

J. SUDRIA

**Sur la dérivée relative d'un vecteur ;
application au théorème de Coriolis**

Nouvelles annales de mathématiques 5^e série, tome 2
(1923), p. 265-267

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1923_5_2_265_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1923, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[R1 d]

**SUR LA DÉRIVÉE RELATIVE D'UN VECTEUR ;
APPLICATION AU THÉORÈME DE CORIOLIS ;**

PAR J. SUDRIA.

Dans un grand nombre de questions où interviennent des vecteurs fonctions de paramètres, il est commode de distinguer l'une de l'autre la dérivée

absolue d'un tel vecteur (c'est-à-dire la dérivée prise dans un système de référence fixe) et la dérivée relative (prise dans un système de référence mobile).

Cette notion de dérivée relative présente un intérêt didactique; si elle est voisine de celle de vitesse relative, elle diffère de celle-ci, non seulement par les paramètres intervenant dans la question, mais aussi par ce fait que la dérivée d'un vecteur est la différence des vitesses de l'extrémité et de l'origine de ce vecteur. Parmi les très nombreuses applications qui peuvent être faites de cette notion, nous citons la démonstration du théorème de Coriolis que l'on verra plus loin.

Généralités. — Rappelons que la dérivée d'un vecteur \vec{U} fixe dans le système de référence entraîné est le produit externe $[\vec{\Omega}, \vec{U}]$, $\vec{\Omega}$ étant la rotation instantanée de ce système, et le paramètre variable jouant le rôle de temps. Il suffit de faire la figure montrant les positions d'un vecteur à l'époque t et à l'époque $t + \Delta t$ ainsi que la position, à ce dernier instant, du vecteur du système entraîné coïncidant à l'époque t avec le vecteur considéré, pour démontrer les principes suivants :

1. La dérivée absolue $\frac{D\vec{U}}{D\rho}$ d'un vecteur \vec{U} , fonction du paramètre ρ est égale à la dérivée $\frac{d\vec{U}}{d\rho}$ relative à un système de référence mobile, augmentée de la dérivée du vecteur coïncidant, d'où :

$$\frac{D\vec{U}}{D\rho} = \frac{d\vec{U}}{d\rho} + [\vec{\Omega}, \vec{U}].$$

2. Si pour une valeur du paramètre variable un vec-

teur s'annule, pour cette même valeur la dérivée absolue et la dérivée relative de ce vecteur sont équivalentes.

DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE CORIOLIS.

Soient M_0 et N les positions d'un point mobile aux époques t_0 et t , M la position à l'époque t du point du système de référence entraîné, qui coïncidait avec le mobile à l'époque t_0 . Rappelons que les dérivées absolues (première et seconde) de $\overrightarrow{M_0N}$ sont respectivement la vitesse et l'accélération absolue \vec{V}_a et \vec{J}_a , celles de $\overrightarrow{M_0M}$, la vitesse et l'accélération d'entraînement \vec{V}_e et \vec{J}_e , tandis que les dérivées relatives de \overrightarrow{MN} sont la vitesse et l'accélération relatives \vec{V}_r et \vec{J}_r .

On a

$$\overrightarrow{M_0N} = \overrightarrow{M_0M} + \overrightarrow{MN}.$$

Prenons les dérivées absolues des deux membres en utilisant pour le vecteur \overrightarrow{MN} le principe 1; il vient :

$$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r + [\vec{\Omega}, \overrightarrow{MN}].$$

Prenons encore les dérivées absolues et, faisant $t = t_0$, utilisons pour le dernier terme le principe 2 :

$$\vec{J}_a = \vec{J}_e + \vec{J}_r + [\vec{\Omega}, \vec{V}_r] + [\vec{\Omega}, \vec{V}_r].$$

Finalemment :

$$\vec{J}_a = \vec{J}_e + \vec{J}_r + 2[\vec{\Omega}, \vec{V}_r]. \quad \text{C. Q. F. D}$$