NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

H. LEMONNIER

Expression de *s* comme quotient de deux déterminants

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 167-168

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__167_1>

EXPRESSION DE s COMME QUOTIENT DE DEUX DÉTERMINANTS;

PAR M. H. LEMONNIER,
Professeur de Mathématiques spéciales au lycée Henri IV.

On connaît les équations

$$\begin{aligned}
(A - s)\alpha + B''\beta + B'\gamma &= 0,\\
B''\alpha + (A' - s)\beta + B\gamma &= 0,\\
B'\alpha + B\beta + (A'' - s)\gamma &= 0.
\end{aligned}$$

Mettons-les sous la forme

$$\begin{aligned}
A\alpha + B''\beta + B'\gamma - s\alpha &= 0,\\
B''\alpha + A'\beta + B\gamma - s\beta &= 0,\\
B'\alpha + B\beta + A''\gamma - s\gamma &= 0,
\end{aligned}$$

et joignons-y

$$\alpha\alpha + \beta\beta + \gamma\gamma - s\frac{1}{s} = 0.$$

Il s'ensuit

$$\begin{vmatrix} A & B'' & B' & \alpha \\ B'' & A' & B & \beta \\ B' & B & A'' & \gamma \\ \alpha & \beta & \gamma & \frac{1}{s} \end{vmatrix} = 0,$$

ce qui donne

$$\begin{vmatrix} A & B'' & B' & \alpha \\ B'' & A' & B & \beta \\ B' & B & A'' & \gamma \\ \alpha & \beta & \gamma & 0 \end{vmatrix} + \frac{1}{s}\begin{vmatrix} A & B'' & B' \\ B'' & A' & B \\ B' & B & A'' \end{vmatrix} = 0.$$

Quand le déterminant $\Delta = \begin{vmatrix} A & B'' & B' \\ B'' & A' & B \\ B' & B & A'' \end{vmatrix}$ est $\gtrless 0$, la surface a un centre et un seul, aucune des valeurs de s n'est nulle; on a donc alors, pour chacune des sections principales,

$$\Delta' = \begin{vmatrix} A & B'' & B' & \alpha \\ B'' & A' & B & \beta \\ B' & B & A'' & \gamma \\ \alpha & \beta & \gamma & 0 \end{vmatrix} \gtrless 0;$$

chacune de ces sections est en conséquence du genre elliptique ou hyperbolique.

Quand on a

$$\Delta = 0,$$

si s est différent de zéro, il s'ensuit $\Delta' = 0$; la section principale correspondante est du genre parabole.