

JAMET

Démonstration d'un théorème de géométrie

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 11
(1872), p. 35-36

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1872_2_11__35_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1872, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME DE GÉOMÉTRIE;

PAR M. JAMET,

Élève du lycée de Pau.

Si, du centre O du cercle circonscrit à un triangle ABC , on abaisse sur les côtés BC , AC , AB du triangle des perpendiculaires OD , OE , OF , la somme de ces trois perpendiculaires est égale à la somme des rayons des cercles inscrit et circonscrit au triangle.

Soient ω le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC (*); M le point où le prolongement de la droite OD perpendiculaire à BC rencontre la circonférence circonscrite au triangle; ωH la perpendiculaire abaissée du

(*) Le lecteur est prié de faire la figure.

centre ω sur le côté BC; K la projection de ω sur ODM. Les droites ωH , OM sont des rayons des cercles inscrit et circonscrit au triangle ABC; il s'agit donc de démontrer que

$$(1) \quad \left. \begin{array}{l} OD + OE + OF = \omega H + OM, \\ OE + OF = \omega H + OM - OD. \end{array} \right\} \text{ou}$$

Mais $OM - OD = DM$, et $\omega H + DM = DK + DM = KM$; par conséquent, l'égalité (1) en démonstration revient à

$$(2) \quad OE + OF = KM.$$

Cela admis, menons par le point M, milieu de l'arc BMC, la corde MA' parallèle au côté BA du triangle ABC, et prolongeons la droite OF perpendiculaire sur BA, jusqu'à ce qu'elle rencontre, en un point E' , la parallèle MA' à BA : il en résultera $MA' = AC$, et $OE' = OE$. Ce qui réduit l'égalité (2) $OE + OF = KM$ à $OE' + OF = KM$, et, par suite, à

$$(3) \quad FE' = KM.$$

Or, en abaissant du point A une perpendiculaire AG sur la corde MA' , on formera un triangle rectangle AGA' qui sera égal au triangle rectangle $M\omega K$. En effet, $AA' = MB = M\omega$; et, d'autre part, chacun des deux angles $AA'G$, $M\omega K$ est égal à $C + \frac{1}{2}A$, comme il est facile de s'en assurer; donc les triangles rectangles $AA'G$, $M\omega K$ sont égaux, et l'on a

$$AG = KM,$$

d'où

$$FE' = KM.$$

C'est ce qu'il fallait démontrer.
