

Concours d'agrégation des sciences mathématiques de 1876

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 16
(1877), p. 472-476

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__472_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**CONCOURS D'AGREGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
DE 1876.**

Composition en Mathématiques spéciales.

On donne une parabole P et un point H dont la projection orthogonale sur le plan de la parabole se fait au sommet de cette parabole :

1° Trouver l'équation générale des surfaces de révolution du second ordre qui passent par la parabole P et par le point H ;

2° Déterminer le nombre de celles de ces surfaces dont l'axe passe par un point A donné dans le plan Q, qui contient le point H et l'axe de la parabole P.

Classer les mêmes surfaces quand le point A se meut dans le plan Q.

Mécanique élémentaire.

On donne une circonférence O située dans un plan vertical, et, sur la verticale du centre O au-dessus de ce point et en dehors du cercle, on prend un point C que l'on considère comme une poulie infiniment petite.

Sur cette poulie passe un fil ACB; à l'extrémité B est suspendu un poids Q, à l'autre extrémité A est fixé un anneau qui supporte un poids P et qui est assujéti à glisser sans frottement le long de la circonférence O.

Déterminer les positions d'équilibre du système et indiquer pour chacune d'elles si l'équilibre est stable ou instable. (On néglige le poids du fil et celui de l'anneau, ainsi que les dimensions de la poulie et celles de l'anneau.)

Composition sur un sujet d'histoire et de méthode.

Théorie élémentaire des fractions continues.

Mathématiques spéciales.

1. Étude de la fonction exponentielle a^x .
Des logarithmes considérés comme exposants.
2. Théorie élémentaire des séries.
3. Recherche des sécantes communes à deux courbes du second degré.
Discussion de l'équation en λ .
4. Limites des racines d'une équation algébrique.

5. Règle des signes de Descartes.
6. Triangles sphériques supplémentaires.
Construire un triangle sphérique connaissant les trois côtés ou les trois angles.
Aire du triangle sphérique.
7. Tangentes et asymptotes en coordonnées polaires.
8. Théorie des asymptotes (coordonnées rectilignes).
9. Réduction de l'équation du second ordre à trois variables à ses formes les plus simples (coordonnées rectangulaires).
10. Intersection de deux surfaces de révolution dont les axes se rencontrent (Géométrie descriptive).
11. Sections circulaires des surfaces du second ordre.
Une surface du second ordre étant donnée par son équation générale, reconnaître si elle admet des sections circulaires (coordonnées rectangulaires).
12. Théorie des foyers.
13. Théorème de Sturm (application).
14. Concavité. Convexité. Inflexion. Points singuliers dans les courbes algébriques.
15. $\lim \left(1 + \frac{1}{m} \right)^m$ quand m devient infini. Propriétés principales du nombre e .
16. Génération des surfaces. Exemples tirés des principales familles.
17. Plus courte distance de deux points à la surface d'une sphère. Plus courte distance d'un point de la sphère à la circonférence d'un grand cercle et d'un petit cercle.

Mathématiques élémentaires.

1. Volume du cylindre, du cône et du tronc de cône.
2. Année tropique. Calendrier.
3. Hélice. Propriétés principales (courbes usuelles).

4. Propriété de la tangente à l'ellipse par rapport aux rayons vecteurs du point de contact.

Applications. Mêmes questions pour la parabole (courbes usuelles).

5. Surface de la sphère (théorèmes qui y conduisent).

8. Théorie élémentaire des nombres premiers.

9. Construction des Tables trigonométriques.

10. Distance d'un point à un plan. Distance d'un point à une droite. Plus courte distance de deux droites (Géométrie descriptive).

11. Racine carrée (Arithmétique).

12. Volume du tronc de pyramide. Volume du tronc de prisme triangulaire.

13. Formules générales pour la résolution des triangles. Équivalence des différents systèmes.

14. Mesure des angles.

15. Plus grand commun diviseur. Plus petit multiple commun.

16. Sphère céleste. Mouvement diurne.

17. Éclipses de Lune.

18. Étude des variations de l'expression

$$\frac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'x + c'}$$

19. Formules $\sin(a+b)$, $\cos(a+b)$.

Composition en Géométrie descriptive.

Une sphère opaque, posée sur le plan horizontal, est éclairée par deux points lumineux (a, a') et (b, b') . On demande les projections des ombres propres de la sphère, et les ombres portées sur le plan horizontal.

Données. — La sphère a 10 centimètres de diamètre;

elle est posée sur le plan horizontal en un point o situé à 9 centimètres en avant de la ligne de terre. Le point a est situé à 9 centimètres en avant de la ligne de terre et à 12 centimètres à gauche des points. Le point a' est sur la ligne de rappel menée par le point a et à 10 centimètres au-dessus de la ligne de terre.

La ligne bb' est à 24 millimètres à droite de aa' , le point b sur la ligne de terre et le point b' à 5 centimètres au-dessus du point b .

Composition sur les matières de la licence.

Un point matériel M se meut sur un cercle horizontal qui tourne, d'un mouvement uniforme, autour d'un axe vertical passant par un point O de la circonférence :

1° Étudier le mouvement relatif du mobile sur le cercle ;

2° Déduire de là les lois du mouvement absolu du mobile dans le plan fixe ;

3° Examiner en particulier le cas où la vitesse du mobile sur le cercle devient nulle quand le mobile arrive en O . Dans ce dernier cas, calculer et discuter la valeur de la pression exercée par le mobile sur le cercle.

Nota. — On fait abstraction de la pesanteur et du frottement.

Exercice de calcul.

Calculer, à $\frac{1}{100000}$ près, les valeurs de x et de y données par les relations :

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{1}{5 \cdot 2^5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{1}{7 \cdot 2^7} + \dots,$$

$$y = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1 \cdot 2} - \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \dots$$