

SONDAT

Concours d'admission à l'École spéciale militaire (année 1877). 3e question

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 17
(1878), p. 207-209

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__207_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1878, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE SPÉCIALE MILITAIRE
(ANNÉE 1877).

3^e QUESTION

(voir 2^e série, t. XVI, p. 320) :

PAR M. SONDAT.

On donne un demi-cercle construit sur AB comme diamètre, et l'on mène la tangente BT au point B. Cela posé, on demande de mener par le point A la

(*) Le radical $+\sqrt{2a^2+2b\sqrt{2a^2-b^2}} = b + \sqrt{2a^2-b^2}$; donc

$$\frac{b - \sqrt{2a^2-b^2} + \sqrt{2a^2+2b\sqrt{2a^2-b^2}}}{2} = \frac{2b}{2} = b.$$

(**) La substitution de $\frac{1}{2}(b + \sqrt{2a^2-b^2})$ à x donne

$$x' + \sqrt{a^2-x'^2} = \frac{b + \sqrt{2a^2-b^2} + \sqrt{2a^2-2b\sqrt{2a^2-b^2}}}{2}.$$

Pour $b > a$, on a $+\sqrt{2a^2-2b\sqrt{2a^2-b^2}} = b - \sqrt{2a^2-b^2}$, et par suite

$$x' + \sqrt{a^2-x'^2} = \frac{2b}{2} = b.$$

Si $b = a$: $\sqrt{2a^2-b^2} = b$, $\sqrt{2a^2-2b\sqrt{2a^2-b^2}} = 0$, $x' + \sqrt{a^2-x'^2} = b$;

sécante AMN (M et N étant les points où elle coupe la demi-circonférence et la tangente BT), telle que si l'on fait tourner la figure autour de AB, le volume engendré par la portion de cercle AMB soit équivalent au volume engendré par la surface MNB qui est limitée par les droites MN, NB et l'arc de cercle MB.

Je mène la perpendiculaire MC au diamètre AB, et j'appelle R le rayon du cercle ; v et v' les volumes engendrés par le triangle ABN et la portion de cercle ABM.

On doit avoir

$$v = 2v' ;$$

et, comme $v = \frac{2}{3}\pi R \cdot BN^2$ et $v' = \frac{2}{3}\pi R \cdot MC^2 + \frac{1}{3}\pi R \cdot BC^2$, en considérant ce dernier volume comme engendré par le triangle AMB et le segment MB, il vient

$$BN^2 = 2MC^2 + BC^2,$$

ou, en remplaçant $MC^2 + BC^2$ par MB^2 ,

$$BN^2 - MB^2 = MC^2$$

ou encore

$$MN^2 = MC^2.$$

Il en résulte que $MN = MC$, ce qui entraîne l'égalité des triangles AMC et BMN, et par suite des côtés AC et MB.

mais, lorsqu'on a $b < a$, il en résulte

$$+ \sqrt{2a^2 - 2b\sqrt{2a^2 - b^2}} = \sqrt{2a^2 - b^2} - b ;$$

d'où

$$x' + \sqrt{a^2 - x'^2} = \sqrt{2a^2 - b^2} > b.$$

La racine x' satisfait alors à l'équation $x - \sqrt{a^2 - x^2} = b$.

En désignant par x chacun de ces deux côtés, le triangle AMB donne

$$AM^2 = 2Rx = 4R^2 - x^2;$$

d'où l'équation

$$x^2 + 2Rx - 4R^2 = 0,$$

et, en rejetant la solution négative dont la valeur absolue excède le diamètre,

$$x = R(\sqrt{5} - 1) (*).$$

Note. — La même question a été résolue par M. B. Robaglia.