis d'axiomatisation de Galilée dans les *Discours* ne concernent que la cinématique des mouvements uniformes, en réponse aux difficultés inhérentes à la notion de vitesse elle-même [Souffrin 1992].

Les « principes » énoncés comme tels par nous ici ne sont pas plus des hypothèses que des principes pour Galilée. Ce sont des partis pris raisonnables dont on ne sait s'il les pense provisoires ou définitifs. Ils interviennent plutôt comme justifications ou validations du résultat annoncé que comme prémisses, à l'intérieur de la rhétorique galiléenne. Nous les avons mis en avant et schématisés ici parce que notre but n'est pas l'étude du texte galiléen mais sa lecture par Huygens.

Huygens imposera explicitement deux des principes galiléens : celui de l'inertie et celui de la composition des mouvements. Il est vrai que ce sont ceux qui servent également à établir la relativité galiléenne dans le *Dialogue*, relativité dont Huygens a déjà su tirer toutes les conséquences pour le traitement des chocs [Huygens 1656][18].

Il abandonne en revanche l'hypothèse la plus explicite de Galilée : celle du mouvement uniformément accéléré. Il va en faire le résultat d'une démonstration à partir d'un nouveau principe caché qui peut s'exprimer comme étant la constance de l'action de la gravité ou bien, de façon équivalente mais plus anachronique, comme l'homogénéité du temps et de l'espace par rapport à la gravité [Huygens 1673, p. 125–130]. Si l'absence de cause entraîne un mouvement uniforme, alors une cause constante entraîne un mouvement uniformément accéléré. C'est en effet ce que montre Huygens de la façon la plus générale possible, même si son propos ne concerne que la chute des corps.

2.1. La proposition I

Huygens énonce, dans sa proposition I :

«*Dans des temps égaux les accroissements de la vitesse d'un corps tombant sont toujours égaux et les espaces parcourus durant des temps égaux depuis le commencement de la chute forment une série dont les différences successives sont constantes*» [Huygens 1673, p. 126–127][19].

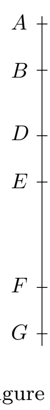

Figure 7.

C'est surtout la première partie de cette affirmation qui nous intéresse. La démonstration se déroule en deux temps. Elle peut être résumée ainsi : l'espace AB représente une chute quelconque à partir du repos (Fig. 7). Soit V_B la vitesse acquise en B. Sous l'effet de cette vitesse seule il parcourrait pendant un intervalle de temps égal à celui de la chute AB un espace BD. Remarquons ici que l'on ignore tout au départ de la nature du mouvement AB et de la proportion entre

[18] Le *De Motu corporum ex percussione* a été publié par Buchard de Volder et Bernard Fullenius en 1703. Huygens y établit définitivement les lois des chocs par utilisation de la relativité galiléenne (voir [Vilain 1993]).

[19] Voici le texte latin de la proposition I : «*Aequalibus temporibus aequales celeritatis partes gravi cadenti accrescere, et spatia aequalibus temporibus ab initio descensus emensa, augeri continue aequali excessu*» [Huygens 1673, p. 127].

AB et BD. Mais étant donné que l'action de la pesanteur se poursuit pendant le second intervalle de temps, l'espace parcouru sera plus grand que BD. S'il n'y avait pas de vitesse initiale V_B cet espace serait exactement égal à AB.

Le corps parcourra donc un espace BE obtenu en ajoutant BD et AB à partir de B. Et ainsi de suite. Les espaces parcourus pendant des temps égaux sont tels que leurs différences successives soient constantes (égales à AB). Quant à la vitesse en E, elle obéit à la même logique additive. Elle serait égale à V_B s'il n'y avait pas déjà cette même vitesse au départ. Elle sera donc égale au double de V_B, et ainsi de suite.

La démonstration de la loi galiléenne pourrait sembler terminée puisque l'on dispose ici de toutes les prémisses galiléennes. Mais l'absence de la représentation des temps et des vitesses (représentation hodographique) utilisée par Galilée, empêche de « voir » immédiatement le résultat. Ce qu'a obtenu Huygens peut s'écrire ainsi $V_n = nV_B$ et $X_n = (n-1)BD + AB$, si X_n est l'espace parcouru pendant le n-ième intervalle de temps. La somme de ces X_n pour $n = 1, \dots, k$ donne l'espace parcouru au bout des k intervalles de temps, soit

$$X(k) = \tfrac{1}{2}k(k-1)BD + kAB = k\big(AB - \tfrac{1}{2}BD\big) + \tfrac{1}{2}k^2 BD.$$

Puisque k représente le temps, la loi galiléenne ne sera assurée que si on montre que $BD = 2AB$.

2.2. La proposition II

Huygens doit encore démontrer que le rapport de l'espace BD à l'espace AB est de deux, ce qu'il fait en considérant que toutes les proportions entre les espaces considérés, quelles qu'elles soient, doivent rester les mêmes si le temps considéré est double (ou autre) que celui qui avait été choisi arbitrairement au départ.

Si on double l'unité de temps, AB devient AE et BD devient quadruple puisque l'accroissement de vitesse double avec l'intervalle de temps considéré. Les proportions doivent demeurer les mêmes et donc : $4BD/AE = BD/AB$, d'où $AE = 4AB$. Or : $AE = 2AB + BD$, donc $BD = 2AB$. On obtient le théorème de la vitesse moyenne et la loi galiléenne.

Les principes implicites supplémentaires utilisés par Huygens peuvent s'exprimer ainsi :

— La gravité exerce toujours le même effet quels que soient l'instant, le lieu et la vitesse de départ. Le même effet signifie même espace parcouru et même gain de vitesse.

— Toutes les proportions demeurent les mêmes si l'on modifie l'intervalle de temps choisi arbitrairement.

Galilée avait simplement supposé une uniformité de l'accroissement des vitesses au cours de fractions égales de temps quelconques, sans aborder la question de la cause de cet accroissement. Le deuxième principe utilisé par Huygens est, d'une certaine façon, contenu dans l'hypothèse galiléenne qui s'applique à des temps quelconques. Il est surtout contenu dans la représentation figurée de la proposition II de la troisième Journée des *Discours* dans laquelle l'homothétie par dilatation des intervalles de temps est directement visible. L'énoncé donné par Huygens y ajoute cependant la donnée explicite d'une telle homothétie sans que la relation entre la vitesse et le temps soit donnée au départ. Ce traitement est l'aboutissement des premières études de Huygens. Dans une lettre envoyée à Mersenne en octobre 1646, il utilise déjà ce que Costabel appelle un «*principe fonctionnel*» comme celui que nous venons d'expliciter, pour démontrer la loi [Costabel 1982, p. 140–142].

La loi galiléenne devient alors une conséquence de principes plus généraux qui sont déjà de nature dynamique : une cause constante a un effet constant qui est l'accroissement de la vitesse. C'est pourquoi les corps décrivent des paraboles.

CONCLUSION

Pourquoi a-t-il fallu utiliser la loi galiléenne pour établir une relation générale entre force et mouvement ? On en a compris la raison technique : l'accélération instantanée est concevable mais inaccessible, informulable. La loi galiléenne ne peut donc être déduite de la seconde loi newtonienne qui relie la force et le changement du mouvement. Elle est mise à sa place comme si elle lui était équivalente. Elle est l'instrument opératoire qui signifie qu'à toute force correspond une accélération. Mais comme cet instrument signifie seulement qu'à toute force constante correspond une accélération constante, il est insuffisant pour rendre compte d'une proportionnalité générale entre force et accélération. Il aurait peut-être été possible de refaire à ce sujet un travail axiomatique semblable à celui auquel a procédé Galilée pour la comparaison des mouvements uniformes afin d'élargir le pouvoir opératoire de la loi galiléenne. Le problème est presque de même nature.

Huygens ne possède pas de loi dynamique générale mais sait montrer qu'à une action constante correspond nécessairement la loi galiléenne. Il effectue à sa façon l'intégration que nous faisons facilement aujourd'hui à partir de ce que nous nommons la « relation fondamentale de la dynamique » de Newton : $F = m\gamma$. Mais il ne l'effectue que pour le cas particulier où la force est constante en grandeur et direction. Le début du *De vi centrifuga* tend incontestablement à généraliser ce résultat même si ce n'est pas son but premier[20].

Newton, lui, est en possession de sa seconde loi qui affirme que la force est comme le changement du mouvement, loi qui nous permet aujourd'hui de traiter tous les mouvements à la condition de savoir intégrer. On comprend bien qu'en l'absence de méthodes de calcul on doive considérer un intervalle de temps fini arbitraire et séparer l'influence de la force et celle du temps sur la déviation. C'est pourquoi l'on ne peut traiter que d'une force elle-même constante au cours du temps. Mais étant donné que, lorsque le corps se déplace sur l'ellipse, la force à laquelle il est soumis varie en raison de la variation de la distance au foyer, Newton est conduit à parler d'une force variable avec le temps, alors qu'il s'agit en fait d'une force qui n'est variable que dans l'espace.

Dans quelle mesure Newton a-t-il été influencé par la démarche de Huygens ? Il est difficile de le dire. Il connaît les résultats de l'*Horologium* à propos de la force centrifuge, mais évidemment pas les travaux non publiés de 1659 dont de Volder et Fullenius ont tiré le texte du *De vi centrifuga*. On peut donc supposer que si les démarches de Huygens et de Newton sont ici similaires, cela signifie que c'était à l'époque la seule façon possible de procéder.

Si la force ne peut être considérée comme constante, il faut d'autres outils d'analyse et d'autres courbes : des courbes de degré supérieur. La déviation varierait alors comme une puissance du temps de même degré que celui de la courbe et il faut refaire les démonstrations géométriques. L'habileté prodigieuse de Huygens et Newton n'est pas en cause. Elle

[20] Son but n'est peut-être, comme le dit Joella Yoder [1991, p. 3], que de mesurer l'accélération de la pesanteur à l'aide du pendule.

est au contraire mise en valeur par la difficulté, presque l'impossibilité, à traiter le problème général. Ce n'est pas parce que les courbes de degré supérieur sont présentées dans la géométrie de Descartes que l'on peut les utiliser en physique. La difficulté ne disparaît pas non plus immédiatement avec la naissance du calcul infinitésimal. Jean Bernoulli et Varignon prolongeront en effet cette recherche avec des outils encore purement géométriques [Costabel 1989][21].

Ce bref parcours aura montré à quel point se fait sentir alors la nécessité d'une dynamique générale, nécessité absente de l'œuvre de Galilée. Le rôle de la géométrie a également changé. Simple et limpide chez Galilée, instrument de visualisation en même temps que de preuve, la géométrie se complique énormément chez Huygens et Newton. Elle devient chez ceux-ci un véritable outil d'investigation, souvent très sophistiqué, tout en gardant son pouvoir démonstratif dû à la démarche déductive. Il est par ailleurs facile de se tromper sur la nature de ce qui a été prouvé, comme ce travail vient de le montrer. La chaîne déductive fonctionne bien, mais ne couvre qu'un domaine restreint, préétabli.

BIBLIOGRAPHIE

Blay (Michel)
[1995] *Les* Principia *de Newton*, Paris : P.U.F. (collection Philosophie), 1995.
Clavelin (Maurice)
[1968] *La philosophie naturelle de Galilée*, Paris : A. Colin, 1968.
Costabel (Pierre)
[1982] Huygens et la mécanique, dans *Huygens et la France*, Paris : Vrin, 1982, p. 139–151.
[1989] Courbure et dynamique : Jean I Bernoulli correcteur de Huygens et de Newton, *Studia Leibnitiana Sonderheft*, 17 (1989), p. 12–24.
De Gandt (François)
[1987] *Force et géométrie*, thèse d'État, Université de Paris 1, 1987.
[1995] *Force and geometry in Newton's* Principia, traduit par C. Wilson, Princeton : Princeton University Press, 1995.
Galilei (Galileo)
[*Opere*] *Le opere di Galileo Galilei*, A. Favaro éd. (Édition nationale), 20 vol., Firenze, 1890–1909.

[21] Pierre Costabel montre dans cet article comment Jean Bernoulli utilise la notion de rayon de courbure issue des développantes et développées de Huygens pour relier courbure et dynamique. L'expression « rayon de courbure » a en effet été utilisée par Huygens dans un article des *Acta eruditorum* de juin 1691. Costabel discute de la validité de la démonstration de Bernoulli dans la mesure où elle est censée corriger une démonstration du *De vi centrifuga* de Huygens.

[1632] *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*, Firenze, 1632 ; *Opere* VII. Trad. fr., *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*, par R. Fréreux avec le concours de F. De Gandt, Paris : Seuil, 1992.

[1638] *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze*, Leiden, 1638 ; *Opere* VIII. Trad. fr., *Discours concernant deux sciences nouvelles*, par M. Clavelin, Paris : A. Colin, 1970.

HUYGENS (Christiaan)

[*Œuvres*] *Œuvres complètes de Christiaan Huygens*, publiées par la Société hollandaise des sciences, 22 vol., La Haye, 1888–1950.

[1654] *De circuli magnitudine inventa*, Leiden 1654 ; *Œuvres* XII, p. 113–181 (avec traduction française).

[1656] *De motu corporum ex percussione*, ms de 1656 ; *Œuvres* XVI, p. 29–91 (avec trad. fr.)

[1659] *De vi centrifuga*, ms de 1659 ; *Œuvres* XVI, p. 253–301 (avec trad. fr.).

[1673] *Horologium oscillatorium*, Paris, 1673, *Œuvres* XVIII, p. 69–368 (avec trad. fr.).

KEPLER (Johannes)

[1609] *Astronomia nova*, 1609 ; *Gesammelte Werke*, t. III, Munich, 1937.

KOYRE (Alexandre)

[1939] *Études galiléennes*, Paris : Hermann, 1939 ; rééd., 1966.

NEWTON (Isaac)

[1687] *Philosophiae naturalis principia mathematica*, London, 1687. Trad. fr., *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, par Madame du Châtelet, Paris, 1759.

SOUFFRIN (Pierre)

[1992] Sur l'histoire du concept de vitesse d'Aristote à Galilée, *Revue d'histoire des sciences*, 45 (1992), p. 231–267.

VILAIN (Christiane)

[1993] *Huygens et la relativité du mouvement*, thèse, Université de Paris 7, 1993.

WESTFALL (Richard S.)

[1971] *Force in Newton's physics*, London : Macdonald et New York : American Elsevier, 1971.

YODER (Joella G.)

[1988] *Unrolling time*, Cambridge : Cambridge University Press, 1988.

[1991] Christiaan Huygens' great treasure, *Tractrix*, 3 (1991), p. 1–13.