Certificats d'analyse et de géométrie infinitésimale

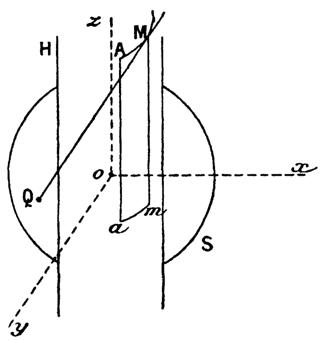
Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 6 (1906), p. 142-143

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__142_1>

CERTIFICATS D'ANALYSE ET DE GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE.

Bordeaux.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Soient une sphère* S *de centre* O *et de rayon* r, H *un cylindre de révolution de rayon* $\rho < r$ *et*



dont l'axe Oz *passe par le centre de la sphère. On considère sur le cylindre* H *les courbes dont les tangentes sont en même temps tangentes à la sphère* S; *on exclut parmi ces courbes l'intersection de* S *et de* H. *Soient* C *l'une d'entre elles,* M *un point quelconque de* C, *et* Q *le point où la tangente en* M *vient toucher la sphère* S.

1° *Démontrer que le plan osculateur en* M *à la courbe* C *est tangent en* Q *à la sphère* S.

2° *Déterminer la surface développable* R *contenant la courbe* C *et telle qu'en tout point* M *de* C *le plan osculateur à cette courbe soit normal à la développable* R.

3° *Montrer qu'en choisissant convenablement une origine* A *sur la courbe* C, *l'aire cylindrique limitée par l'axe* AM, *par les génératrices* Aa, Mm *et par la projection am de l'arc* AM *sur le plan* xOy *perpendiculaire à* Oz *est proportionnelle à l'arc* AM.

4° *Soient* ω, ω' *les centres du cercle osculateur et de la sphère osculatrice en* M, *montrer que le triangle* $M\omega\omega'$ *reste semblable à lui-même quand le point* M *se déplace sur la courbe* C.

EPREUVE PRATIQUE. — *Soit le paraboloïde de révolution autour de* Oz *dont les coordonnées d'un point quelconque en fonction de deux paramètres* r *et* θ *sont*

$$x = r\cos\theta, \qquad y = r\sin\theta, \qquad z = \frac{r^2}{2}.$$

Etant donnés deux points $M_0(r_0, \theta_0)$, $M_1(r_1, \theta_1)$ *sur cette surface, on considère sur le paraboloïde une courbe* C *joignant ces deux points et faisant avec les méridiens qu'elle rencontre un angle constant* V.

Déterminer l'angle V *en fonction de* r_0, θ_0, r_1, θ_1.

(Juillet 1905.)

EPREUVE ÉCRITE. — *Énoncer et démontrer les théorèmes généraux sur la courbure des lignes tracées sur une surface et passant par un même point.*

EPREUVE PRATIQUE. — *Calculer l'intégrale définie*

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\operatorname{tang}^3 x}\, dx.$$

(Novembre 1905.)