

PAUL SERRET

Note sur un théorème de Newton

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 24-25

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__24_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR UN THÉORÈME DE NEWTON ;

PAR M. PAUL SERRET.

1. *Si quatre forces sont représentées en grandeur, direction et sens, par les droites qui vont, de deux sommets opposés d'un quadrilatère ABCD, aux deux autres : la résultante de ces forces est représentée, de la même manière, par le quadruple de la droite qui réunit les milieux des diagonales du quadrilatère.*

L'évidence de ce lemme étant reconnue, imaginons une ellipse quelconque inscrite dans le quadrilatère ABCD ; et regardons chacune des forces, représentées par l'un des côtés de ce quadrilatère, comme décomposée en deux forces partielles par le point de contact de l'ellipse considérée sur ce côté. Il résultera de cette décomposition huit forces ; soit quatre systèmes de deux forces : les deux forces de chaque système étant appliquées à l'un des quatre sommets du quadrilatère, et représentées par les tangentes menées de ce sommet à l'ellipse, ou par les prolongements simultanés de ces tangentes. D'ailleurs, la résultante partielle des deux forces de chaque système est évidemment dirigée suivant un diamètre de l'ellipse ; les quatre résultantes partielles concourent donc au cen-

tre de l'ellipse : et ce centre appartient à la résultante générale, c'est-à-dire à la droite des milieux des diagonales. C'est le théorème de Newton.

2. Le théorème analogue dans la géométrie de l'espace est celui-ci : « Le lieu des centres des hyperboloïdes à une nappe qui passent par les côtés d'un quadrilatère gauche, est la droite des milieux des diagonales de ce quadrilatère; » théorème connu, qui renferme le premier, et qui est à peu près évident.

Que l'on imagine, en effet, par les côtés opposés du quadrilatère, deux systèmes de plans parallèles. Les deux plans de chaque système représenteront, relativement à l'un quelconque des hyperboloïdes considérés, deux plans tangents parallèles; le centre de l'hyperboloïde, équidistant de ces deux plans, appartient dès lors au plan diamétral des deux plans de chaque système, ou à l'intersection de ces deux plans diamétraux, ou à la droite des milieux des diagonales.

On peut ajouter que « Les deux diagonales du quadrilatère, et la droite de leurs milieux, sont parallèles à un système de diamètres conjugués de tous les hyperboloïdes considérés. »

Le théorème plan de Newton ne serait-il pas susceptible d'une démonstration *directe* analogue?

3. En cherchant à appliquer au théorème 2, les considérations mécaniques du n° 1, l'on est conduit à un cas particulier du théorème suivant, dont la démonstration directe est facile, mais qui mérite pourtant d'être énoncé : « Le centre de gravité d'un système de poids représentés par les côtés d'un polygone circonscrit à un cercle, et appliqués respectivement aux points de contact de ces côtés, est le centre même de ce cercle. »
