Recherche Coopérative sur
Programme n° 25

F. Pham

# Connexion de Gauss-Manin microlocale

*Les rencontres physiciens-mathématiciens de Strasbourg - RCP25*, 1976, tome 23
« Exposés de : H.J. Borchers, A. Martin et F. Pham », , exp. n° 4, p. 81-90
<http://www.numdam.org/item?id=RCP25_1976__23__81_0>

© Université Louis Pasteur (Strasbourg), 1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Recherche Coopérative sur Programme n° 25 » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam
*Article numérisé dans le cadre du programme*
*Numérisation de documents anciens mathématiques*
http://www.numdam.org/

# CONNEXION de GAUSS-MANIN MICROLOCALE

par F. PHAM*
Université de Nice

Pour entrer de plain-pied dans le sujet, nous donnons ici directement la définition "microlocale" de la connexion de Gauss-Manin, motivée par l'exposé précédent (cf. [5] ou [6]). Le lien avec la définition traditionnelle ("locale") est relégué en appendice.

1. Soit $Z = X \times Y$ un germe de variété analytique complexe, produit d'une variété $X$ de dimension $n$ et d'une variété $Y$ de dimension $k$.
Soit $\varphi : X \times Y \to \mathbb{C}$ un germe de fonction analytique auquel on pensera comme à une déformation, paramétrée par $X$, d'un germe de fonction $\varphi_0 : Y \to \mathbb{C}$ $\big(\varphi_0(y) = \varphi(0, y)\big)$. On suppose que $\varphi_0$ a un point critique isolé à l'origine.

Notons $\left(\Omega^{\cdot}_{Z/X}, d_y\right)$ le "complexe de De Rham" des formes différentielles relatives de $Z$ au-dessus de $X$ (familles de formes différentielles sur $Y$ paramétrées par $X$). D'après un lemme de Poincaré ce complexe est acyclique, c'est-à-dire qu'on a la suite exacte

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_Z \xrightarrow{d_y} \Omega^1_{Z/X} \xrightarrow{d_y} \Omega^2_{Z/X} \xrightarrow{d_y} \cdots \xrightarrow{d_y} \Omega^k_{Z/X} \longrightarrow 0 .$$

On a d'autre part la suite exacte

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_Z \xrightarrow{d_y\varphi\wedge} \Omega^1_{Z/X} \xrightarrow{d_y\varphi\wedge} \Omega^2_{Z/X} \xrightarrow{d_y\varphi\wedge} \cdots \xrightarrow{d_y\varphi\wedge} \Omega^k_{Z/X}$$

("C'est le lemme de De Rham" généralisé, qui résulte de ce que $\varphi_0$ est à point critique isolé, de sorte que $\varphi'_{y_1}, \dots, \varphi'_{y_k}$ forme ce que les algébristes appellent une "suite régulière").

* Exposé fait le 21 Mai 1976 à la Rencontre de Strasbourg entre Mathématiciens et Physiciens.

Définissons $\widetilde{\mathcal{C}} = \begin{cases} \Omega^k_{Z/X} / d_y\varphi \wedge d_y\, \Omega^{k-2}_{Z/X} & \text{si } k > 1 \\ \Omega^1_{Z/X} / d_y\varphi \cdot \mathcal{O}_X\{\varphi\} & \text{si } k = 1 . \end{cases}$

On déduit des lemmes ci-dessus que tout $\omega \in \Omega^k_{Z/X}$ peut s'écrire $\omega = d_y\chi$ , et que la classe de $d_y\varphi \wedge \chi$ dans $\widetilde{\mathcal{C}}$ ne dépend que de la classe de $\omega$ dans $\widetilde{\mathcal{C}}$ .

L'application

$$D_t^{-1} : \widetilde{\mathcal{C}} \longrightarrow \widetilde{\mathcal{C}}$$
$$[\omega = d\chi] \longmapsto [d_y\varphi \wedge \chi]$$

ainsi définie est un homomorphisme de $\mathcal{O}_X$-modules, et l'on vérifie aisément qu'elle est injective (la notation $D_t^{-1}$ sera justifiée par la suite).

<u>Remarque 1</u> :

$$\mathcal{C}/D_t^{-1}\mathcal{C} = \Omega^k_{Z/X} / d_y\varphi \wedge \Omega^{k-1}_{Z/X}$$
$$= \mathcal{O}_Z / \left(\varphi'_{y_1}, \dots, \varphi'_{y_k}\right) \mathcal{O}_Z = \mathcal{O}^{\mu}_X ,$$

où $\mu$ est le "nombre de Milnor" du germe de fonction $\varphi_0$ .

Cette remarque est la clef du théorème suivant :

<u>Théorème 1</u> : $\mathcal{C}$ <u>est un</u> $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$ <u>module libre de rang</u> $\mu$ , <u>où</u> $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$ <u>est l'anneau des séries formelles</u>

$$\sum_{r=0}^{\infty} c_r\, D_t^{-r} \in \mathcal{O}_X\left[[D^{-1}]\right]$$

<u>telles que</u> $\displaystyle\sum_{r=0}^{\infty} c_r \frac{T^r}{r!}$ <u>définisse un germe de fonction holomorphe de</u> $x$ <u>et de</u> $T$ .

L'analogue formel de ce théorème est facile à démontrer, et se trouve déjà dans Malgrange [3]. Le passage du "formel" au "convergent" (au sens de la convergence dans $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$) se fait par des majorations assez fines [5] , dont l'idée revient également à Malgrange (qui les utilise dans un autre problème [4]).

## 2. Structure de $\widetilde{\mathcal{G}}$ comme $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}/X}$-module.

L'anneau $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$ peut s'interpréter dans $X\times\mathbb{C} \ni (x,t)$ comme un anneau d'opérateurs microdifférentiels d'ordre $\leq o$ (familles paramétrées par $X$ d'opérateurs microdifférentiels $\Sigma\, c_r\, D_t^{-r}$ à coefficients constants). En permettant aux coefficients $c_r$ de dépendre aussi de $t$ on obtient l'anneau $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}/X}$ des familles d'opérateurs microdifférentiels d'une variable $t$ (à coefficients quelconques).

L'action de $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$ sur $\widetilde{\mathcal{G}}$ s'étend en une action de $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}/X}$ définie en identifiant $t$ à la multiplication par $\varphi(x)$. $\widetilde{\mathcal{G}}$ est ainsi un $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}/X}$-module, dont la filtration évidente $\widetilde{\mathcal{G}} \supset D_t^{-1}\widetilde{\mathcal{G}} \supset D_t^{-2}\,\widetilde{\mathcal{G}} \supset \ldots$ est compatible avec la filtration naturelle de $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}/X}$. Le choix d'une base de $\widetilde{\mathcal{G}}$ comme $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$-module, possible grâce au théorème 1, permet d'identifier l'action de $t$ à la multiplication à gauche par une matrice $A = A_o + A_1 D_t^{-1} + A_2 D_t^{-2} + \ldots$ (matrice $\mu \times \mu$ à coefficients dans $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$).

Exercice 2.1. Montrer que le polynôme caractéristique de la matrice $A_o$ : $\chi(A_o) = \text{dét}\,(t\,\mathbb{I} - A_o)$ a pour lieu des zéros l'ensemble

$$\Delta = \left\{(x,t)\in X\times\mathbb{C} \mid \exists y : \varphi'_{y_1}(x,y) = \ldots = \varphi'_{y_k}(x,y) = 0\ ,\ t = \varphi(x,y)\right\}$$

("lieu discriminant" de l'application $\Phi : X\times Y \longrightarrow X\times\mathbb{C})$ .

$$x\,,\,y \longmapsto x\,,\,\varphi(x,y)$$

Idée : le module $\widetilde{\mathcal{G}}\,/\,D_t^{-1}\,\widetilde{\mathcal{G}}$ a pour support l'ensemble critique $\Sigma$ de l'application $\Phi$ . Or ce module admet la présentation

$$\mathcal{O}^{\mu}_{X\times\mathbb{C}} \xrightarrow{t\,\mathbb{I} - A_o} \mathcal{O}^{\mu}_{X\times\mathbb{C}} \longrightarrow \widetilde{\mathcal{G}}/D_t^{-1}\widetilde{\mathcal{G}} \longrightarrow 0 .$$

Exercice 2.2 Montrer que le $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}/X}$ - module $\widetilde{\mathcal{G}}$ admet la présentation

$$\mathcal{E}^{(o)\,\mu}_{X\times\mathbb{C}/X} \xrightarrow{t\,\mathbb{1}-A} \mathcal{E}^{(o)\,\mu}_{X\times\mathbb{C}/X} \longrightarrow \widetilde{\mathcal{G}} \longrightarrow 0 .$$

<u>Idée</u> : ce résultat se déduit de la définition de A , moyennant un petit travail de substitution de séries convergentes (dans $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}/X}$) , pour lequel il est utile de remarquer que la matrice $A_0(x)$ a toutes ses valeurs propres très petites pour $\|x\|$ assez petit (conséquence de l'exercice 2.1).

## 3. <u>Structure de $\widetilde{\mathcal{G}}$ comme $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}}$- module</u>

Soit maintenant $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}}$ l'anneau des germes d'opérateurs microdifférentiels d'ordre $\leq 0$ de l'espace $X\times\mathbb{C}$ dans la codirection $0\,dx + 1\,dt$ : ces opérateurs peuvent être représentés par des séries formelles de monômes des variables $D_{x_1}D_t^{-1}$, $D_{x_2}D_t^{-1}, \ldots$, $D_{x_n}D_t^{-1}$ , $D_t^{-1}$ , à coefficients dans $\mathcal{O}_{X\times\mathbb{C}}$ , astreintes à une condition de convergence convenable (cf. l'exposé de Malgrange). Pour définir une structure de $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}}$-module sur $\widetilde{\mathcal{G}}$ , il faut donc définir l'action des $D_{x_i}D_t^{-1}$, i = 1 , 2 , ... n .

<u>Exercice 3.1.</u> Vérifier que les formules

$$D_{x_i}D_t^{-1}[\omega] = D_t^{-1}\left[\partial_{x_i}\omega\right] - \left[\varphi'_{x_i}\cdot\omega\right]$$

remplissent toutes les conditions requises pour définir sur $\widetilde{\mathcal{G}}$ une structure de $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}}$- module . (On tâchera d'abord de dresser une liste aussi complète que possible des conditions requises!).
Vérifier que le support de ce $\mathcal{E}^{(o)}_{X\times\mathbb{C}}$- module est le fibré conormal au lieu discriminant $\Delta$ .

<u>Exemple</u> : $\varphi = y^3 + xy$ $\qquad\qquad$ $(n = k = 1)$
$\widetilde{\mathcal{G}}/D_t^{-1}\widetilde{\mathcal{G}} = \Omega^1_{Z/X}/\mathcal{O}_Z\cdot d_y\varphi$ admet comme $\mathcal{O}_X$- module une base constituée par $[dy]$ et $[y\,dy]$ . Dans cette base l'action de t sur $\widetilde{\mathcal{G}}$ s'identifie à la multiplication à gauche par $A_0 + A_1D_t^{-1}$, où

$$A_o = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2x}{3} \\ -\frac{2x^2}{9} & 0 \end{pmatrix} \qquad A_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

On vérifie que $\chi(A_o) = \text{dét}\,(t\,\mathbb{1} - A_o) = t^2 + \frac{4}{27}x^3$ est l'équation du lieu discriminant $\Delta$.

D'autre part l'action de $D_x D_t^{-1}$ s'identifie à la multiplication à gauche par la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{x}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

(<u>Exercice</u> : vérifier les affirmations précédentes).

## 4. <u>Déformations holonome d'un $\mathcal{E}_{\mathbb{C}}^{(o)}$- module</u>

Si nous essayons d'abstraire les résultats obtenus, nous sommes conduits à la notion de "<u>déformation holonome d'un $\mathcal{E}_{\mathbb{C}}^{(o)}$ module</u>" : c'est la donnée d'un $\mathcal{E}_{X\times\mathbb{C}}^{(o)}$ - module holonome dont le gradué associé est libre sur $\mathcal{O}_X[\tau]$ et dont le support a pour seul point situé au-dessus de $(x = o\ ,\ t = o)$ la codirection $0\,dx + 1\,dt$. On en déduit par une démonstration identique à celle du Théorème 1 que ce module est libre de type fini sur $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$. Il admet alors comme $\mathcal{E}_{X\times\mathbb{C}/X}^{(o)}$-module une présentation analogue à celle de l'exercice 2.2. : l'action de $t$ s'identifie à la multiplication à gauche par une matrice $A = A_o + A_1 D_t^{-1} + A_2 D_t^{-2} + \dots$ (matrice $\mu \times \mu$ à coefficients dans $\mathcal{O}_X\{\{D_t^{-1}\}\}$).

De même la structure de $\mathcal{E}_{X\times\mathbb{C}}^{(o)}$-module s'obtient en identifiant l'action de $D_{x_i} D_t^{-1}$ à la multiplication à gauche par une matrice

$$B^i = B_o^i + B_1^i D_t^{-1} + B_2^i D_t^{-2} + \dots$$

Exercice 4.1. Démontrer que chacune des matrices $B^i$ ci-dessus doit être reliée à A par l'identité

$$\left[A, B^i\right] + \left(\frac{\partial A}{\partial x_i} + B^i\right) D_t^{-1} - \nabla B^i . D_t^{-2} = 0$$

où $\nabla B^i = B_1^i + 2 B_2^i D_t^{-1} + 3 B_3^i D_t^{-2} + \dots$

Idée : calculer le commutateur $\left[t - A, D_{x_i} D_t^{-1} - B^i\right]$.

Problème : développer une théorie de la versalité des déformations holonomes.

Exercice 4.2 Montrer que l'équation différentielle scalaire $(t D_t - \alpha) u = 0$ (où $\alpha \in \mathbf{C}$) définit un $\mathcal{E}_{\mathbf{C}}^{(o)}$-module stable par déformations holonomes (on pourra utiliser les résultats de l'exercice 4.1).

Conjecture : si $\varphi$ est une déformation verselle de $\varphi_o$ , sa connexion de Gauss-Manin est une déformation holonome verselle de celle de $\varphi_o$ .

Exemple : si $\varphi_o$ a une singularité quadratique non dégénérée (donc stable), sa connexion de Gauss-Manin est stable en vertu de l'exercice 4.2.

Exercice 4.3. Vérifier la conjecture sur d'autres exemples (ou bien donner un contre-exemple!).

Dans l'étude des déformations holonomes de $\mathcal{E}_{\mathbf{C}}^{(o)}$-modules , une attention toute particulière devrait être réservée aux $\mathcal{E}_{\mathbf{C}}^{(o)}$-modules "réguliers" : nous entendons par là les $\mathcal{E}_{\mathbf{C}}^{(o)}$- modules $\mathcal{M}^{(o)}$ tels que $\mathcal{E}_{\mathbf{C}}\mathcal{M}^{(o)} = \mathcal{E}_{\mathbf{C}}\mathcal{M}'^{(o)}$ , où $\mathcal{M}'^{(o)}$ est un $\mathcal{E}_{\mathbf{C}}^{(o)}$-module de type fini stable par $tD_t$ (cette notion est la traduction microlocale de la notion classique de "singularité régulière" d'un système différentiel ; un théorème célèbre de Brieskorn [1] garantit que la connexion de Gauss-Manin est à singularité régulière)

A tout $\mathcal{E}_{\mathbb{C}}^{(o)}$- module régulier on peut associer un "<u>indicateur de croissance</u>" $\rho$ défini exactement comme l'exposant $\rho$ de [6] (n°2.3) sauf que le module $C^o_{\varpi}$ de [6] est remplacé par l'ensemble de toutes les microfonctions solutions de notre (micro)-système. Il est tentant de conjecturer que cet indicateur $\rho$ est semicontinu inférieurement par toutes déformations holonomes du micro-système.

<u>REMARQUE FINALE</u> : (pour me faire pardonner par les physiciens de leur avoir infligé tout ce qui précède).

Il est difficile de ne pas être frappé par l'analogie entre les exposants $\rho$ définis ci-dessus (ou dans [6]) et les "<u>exposants critiques</u>" de la théorie des transitions de phase.
J'ignore si la théorie des déformations holonomes de systèmes micro-différentiels (qui reste à faire!) est susceptible d'apporter des lumières sur les exposants critiques. Telle que je la vois pour le moment, cette théorie devrait être à la théorie de Thom (théorie des déformations de fonctions, ou théorie des catastrophes) ce que B.K.W. est à l'optique géométrique (cf. [6]).

<u>APPENDICE</u>

Nos données géométriques, qui se résument par le diagramme

$$\begin{array}{ccc} Z = X \times Y & \xrightarrow{\Phi} & X \times \mathbb{C} \\ x\,,\,y & \longrightarrow & x\,,\,\varphi(x\,,\,y) \\ \cup & & \cup \\ \Sigma & \longrightarrow & \Delta \\ \text{(lieu critique)} & & \text{(lieu discriminant)} \end{array}$$

sont un cas particulier de la situation dans laquelle on définit la "connexion de Gauss-Manin locale" (d'une intersection complète à singularité isolée : cf. Saito [7] , Greuel [2]).

1er point de vue

Soit $H = H^{k-1}(\Omega^{\bullet}_{\Phi})$

où $\Omega^{\bullet}_{\Phi}$ désigne le complexe de De Rham relatif à la projection $\Phi$ ,

et soit $H_{(\Delta)} = H \underset{\mathcal{O}_{X\times\mathbf{C}}}{\otimes} \mathcal{O}_{(\Delta)}$

où $\mathcal{O}_{(\Delta)}$ désigne le faisceau des fonctions méromorphes sur $X\times\mathbf{C}$ à lieu polaire inclus dans $\Delta$ ; on met sur $H_{(\Delta)}$ une structure de $\mathcal{D}_{X\times\mathbf{C}}$ - module (module sur l'anneau des opérateurs différentiels holomorphes) en posant

$$\begin{aligned} H_{(\Delta)} &\longrightarrow H_{(\Delta)} \\ D_t : [\chi] &\longmapsto \left[\frac{d_y\chi}{d_y\varphi}\right] \\ D_{x_i} : [\chi] &\longmapsto [\partial_{x_i}\chi] - \varphi'_{x_i}\, D_t[\chi] \end{aligned}$$

(exercice : vérifier que cette définition concorde avec celle de Greuel et Saito).

2ème point de vue

On pose $\mathcal{G} = \Omega^{k}_{Z/X} / d_y\varphi \wedge d_y\Omega^{k-2}_{Z/X}$ , et l'on met sur $\mathcal{G}_{(\Delta)} = \mathcal{G} \underset{\mathcal{O}_{X\times\mathbf{C}}}{\otimes} \mathcal{O}_{(\Delta)}$ une structure de $\mathcal{D}_{X\times\mathbf{C}}$ - module en posant

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{(\Delta)} &\longrightarrow \mathcal{G}_{(\Delta)} \\ D_t : [\omega] &\longmapsto \left[d_y\left(\frac{\omega}{d_y\varphi}\right)\right] \\ D_{x_i} : [\omega] &\longmapsto \left[\partial_{x_i}\omega\right] - D_t\left[\varphi'_{x_i}\omega\right] . \end{aligned}$$

Cette structure de $\mathcal{D}_{X\times C}$-module provient de la précédente par l'isomorphisme

$$H_{(\Delta)} \xrightarrow{d_y\varphi\wedge} \mathcal{Q}_{(\Delta)}$$

qui transforme $D_t H$ en $\mathcal{Q}$.

<u>Théorème</u> : (cf. [2] ou [7]) $\mathcal{Q}$ est un $\mathcal{O}_{X\times C}$-module libre de rang $\mu$ si $k > 1$, et de rang $\mu+1$ si $k = 1$.

La particularité du cas où $k = 1$ provient de ce qu'on a une injection

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{O}_{X\times C} & \longrightarrow & \mathcal{Q} = \Omega^1_{Z/X} \\ f(x,t) & \longmapsto & f\big(x, \varphi(x,y)\big)\, d_y\varphi \end{array}$$

compatible avec la structure de $\mathcal{D}_{X\times C}$ - module de $\mathcal{Q}_{(\Delta)}$. ($\mathcal{O}_{X\times C}$ est muni de sa structure évidente de $\mathcal{D}_{X\times C}$ - module). On pourra se débarrasser de cette particularité en considérant le $\mathcal{D}_{X\times C}$ - module "<u>réduit</u>" $\widetilde{\mathcal{Q}}_{(\Delta)} = \widetilde{\mathcal{Q}} \otimes_{\mathcal{O}_{X\times C}} \mathcal{O}_{(\Delta)}$ obtenu en divisant $\mathcal{Q}$ (ou $\mathcal{Q}_{(\Delta)}$) par l'image de cette injection lorsque $k = 1$, et en posant $\widetilde{\mathcal{Q}} = \mathcal{Q}$ lorsque $k > 1$.

<u>Lemme</u> (facile) $D_t$ <u>est un isomorphisme dans</u> $\widetilde{\mathcal{Q}}_{(\Delta)}$.

<u>Exercice : microlocalisons</u> !

Vérifier que

$$\widetilde{\mathcal{Q}} \subset D_t\, \widetilde{\mathcal{Q}} \subset D_t^2\, \widetilde{\mathcal{Q}} \subset \cdots \qquad (\subset \widetilde{\mathcal{Q}}_{(\Delta)})$$

est une "bonne" filtration du $\mathcal{D}_{X\times C}$ - ùodule $\widetilde{\mathcal{Q}}_{(\Delta)}$ (au sens de [8]). En déduire que $\widetilde{\mathcal{Q}}_{(\Delta)}$ a pour variété caractéristique le fibré conormal à $\Delta$ : on remarquera que ce fibré conormal s'identifie au lieu critique $\Sigma$ par l'application

$$\begin{array}{ccc} \Sigma & \longrightarrow & P^*(X\times C) \\ x,y & \longmapsto & \Big(x, \varphi(x,y)\ ;\ dt - \sum_i \varphi'_{x_i}\, dx_i\Big). \end{array}$$

En déduire également, à l'aide du lemme précédent, que $\widetilde{\mathcal{C}}_{(\Delta)}$ est "égal à son propre microlocalisé" , c'est-à-dire que

$$\widetilde{\mathcal{C}}_{(\Delta)} = \mathcal{E}_{X\times\mathbb{C}} \underset{\mathcal{D}_{X\times\mathbb{C}}}{\otimes} \widetilde{\mathcal{C}}_{(\Delta)}$$

avec les abus de notation évidents (tous les faisceaux peuvent être "remontés" dans $\Sigma$) .

Remarque : il est clair que l'opération de "réduction" est triviale après microlocalisation, puisque

$$\mathcal{E}_{X\times\mathbb{C}} \underset{\mathcal{D}_{X\times\mathbb{C}}}{\otimes} \mathcal{O}_{X\times\mathbb{C}} = 0 \quad .$$

## BIBLIOGRAPHIE


[1] E.Brieskorn : Die monodromie der isolierten Singularitäten von Hyperflächen
Manuscripta Math. 2. (1970) pp.103-161

[2] G.M. Greuel : Der Gauss-Manin Zusammenhang isolierter Singularitäten von vollständigen Durchschnitten
Math.Ann. 214 (1975) pp. 235-266

[3] B.Malgrange : Intégrales asymptotiques et monodromie
Ann.Sc.Norm.Sup. 7 (1974) pp.405-430

[4] B.Malgrange : Frobenius avec singularités
(prétirage Grenoble 1975)

[5] F.Pham : Caustiques, phase stationnaire et microfonctions
à paraître dans Acta Scientiarum Vietnamicarum

[6] F.Pham : Caustics and microfunctions
à paraître dans Proc.of 1976 Oji Seminar on Algebraic Analysis (Kyoto)

[7] K.Saito : Regularity of Gauss-Manin connection of a flat family of isolated singularities
in Quelques journées singulières (Ecole Polytechnique, Paris 1973)

[8] Séminaire sur les opérateurs différentiels et pseudodifférentiels (exposés de M.Lejeune et B.Malgrange), Grenoble 1976.