NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 12 (1873), p. 522-525

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__522_1>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une Lettre de M. A. de Saint-Germain à M. Gerono, rédacteur des Nouvelles Annales.

MONSIEUR,

Il est peut-être utile d'indiquer quelques réserves à faire au sujet de questions résolues dans le numéro d'octobre dernier.

Sur la question 56, M. Brocard dit : Considérons une droite intérieure à un cône et partant de son sommet ;

il est évident que tout plan perpendiculaire à cette droite rencontrera les génératrices du cône, et les droites du système qui leur sont parallèles. Rien n'est moins évident; car soit un cône droit dont l'angle au sommet soit de 120 degrés; tout plan dont l'axe forme avec l'axe du cône un angle compris entre 30 et 60 degrés sera parallèle à deux génératrices et, par suite, à deux droites du système, à moins que celles-ci ne se rencontrent et que le plan ne les contienne toutes deux. D'ailleurs, le théorème énoncé n'est pas vrai sans restriction; que le système donné comprenne les génératrices de deux paraboloïdes, il n'y a pas de plan qui ne soit parallèle à deux droites au moins.

Sur la question 1031, la relation segmentaire indiquée pour que les plus courtes distances des côtés opposés d'un quadrilatère gauche se coupent est bien exacte; mais, comme elle est vérifiée pour tous les couples de droites EF, GH, qui se rencontrent, on désirait peut-être une condition plus spéciale aux perpendiculaires communes. Ainsi, en menant par un point des parallèles aux quatre côtés et des normales aux plans déterminés par les parallèles à chaque couple de côtés opposés, ces six droites doivent être sur un cône du second degré. Cette condition est intéressante, en ce que les longueurs des côtés n'y interviennent pas; mais il y en a sans doute d'autres plus élémentaires et plus remarquables.

A propos de rectification, je dois m'excuser moi-même au sujet de la dernière phrase d'un petit article paru en août dernier; je dis (p. 357) : que le centre de l'ellipse est le pôle de la droite $P = 0$...; en réalité, il est le pôle, par rapport à chaque couple de tangentes, de la droite qui va de leur point de rencontre à l'intersection de la troisième tangente et de la droite $P = 0$. J'avais, du reste, prié M. Brisse de faire supprimer cette dernière phrase, et, s'il l'a oublié, c'est que la chose était de très-minime importance.

Vous trouverez peut-être, Monsieur le rédacteur, qu'il serait utile de rapprocher ces observations des articles auxquels elles se rapportent; je vous en laisse juge.

Extrait d'une Lettre de M. Gambey. — Ma solution de la question 1067 est erronée, parce que j'ai négligé, dans l'expression de l'aire de l'ellipse, l'influence du terme constant de l'équation réduite.

En dérivant, par rapport à h, l'expression du produit des axes, on arrive à une équation du troisième degré qui donne, dans le cas particulier où les segments λ, λ', μ, μ' ont les valeurs 1, 2, 2 et 3, les racines

$$\begin{aligned} h' &= 3, \\ h'' &= 6 - \sqrt{6}, \\ h''' &= 6 + \sqrt{6}; \end{aligned}$$

mais, comme on doit avoir $h < \sqrt{12}$, il faut prendre la racine 3.

J'ai calculé les valeurs de l'aire pour les valeurs 0, 1, 2, 3, 3,1 de h, et j'ai trouvé qu'elle est proportionnelle aux fractions suivantes :

$$\frac{49}{27},\quad \frac{900}{1331},\quad \frac{9}{32},\quad \frac{4}{27},\quad \frac{2073600}{13651919},$$

formant une suite décroissante jusqu'à l'avant-dernière inclusivement, de sorte que le minimum de l'aire est donné par la valeur $h = 3$. Il est, du reste, évident que l'aire augmente quand h décroît au-dessous de zéro.

Voici l'équation du troisième degré en question

$$\begin{aligned} 4h^3 &- 4(\lambda+\lambda')(\mu+\mu')h^2 \\ &+ [3\mu\mu'(\lambda+\lambda')^2 + 3\lambda\lambda'(\mu+\mu')^2 - 4\lambda\lambda'\mu\mu']h \\ &- 2\lambda\lambda'\mu\mu'(\lambda+\lambda')(\mu+\mu') = 0. \end{aligned}$$

Note du Rédacteur. — M. Bourguet, en m'informant, de même, de l'erreur qui s'est glissée dans la solution de la question 1067, m'a de plus adressé une autre solution de la question dont il s'agit; elle sera prochainement publiée.

Lettre à M. Ad. Quetelet, sur diverses questions de Mathématiques, par M. Genocchi, professeur à l'Université de Turin (*).

Nous transcrivons ici, en entier, la dernière page de ce remarquable écrit :

« Je ne parlerai point de la Géométrie à *n* dimensions; ce n'est que de l'Analyse, sous des noms empruntés à la Géométrie. Cette étude remonte aux *lieux analytiques* de Cauchy, qui, du moins, ne cherchait pas à cacher sa pensée et à donner le change par des dénominations absurdes (voir *Comptes rendus*, 1847, t. XXIV, p. 885). Au moyen de ces espaces, dont nous ne pouvons avoir aucune idée, et aussi, peut-être, au moyen de la considération des points et des lignes à distance *infinie*, ou *imaginaires*, dont je crains que les modernes n'aient un peu *abusé*, on dépouille la Géométrie de ce qui forme son meilleur avantage et son charme particulier, de la propriété de donner une représentation sensible aux résultats de l'Analyse, et l'on remplace cette qualité par le défaut contraire, puisque des résultats qui n'auraient rien de choquant, sous leur forme analytique, n'offrent plus de prise à l'esprit ou paraissent *absurdes* lorsqu'on les exprime par une nomenclature géométrique, supposant des points, des lignes ou des espaces qui n'ont aucune existence réelle, et dont l'admission répugne au bon sens ou dépasse l'intelligence. »

(*) Extrait des *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 2e serie, t. XXXVI, n° 8; août 1873.