Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 15 (1876), p. 190-192

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__190_0>

QUESTIONS.

1197. On donne dans un même plan deux droites parallèles A, B, et un point C situé hors de l'espace limité par les deux parallèles; par le point C on mène une sécante rencontrant les droites données en a et b, et sur ab comme diamètre on décrit un cercle; démontrer que, si la sécante devient mobile, l'enveloppe du cercle est une hyperbole.

Corollaire. — Si, par le foyer F d'une hyperbole, on mène une droite coupant les tangentes aux sommets en des points t, t_1, le cercle décrit sur tt_1 comme diamètre est tangent aux deux branches de l'hyperbole.

(HARKEMA.)

1198. On donne un cercle et un point fixe dans le plan du cercle; des différents points de la circonférence pris pour centres, on décrit des cercles passant par le point fixe; trouver l'enveloppe des cordes d'intersection (réelles ou imaginaires) du cercle donné et des cercles décrits.

(HARKEMA.)

1199. Enveloppe de la polaire d'un point donné, par rapport aux coniques inscrites dans un quadrilatère donné. (GAMBEY.)

1200. Lieu des points de contact des tangentes parallèles à une droite donnée, menées aux coniques inscrites dans un quadrilatère donné. (GAMBEY.)

1201. Par les sommets A, B, C d'un triangle inscrit dans un cercle on mène des perpendiculaires aux côtés opposés. Elles rencontrent la circonférence en des points A′, B′, C′. On prolonge les cordes A′B′, A′C′, B′C′, qui coupent respectivement les côtés AB, AC, BC du triangle donné en des points c, b, a; démontrer que les trois points c, b, a sont en ligne droite. (H. Brocard.)

1202. La somme des puissances d'un point quelconque, par rapport aux circonférences décrites sur les quatre côtés d'un quadrilatère, comme diamètres, est égale à quatre fois la puissance du même point par rapport à la circonférence ayant pour diamètre la droite qui joint les milieux des diagonales. (Laisant.)

1203. Soient A un ombilic d'une surface du second degré donnée (S), et ρ le second point d'intersection de la normale en ce point avec la surface. On joint un point quelconque m de la surface (S) aux points ρ et A; par ce dernier point et perpendiculairement à la droite Am, on mène un plan qui coupe ρm en un point μ.

Le point μ décrit un plan parallèle aux sections circulaires de la surface (S). (Geniy.)

1204. Si une surface du second ordre a pour équation

$$Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2Byz + 2B'xz + 2B''xy + 2Cx + 2C'y + 2C''z - 1 = 0,$$

et si cette équation représente deux plans, les coefficients sont liés par les trois relations

$$M\frac{B'B''}{B} + N\frac{BB''}{B'} + P\frac{BB'}{B''} + 1 = 0, \tag{1}$$

$$\frac{M}{B}C + \frac{N}{B'}C' + \frac{P}{B'}C'' = 0, \tag{2}$$

$$MC^2 + NC'^2 + PC''^2 - 1 = 0. \tag{3}$$

Dans ces relations on a posé

$$\frac{1}{M} = A - \frac{B'B''}{B}, \quad \frac{1}{N} = A' - \frac{BB''}{B'}, \quad \frac{1}{P} = A'' - \frac{BB'}{B''}.$$

(V. Hioux.)

1205. Les segments des normales en deux points d'une conique, compris entre ces points et un axe de la courbe, sont vus sous le même angle du point de concours des tangentes en ces points. (JOSEPH BRUNO.)

1206. Soient

$$(1)\qquad \begin{cases} a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_4 w = 0 & \text{ou}\quad A = 0, \\ b_1 x + b_2 y + b_3 z + b_4 w = 0 & \text{ou}\quad B = 0, \\ c_1 x + c_2 y + c_3 z + c_4 w = 0 & \text{ou}\quad C = 0 \end{cases}$$

les équations de trois plans.

Si les coefficients a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, ..., sont des fonctions d'un paramètre variable t, le point d'intersection de ces trois plans décrira une courbe.

Démontrer que le plan osculateur de cette courbe au point $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, a pour équation

$$\begin{vmatrix} A & B & C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a''_1 & b''_1 & c''_1 & 2a'_1 & 2b'_1 & 2c'_1 & a_1 & b_1 & c_1 \\ a''_2 & b''_2 & c''_2 & 2a'_2 & 2b'_2 & 2c'_2 & a_2 & b_2 & c_2 \\ a''_3 & b''_3 & c''_3 & 2a'_3 & 2b'_3 & 2c'_3 & a_3 & b_3 & c_3 \\ a''_4 & b''_4 & c''_4 & 2a'_4 & 2b'_4 & 2c'_4 & a_4 & b_4 & c_4 \\ 2a'_1 & 2b'_1 & 2c'_1 & a_1 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 2a'_2 & 2b'_2 & 2c'_2 & a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 2a'_3 & 2b'_3 & 2c'_3 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 2a'_4 & 2b'_4 & 2c'_4 & a_4 & b_4 & c_4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0;$$

A, B, C sont définis par les équations (1); a'_1, b'_1, c'_1, ...; a''_1, b''_1, c''_1, ..., sont les dérivées premières et les dérivées secondes des coefficients a_1, b_1, c_1, ..., par rapport à t. (GENTY).