

A. MANNHEIM

Théorème de géométrie cinématique

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 9
(1890), p. 227-228

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__227_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1890, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME DE GÉOMÉTRIE CINÉMATIQUE.(EXTRAIT D'UNE LETTRE DE M. A. MANNHEIM.)

Dans une Communication qu'il a faite à l'Académie des Sciences (séance du 10 mars 1890), M. C. Bioche énonce ce théorème : *Si l'on considère les surfaces réglées engendrées par des droites qui font des angles constants avec la tangente, la normale et la binormale d'une courbe, les points centraux des génératrices qui passent par un même point de la courbe sont sur un cylindre de révolution. Ce cylindre a pour génératrices diamétralement opposées la droite rectifiante et la perpendiculaire commune à deux normales principales infiniment voisines.*

Ne serait-il pas bon de faire remarquer que ce théorème n'est nullement particulier à une courbe gauche? La courbe n'intervient seulement, en effet, que pour définir le déplacement du trièdre tri-rectangle qui entraîne les droites. On pourrait aussi bien définir de toute autre manière le déplacement de ces droites; car la propriété, relative aux points centraux des surfaces qu'elles engendrent, est vraie pour un déplacement infiniment petit quelconque.

La démonstration de cette propriété générale résulte immédiatement de la construction, pour une droite mobile D , du point central de la surface (D) qu'elle engendre, lorsqu'on connaît l'axe du déplacement.

Pour une position de la droite mobile D , le point central est le pied de la perpendiculaire commune à cette droite et à l'axe du déplacement (1). Si les droites

(1) Voir mon *Cours de Géom. descript.*, 2^e éd., p. 361.

entraînées passent par un même point a et si on les projette sur le plan (H) , mené par a perpendiculairement à l'axe du déplacement, les projections des points centraux sur (H) sont alors les pieds des perpendiculaires abaissées sur ces droites du point o où l'axe du déplacement rencontre (H) , c'est-à-dire que ces points sont sur la circonférence décrite sur le plan (H) et qui a oa comme diamètre.

On voit tout de suite ainsi que :

Si des droites, qui passent par un même point a , sont liées à une figure mobile de grandeur invariable, pour une position de ces droites, les points centraux relatifs aux surfaces qu'elles engendrent appartiennent à un cylindre de révolution qui passe par l'axe du déplacement de la figure mobile et dont la section droite a pour diamètre la distance de a à cet axe.

Ce théorème résulte si directement de la construction que j'ai rappelée plus haut, que j'ai pu le faire trouver, en interrogation, par quelques-uns de mes élèves.

(Mars 1890)