NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ED. DEWULF

Question. Combien existe-il de courbes rationnelles (unicursales) du quatrième ordre qui ont deux points doubles en a_1 et a_2 et qui passent par les sept points simples $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$?

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 20 (1881), p. 401-402

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1881_2_20__401_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

QUESTION.

Combien existe-t-il de courbes rationnelles (unicursales) du quatrième ordre qui ont deux points doubles en a_1 et a_2 et qui passent par les sept points simples 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

PAR M. ED. DEWULF,
Lieutenant-Colonel du Génie.

Les propriétés de la jacobienne d'un réseau de courbes permettent de résoudre très simplement ce problème.

On sait que la jacobienne d'un réseau de courbes de l'ordre n est de l'ordre $3(n-1)$ et qu'un point multiple de l'ordre i, commun à toutes les courbes du réseau, est de l'ordre $3i-1$ pour la jacobienne.

Laissons de côté le point 7; les quartiques qui ont un point double en chacun des points a_1 et a_2 et qui passent par les points simples 1, 2, 3, 4, 5, 6 forment un ré-

(1) *Construction d'une courbe unicursale du quatrième ordre, etc.* (*Bulletin des Sciences mathématiques;* 1879, 2e semestre).

seau dont la jacobienne, de l'ordre 9, a un point quintuple en chacun des points a_1 et a_2, et des points doubles aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6. Mais parmi les courbes de ce réseau se trouvent les quartiques composées d'une des cubiques passant par les points a_1, a_2, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et de la droite $a_1 a_2$. Ces quartiques composées ont un point double dont le lieu géométrique est la droite $a_1 a_2$. Donc la jacobienne du réseau se décompose en la droite $a_1 a_2$ et une courbe du huitième ordre Γ_8 ayant des points quadruples en a_1 et a_2 et des points doubles en 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Laissons maintenant de côté le point 6. Les quartiques qui ont des points doubles aux deux points a_1 et a_2 et qui passent par les points simples 1, 2, 3, 4, 5, 7 forment un réseau dont la jacobienne se compose de la droite $a_1 a_2$ et d'une courbe Γ'_8 ayant deux points quadruples en a_1 et a_2 et des points doubles en 1, 2, 3, 4, 5, 7.

Les courbes composées des deux réseaux sont étrangères à notre question; on aura donc le nombre des points doubles des courbes du faisceau $(a_1^2\, a_2^2\, 1, 2, 3, 4, 6, 7)$ en prenant les points d'intersection de Γ_8 et de Γ'_8 autres que a_1, a_2, 1, 2, 3, 4, 5. Ce nombre est

$$8 \times 8 - 2 \times 4 \times 4 - 5 \times 2 \times 2 = 12.$$

Nous avons obtenu ce même résultat par une voie plus longue, mais plus directe, dans un travail inséré au *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, 2e série, t. III, septembre 1879.

Janvier 1880.