Nouvelles annales de mathématiques

Question

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 12 (1873), p. 335-336

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__335_2>

QUESTION.

1117. Supposons qu'un polygone régulier de n côtés soit circonscrit à un cercle et qu'on fasse tourner la moitié de ce polygone autour d'un axe, passant par l'un des points de contact et par le centre, on trouvera sans grandes difficultés que la mesure V_n du volume engendré par le demi-polygone, en prenant le volume de la sphère inscrite pour unité, est donnée par la formule

$$(1)\qquad V_n = \frac{1}{4}\left(1 + \text{séc}\,\frac{\pi}{n}\right)^2, \text{ lorsque } n \text{ est impair,}$$

et par

$$(2)\qquad V_n = \frac{1}{2}\left(1 + \text{séc}^2\,\frac{\pi}{n}\right), \text{ lorsque } n \text{ est pair.}$$

D'ailleurs, en faisant tourner un demi-polygone d'un nombre pair n de côtés autour d'un diamètre du cercle circonscrit, la mesure V'_n du volume engendré, en prenant toujours pour unité le volume de la sphère inscrite, est donnée par la formule

$$(3)\qquad V'_n = \text{séc}\,\frac{\pi}{n}.$$

Déduire : des formules (1) et (2) qu'on a les égalités

$$V_3 - V_5 = \text{le volume de la sphère,}$$
$$V_3 + V_4 + V_5 = 5 \text{ fois le volume de la sphère,}$$

et des formules (1), (2) et (3) qu'on a la suite décroissante

$$V_3,\ V_4,\ V'_4,\ V_5,\ V_6,\ V'_6,\ldots.$$

(COMPAGNON, professeur au collége Stanislas.)