NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

E. HABICH

Construction de l’hyperbole et de la développée de la parabole

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 6 (1867), p. 446-448

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__446_1>

CONSTRUCTION DE L'HYPERBOLE ET DE LA DÉVELOPPÉE DE LA PARABOLE;

PAR M. E. HABICH,
Directeur de l'École superieure polonaise.

Soient O le centre, Ox la direction de l'axe transverse, et OD l'asymptote de l'hyperbole.

Traçons une ordonnée quelconque NP : soient N le point où elle coupe l'asymptote OD, et P le point où elle coupe l'axe Ox. A partir du point P et dans le sens des x positifs, portons une longueur *constante* PE égale au *demi-axe imaginaire*, et du point E ainsi déterminé comme centre, avec PN pour rayon, décrivons un arc de cercle; cet arc viendra couper l'ordonnée PN en un point M qui appartient à l'hyperbole.

On démontre cela en remarquant que l'ordonnée de l'hyperbole est moyenne proportionnelle entre les ordonnées correspondantes de deux droites parallèles à l'asymptote et passant par les deux sommets de la courbe.

Construction de la développée de la parabole.

Soit $ay^2 = x^3$ l'équation de la développée de la parabole; en passant aux coordonnées polaires, on a

$$(1) \qquad r = \frac{a \sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} = \frac{a}{\cos^3 \theta} - \frac{a}{\cos \theta}.$$

Du côté des x positifs, à partir de l'origine O, portons une longueur $OA = a$, et par le point A ainsi déterminé élevons une perpendiculaire AD à Ox.

Pour construire maintenant la courbe par points, on mènera par le point O une transversale quelconque; cette transversale viendra couper AD en un point E; par le point E on élèvera une perpendiculaire à la transversale OE; cette perpendiculaire rencontrera l'axe Ox en un point F.

Par le point P pris sur l'axe Ox à une distance constante a à partir de F et dans le sens des x négatifs, on élèvera une perpendiculaire à Ox; cette perpendiculaire viendra couper la transversale OE en un point M qui appartient à la courbe en question.

On reconnaît cela en remarquant que

$$OE = \frac{a}{\cos\theta}, \quad OF = \frac{a}{\cos^2\theta} \quad \text{et} \quad r = OM = \frac{OF}{\cos\theta} - \frac{FP}{\cos\theta},$$

$$r = \frac{a}{\cos^3\theta} - \frac{a}{\cos\theta}.$$

Cette courbe porte le nom de la parabole semi-cubique, ou de la parabole de Neil; elle constitue dans la classification des courbes du troisième degré par Newton (*) la 70e espèce de la classe des paraboles divergentes.

Remarque. — Si l'équation (1) se change en

$$r = \frac{a}{\cos^3 \theta} - \frac{b}{\cos \theta},$$

on a deux autres espèces des courbes de la même classe, auxquelles s'applique la construction précédente.

Lorsque $b < a$, on a une courbe à point isolé à l'origine, de l'espèce 69.

Lorsque $b > a$, on a une courbe à nœuds, de l'espèce 68.