

## **Certificats d'analyse et de géométrie infinitésimale**

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 6  
(1906), p. 142-143

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1906\\_4\\_6\\_\\_142\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__142_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

---

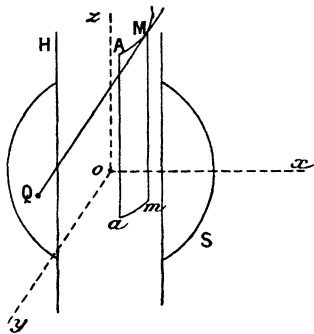
---

## CERTIFICATS D'ANALYSE ET DE GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE.

---

### Bordeaux.

ÉPREUVE ÉCRITE. — Soient une sphère  $S$  de centre  $O$  et de rayon  $r$ ,  $H$  un cylindre de révolution de rayon  $\rho < r$  et



dont l'axe  $Oz$  passe par le centre de la sphère. On considère sur le cylindre  $H$  les courbes dont les tangentes sont en même temps tangentes à la sphère  $S$ ; on exclut parmi ces courbes l'intersection de  $S$  et de  $H$ . Soient  $C$  l'une d'entre elles,  $M$  un point quelconque de  $C$ , et  $Q$  le point où la tangente en  $M$  vient toucher la sphère  $S$ .

1° Démontrer que le plan osculateur en  $M$  à la courbe  $C$  est tangent en  $Q$  à la sphère  $S$ .

2° Déterminer la surface développable  $R$  contenant la courbe  $C$  et telle qu'en tout point  $M$  de  $C$  le plan osculateur à cette courbe soit normal à la développable  $R$ .

3° Montrer qu'en choisissant convenablement une origine  $A$  sur la courbe  $C$ , l'aire cylindrique limitée par l'axe  $AM$ , par les génératrices  $Aa$ ,  $Mm$  et par la projection  $am$  de l'arc  $AM$  sur le plan  $xOy$  perpendiculaire à  $Oz$  est proportionnelle à l'arc  $AM$ .

4° Soient  $\omega$ ,  $\omega'$  les centres du cercle osculateur et de la sphère osculatrice en  $M$ , montrer que le triangle  $M\omega\omega'$  reste semblable à lui-même quand le point  $M$  se déplace sur la courbe  $C$ .

ÉPREUVE PRATIQUE. — Soit le paraboloidé de révolution autour de  $Oz$  dont les coordonnées d'un point quelconque en fonction de deux paramètres  $r$  et  $\theta$  sont

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad z = \frac{r^2}{2}.$$

Étant donnés deux points  $M_0(r_0, \theta_0)$ ,  $M_1(r_1, \theta_1)$  sur cette surface, on considère sur le paraboloidé une courbe  $C$  joignant ces deux points et faisant avec les méridiens qu'elle rencontre un angle constant  $V$ .

Déterminer l'angle  $V$  en fonction de  $r_0, \theta_0, r_1, \theta_1$ .

(Juillet 1905.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — Énoncer et démontrer les théorèmes généraux sur la courbure des lignes tracées sur une surface et passant par un même point.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Calculer l'intégrale définie

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\tan^3 x} \, dx.$$

(Novembre 1905.)