NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

GALLUCCI

Note sur le deuxième concours des « Nouvelles annales » pour 1898

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 422-423

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__422_0>

[$M^3 5 h \beta$]

NOTE SUR LE DEUXIÈME CONCOURS DES « NOUVELLES ANNALES » POUR 1898;

Par M. GALLUCCI.

Le deuxième concours des *Nouvelles Annales* pour 1897 a déjà produit un intéressant Mémoire de M. *Duporcq*, où sont données des démonstrations fort élégantes des théorèmes proposés.

M'étant occupé du même sujet, je l'ai traité par une autre méthode, qui permet d'énoncer plusieurs théorèmes nouveaux sur les cubiques équilatères et sur la cubique générale. Le point de départ est la considération des hyperboloïdes équilatères qui contiennent la cubique générale, et, par cette voie, j'ai réussi à compléter certains résultats de Reye, exposés dans le Mémoire : *Der gegenwartige stand unserer Kenntnisse in der Theorie der Raumcurven dritter Ordnung* (*Festschrift der Wiss. Gesell., zu Hamburg*, 1890).

Mon Travail a été publié dans les *Rendiconti* de l'Académie royale de Naples (mai 1898); les résultats principaux sont les suivants :

1° *Reye* a démontré que l'on peut inscrire ∞^2 tétraèdres orthocentriques dans la cubique générale; les orthocentres sont sur une corde s de la cubique; on peut ajouter ce théorème :

Par deux points E, F *d'une cubique quelconque* k^3 *on ne peut, en général, faire passer une sphère qui coupe* k^3 *aux sommets d'un tétraèdre orthocentrique,* *mais si l'on peut faire passer une de ces sphères, on en peut faire passer* ∞^1 ; *les tétraèdres que l'on obtient sont tous circonscrits à une parabole gauche orthogonale qui a pour directrice la corde s de* k^3 ; *les droites* E, F *appartiennent à une surface réglée du quatrième ordre.*

2° *A un tétraèdre quelconque* ABCD, *on peut circonscrire* ∞^1 *cubiques gauches équilatères qui appartiennent à l'hyperboloïde des hauteurs du tétraèdre, de manière que, pour chaque point de cet hyperboloïde passe une seule de ces cubiques.*

Un corollaire immédiat de ce théorème est la propriété suivante, dont je propose la démonstration directe aux lecteurs des *Nouvelles Annales :*

Si, dans un pentagone gauche $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$ *le sommet* A_1 *se trouve sur l'hyperboloïde des hauteurs du tétraèdre* $A_2 A_3 A_4 A_5$, *le sommet* A_2 *se trouvera sur l'hyperboloïde des hauteurs de* $A_1 A_3 A_4 A_5$, *le sommet* A_3 *sur l'hyperboloïde des hauteurs de* $A_1 A_2 A_4 A_5 \ldots$

3° *Si* H^2 *est un hyperboloïde passant par une cubique gauche équilatère* k^3, *il existe* ∞^2 *tétraèdres* T *inscrits à la cubique et dont l'hyperboloïde des hauteurs est* H^2 ; *les sphères circonscrites aux tétraèdres* T *coupent la cubique aux deux mêmes points* E, F.

4° *Si* E, F *sont deux points quelconques d'une cubique gauche équilatère, les* ∞^2 *sphères passant par* E, F *coupent la cubique aux sommets de* ∞^2 *tétraèdres* T *qui ont un même hyperboloïde des hauteurs* H^2. *Les faces des tétraèdres* T *sont les plans osculateurs d'une infinité de paraboles gauches orthogonales.*