

## Correspondance

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 18 (1918), p. 352-355

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1918\\_4\\_18\\_\\_352\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__352_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1918, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

### CORRESPONDANCE.

---

**M. H. Brocard.** — *Au sujet d'un article de E.-N. BARIEN, 1917, p. 401-408. — Sur les paraboles qui passent par les pieds des normales issues d'un point donné ( $\alpha, \beta$ ) à une ellipse.*

Page 403, l'auteur observe que les axes des deux

paraboles ont des directions fixes, les diagonales du rectangle des axes de l'ellipse donnée.

Ce théorème se trouve énoncé dans son article de *Mathesis*, 1909, p. 145, n° 21.

Cas où le point  $(\alpha, \beta)$  est sur l'ellipse (1917, p. 106).

Chaque parabole enveloppe une quartique. Voir en effet (*loc. cit.*) n° 21.

M. d'Ocagne. — *Remarques au sujet de diverses questions résolues dans les N. A.* (1918).

*Question 2264* (p. 216). — Je rappelle que, dans cette question, si M est le milieu du segment de la tangente en P à la courbe (P), compris entre les axes rectangulaires  $Ox$  et  $Oy$ , il s'agit de la relation qui lie le point P à la tangente en M à la courbe (M). La relation que j'avais en vue dans la dernière partie de l'énoncé est la suivante (que l'on pourra s'exercer à déduire de celles remarquées par les auteurs des solutions insérées, mais qui peut, de façon très aisée, s'établir directement) :

*Les normales en M et en P aux courbes (M) et (P) se coupent sur la perpendiculaire élevée à OM par le point symétrique de O par rapport à M.*

Par la même occasion, je signalerai quelques couples intéressants de courbes (M) et (P) dont l'existence peut s'établir géométriquement (sujets d'exercices pour les lecteurs des *N. A.*) :

*Courbe (M).*

*Courbe (P).*

Une droite D quelconque.

La parabole tangente à  $Ox$ , à  $Oy$  et à D au milieu du segment de cette droite compris entre  $Ox$  et  $Oy$ .

*Courbe (M).*

Un cercle de centre  $O$ .

Un cercle tangent en  $O$  à  $Oy$ .

Une parabole de sommet  $O$  tangente à  $Oy$ .

Une hyperbole équilatère ayant  $Ox$  et  $Oy$  pour asymptotes.

Une hyperbole équilatère de sommet  $O$ , ayant ses asymptotes parallèles à  $Ox$  et  $Oy$ .

Une hyperbole équilatère de foyer  $O$ , ayant ses asymptotes parallèles à  $Ox$  et  $Oy$ .

Une hyperbole équilatère d'axes  $Ox$  et  $Oy$ .

*Courbe (P).*

L'hypocycloïde à quatre rebroussements circonscrite à ce cercle et qui admet  $Ox$  et  $Oy$  pour ses axes de rebroussement.

L'hypocycloïde à trois rebroussements circonscrite à ce cercle et qui le touche en  $O$ .

La symétrique par rapport à  $Oy$  de la parabole obtenue en dilatant au double, à partir de  $Ox$ , les ordonnées de la parabole donnée.

Cette hyperbole équilatère elle-même.

Le point diamétralement opposé à  $O$  dans cette hyperbole.

Le cercle décrit sur l'axe transverse comme diamètre, cercle qui est d'ailleurs tangent à  $Ox$  et  $Oy$ .

La développée de cette hyperbole.

*Question 2266* (p. 226). — D'après un théorème que j'ai eu occasion de rappeler dernièrement dans les *N. A.* (1918, p. 33), précisément à propos d'une construction de centre de courbure de conchoïde, si (en utilisant les notations de la solution ici visée)  $A$  est l'extrémité de la sous-normale polaire de la courbe  $(M)$  pour le pôle  $O$ , et  $\omega$  le milieu de la normale polaire de la courbe  $(A)$  pour le même pôle, le centre de courbure  $C$  de la conchoïde  $(M')$  de  $(M)$  s'obtient par la

rencontre de la normale  $M'A$  à cette conchoïde et de la droite qui joint le point  $\omega$  au point de rencontre  $H$  de  $OM'$  et de la perpendiculaire en  $A$  à  $M'A$ . *Le lieu de  $C$  est donc engendré par la rencontre de deux rayons correspondants  $A'M$  et  $\omega H$  de deux faisceaux, de centres respectifs  $A$  et  $\omega$ , évidemment homographiques*, puisque de chacun de ces rayons l'autre se déduit de façon unique. Ce lieu est donc une conique passant par  $A$  et  $\omega$ .

Le point  $H$  à l'infini sur  $OM$  donne un point  $C$  en coïncidence avec le milieu  $A'$  de  $OA$ ; le point  $H$  confondu avec  $O$ , le point  $C_1$  à la rencontre de  $O\omega$  et de la parallèle à  $OM$  menée par  $A$ . Enfin, lorsque le rayon  $AM'$  vient à se confondre avec  $A\omega$ , le point  $C$  tend vers  $A$  suivant la perpendiculaire élevée en  $A$  à  $A\omega$  qui est, par suite, tangente en  $A$  à la conique lieu de ce point.

De cette façon sont établis plus directement (sans avoir à passer par l'intermédiaire des antipodaires des conchoïdes relativement au point  $O$ ) les résultats obtenus, pour la première partie, par l'auteur de la solution insérée.

*Question 2275* (p. 234). — Outre que, comme l'a justement observé l'auteur de la solution insérée, la distance tangentielle de chaque point  $M$  de l'hyperbole au cercle correspondant est égale au demi-axe transverse de cette hyperbole, il n'est pas sans intérêt de remarquer que la corde des contacts du cercle et des asymptotes passe par le point  $M$ , ou, ce qui revient au même, que la polaire du point  $M$  par rapport à ce cercle passe par le centre de l'hyperbole.