Iliovici

Sections sphériques d'un tore

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 2 (1927), p. 1-2

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__1_0>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES

SECTIONS SPHÉRIQUES D'UN TORE;

PAR ILIOVICI.

L'intersection d'un tore et d'une sphère se trouve sur un cône du second ordre, dont le sommet est sur l'axe de révolution du tore.

Le tore peut être considéré comme enveloppe d'une sphère S dont le centre s se déplace sur le cercle médian C. Toutes ces sphères ont même axe radical, qui est l'axe de révolution du tore.

Soient ω le centre de la sphère donnée Σ et I le centre radical des sphères S et de Σ.

Toute sphère S coupe Σ suivant un cercle qui se trouve dans le plan radical P, plan mené par I perpendiculairement à ωs.

L'intersection de Σ et du tore est l'enveloppe de ces cercles. Elle est donc sur l'enveloppe des plans P, qui est le cône de sommet I et supplémentaire du cône de sommet ω, qui a comme base le cercle médian C.

La section sphérique d'un tore est une biquadratique gauche.

De là résulte le théorème suivant, dû à Mannheim.

Toute sphère bitangente à un tore le coupe suivant deux cercles. — En effet si la sphère est bitangente au tore, elle est aussi bitangente au cône I, et l'on sait que deux quadriques bitangentes se coupent en général suivant deux courbes planes.

En faisant une inversion, qui a pour pôle un des points d'intersection de la sphère avec l'axe de révolution, on déduit du théorème de Mannheim celui d'Yvon Villarceau.

Le cône de sommet I et supplémentaire du cône ωC (¹) coupe le tore suivant une courbe du 8ᵉ degré, qui se décompose en deux biquadratiques gauches, se trouvant l'une sur la sphère Σ et l'autre sur la sphère Σ' qui a pour centre ω' (symétrique de ω par rapport au centre de C) et telle que son centre radical avec les sphères S, soit encore I.

On voit en effet que le cône ω' C se déduit de ω C par translation, il a donc même supplémentaire que ce dernier.

Réciproquement, pour qu'un cône du second ordre dont le sommet I est sur l'axe de révolution, coupe le tore suivant deux biquadratiques gauches, il faut et il suffit que la section par un plan perpendiculaire à l'axe admette le pied de l'axe comme foyer. En effet le cône supplémentaire admet ce plan comme plan cyclique. On peut donc construire deux cônes parallèles à celui-ci, en prenant comme base le cercle C. Les sommets des deux cônes ainsi obtenus seront les centres des sphères contenant les biquadratiques gauches, sphères que le point I détermine sans ambiguïté.